

Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского

На правах рукописи

КЛЕВЕЦ Филипп Николаевич

УДК 537.61 (62) (63)

**ФАЗОВЫЕ СОСТОЯНИЯ И СПЕКТРЫ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ  
ВОЗБУЖДЕНИЙ В ДВУХ- И ТРЕХМЕРНЫХ ГЕЙЗЕНБЕРГОВСКИХ И  
НЕГЕЙЗЕНБЕРГОВСКИХ АНИЗОТРОПНЫХ МАГНЕТИКАХ**

Специальность 01.04.11 – “Магнетизм”

Диссертация на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Научный консультант:

Фридман Юрий Анатольевич,  
доктор физико-математических наук,  
профессор

СИМФЕРОПОЛЬ – 2014

## Содержание

<b>Введение .....</b>	<b>5</b>
<b>Раздел 1. Влияние наклонной одноионной анизотропии на фазовые состояния ультратонкой ферромагнитной пленки.....</b>	<b>29</b>
1.1. Влияние наклонной анизотропии, действующей в плоскости перпендикулярной плоскости пленки, на спиновые состояния в ультратонких сильноанизотропных ферромагнитных пленках .....	30
1.2. Влияние большой наклонной анизотропии, действующей в плоскости перпендикулярной плоскости пленки, на спиновые состояния в ультратонких ферромагнитных пленках.....	45
1.3. Влияние ромбической анизотропии на спиновые состояния в ультратонких ферромагнитных пленках .....	57
Основные результаты первого раздела.....	63
<b>Раздел 2. Переориентационные фазовые переходы по концентрации и температуре в интерметаллических сплавах .....</b>	<b>64</b>
2.1. Влияние концентрации ионов кобальта на фазовые переходы и фазовые состояния в магнитных пленках сплава $Fe_{1-x}Co_x$ .....	68
2.1.1. Влияние магнитодипольного взаимодействия на переориентационные фазовые переходы по концентрации в ультратонких магнитных пленках $Fe_{1-x}Co_x$ .....	68
2.1.2. Влияние плоского магнитоупругого взаимодействия на переориентационные фазовые переходы по концентрации в ультратонких магнитных пленках $Fe_{1-x}Co_x$ .....	74
2.1.3. Влияние объемного магнитоупругого взаимодействия на переориентационные фазовые переходы по концентрации в ультратонких магнитных пленках $Fe_{1-x}Co_x$ .....	92
2.2. Температурная фазовая диаграмма $U_2Co_{15}Si_2$ .....	104
2.2.1. Влияние магнитодипольного взаимодействия на переориентационные фазовые переходы по температуре в $U_2Co_{15}Si_2$ .....	104

2.2.2. Влияние магнитоупругого взаимодействия на переориентационные фазовые переходы по температуре в $U_2Co_{15}Si_2$ .....	113
2.3. Фазовые переходы по материальным константам и температуре в интерметаллических соединениях типа терфенол-Д .....	123
2.3.1. Фазовые переходы по материальным константам .....	123
2.3.2. Фазовые переходы по температуре.....	129
Основные результаты второго раздела.....	134
<b>Раздел 3. Фазовые состояния гейзенберговского и негейзенберговского магнетика с анизотропным обменным взаимодействием .....</b>	<b>135</b>
3.1. Влияние магнитоупругого взаимодействия на фазовые переходы в двухмерном ферромагнетике с конкурирующими одноионной и обменной анизотропиями.....	137
3.1.1. Случай большой одноионной анизотропии .....	137
3.1.2. Случай слабой одноионной анизотропии .....	145
3.2. Фазовые состояния и фазовые переходы в негейзенберговском ферромагнетике с изингоподобным обменным взаимодействием.....	153
3.2.1. Спектры элементарных возбуждений и анализ плотности свободной энергии .....	153
3.2.2. Влияние внешнего магнитного поля .....	165
3.2.3. Фазовые переходы по температуре.....	171
3.3. Фазовые состояния и фазовые переходы в негейзенберговском ферромагнетике с анизотропными обменными взаимодействиями.....	174
3.3.1. Спектры элементарных возбуждений.....	174
3.3.2. Фазовые переходы по температуре.....	183
3.4. Влияние магнитодипольного и магнитоупругого взаимодействий на фазовые состояния двумерного негейзенберговского ферромагнетика со сложным обменным взаимодействиями.....	191
3.4.1. Спектры элементарных возбуждений.....	191
3.4.2. Фазовые переходы по температуре.....	199
Основные результаты третьего раздела.....	202

<b>Раздел 4. Спиральная магнитная структура в гейзенберговских и негейзенберговских магнетиках.....</b>	<b>203</b>
4.1. Спиральная магнитная структура в сильно анизотропном гейзенберговском магнетике .....	204
4.2. Спиральная магнитная структура в анизотропном негейзенберговском магнетике .....	212
4.3. Влияние большой одноионной анизотропии на фазовые переходы в двумерном фрустрированном магнетике .....	219
Основные результаты четвертого раздела.....	228
<b>Раздел 5. Реализация сверхтвердой магнитной фазы в спиновых системах .....</b>	<b>229</b>
5.1. Сверхтвердая магнитная фаза в легкоплоскостном сильноанизотропном антиферромагнетике с $S = 1$ .....	233
5.2. Сверхтвердая магнитная фаза в легкоплоскостном изинго-подобном антиферромагнетике .....	251
Основные результаты пятого раздела .....	267
<b>Выводы .....</b>	<b>268</b>
<b>Список литературы .....</b>	<b>273</b>

## Введение

Явление магнетизма известно человечеству с древнейших времен, и до сих пор привлекает внимание исследователей благодаря своим поистине неисчерпаемым возможностям [1]. Любая современная технология, так или иначе, использует магнетизм: навигация, энергетика, связь, машиностроение, информационные и космические технологии, медицина, даже сельское хозяйство, и, разумеется, оборонная промышленность. При этом существенный прогресс в изучении магнетизма наметился только во второй половине 20 века с развитием квантовой механики. В настоящее время, явление магнетизма, наряду с оптикой, является одним из классических примеров квантовости мира. Фактически, магнитные материалы и их свойства, позволяют нам не просто представить квантовомеханическую теорию, но и, грубо говоря, «пощупать» ее.

В последнее пару десятилетий нанотехнологии вдохнули новую жизнь в исследования и практическое применение магнетизма [2]. Прежде всего, это связано с тем, что нанотехнологии позволяют нам создавать магнитные структуры с заранее определенными свойствами. При этом магнитные наноструктуры обладают одновременно свойствами микро- и макромасштабных объектов. Поэтому исследования магнитных наносистем очень важны, как с прикладной точки зрения, так и с точки зрения фундаментальной физики. Именно с этим связано то, что экспериментальные исследования магнитных наноструктур ставят перед теоретиками все новые и новые вопросы, ответы на которые позволяют существенно продвинуть, как теорию магнетизма, так и наше понимание физики в целом.

Одним из примеров магнитных наноструктур являются ультратонкие магнитные пленки. Магнитные пленки являются предметом интенсивных исследований благодаря их уникальным физическим свойствам и разнообразному применению в технике. Однако только в конце 80-х начале 90-х годов XX века технологии производства пленок достигли уровня, когда стало возможным со-

здавать ультратонкие (толщиной в несколько атомных слоев) и одноатомные (толщиной в один атомный слой) магнитные пленки со свойствами близкими свойствам двумерных систем [3-7]. Конечно же, такие ультратонкие магнитные пленки моментально стали предметом пристального изучения, как экспериментаторов [3-13], так и теоретиков [13-22]. Интерес к подобным системам объясняется двумя факторами. Во-первых, магнитные пленки широко используются при производстве разнообразных сенсоров, лазеров, компьютерной техники и т.д. [23,24]. Во-вторых, двумерные магнитные пленки – прекрасный объект для исследования многих фундаментальных проблем магнетизма: вопрос о возможности существования магнитного упорядочения в двумерных изотропных или легкоплоскостных магнетиках [25,26], подтверждение или опровержение существования магнитного монополя [27-29], вопрос о возможности реализации новых магнитных фаз, являющихся аналогами состояний, обнаруженных в Бозе-газе [30-32].

Как известно, при микроскопическом описании магнитных диэлектриков учет одноионной анизотропии приводит к возникновению членов вида  $S_n^i \beta_{ij} S_n^j$  в спиновом гамильтониане. Такие слагаемые соответствуют одноионной анизотропии, возникающей благодаря спин-орбитальному взаимодействию ( $S_n^i$  –  $i$ -я компонента спинового оператора в узле  $n$ ;  $\beta_{ij}$  – компоненты тензора одноионной анизотропии) [33]. Аналогичного вида слагаемые можно выделить и из энергии магнитодипольного взаимодействия, однако вклад этого взаимодействия обычно мал по сравнению с одноионной анизотропией, хотя влияние магнитодипольного взаимодействия является определяющим при формировании доменной структуры [34]. Простейшей магнитной системой, обладающей одноионной анизотропией, является магнетик со спином магнитного иона равным единице. В такой системе тензор одноионной анизотропии, обычно, является диагональным, причем  $\beta_{xx} = \beta_{yy} \neq \beta_{zz}$ . Такой вид компонент тензора анизотропии приводит к возникновению в магнетике одноосной одноионной анизотропии. Данная модель хорошо зарекомендовала себя при описании многих

магнитных систем, однако в магнитных пленках всегда имеет место рассогласование пленки и подложки, приводящие к нарушению диагональности тензора анизотропии. Поэтому более реалистичной моделью является дополнительный учет недиагональных компонент тензора одноионной анизотропии  $\beta_{xz} = \beta_{zx}$ . Такая модель описывает легкоосную анизотропию [35], лежащую в плоскости XOZ, с осью легкого намагничения, образующей некоторый угол  $\varphi$  с осью OZ. В дальнейшем, для простоты, будем называть магнитную анизотропию, приводящую к ориентации намагниченности под некоторым углом  $\varphi$  к оси квантования OZ, наклонной.

Интерес к системам с наклонной одноионной анизотропией обусловлен тем, что они обладают большим разнообразием физических свойств и фазовых состояний по сравнению с одноосными магнетиками, обладающими только легкоосной или легкоплоскостной одноионной анизотропией [36-38]. Например, в тонких ферромагнитных пленках  $(\text{BiLuCa})_3(\text{FeGe})_5\text{O}_{12}$  наблюдается так называемый каскад фазовых переходов, когда несколько различных фазовых состояний реализуются одно за другим при изменении внешнего магнитного поля [37]. Также, такие модели достаточно адекватно описывают энергию анизотропии разориентированных пленок феррит-гранатов. Например, в работе [39] показано, что в рамках двухпараметрической модели в (111)-разориентированных пленках реализуется наклонная анизотропия. Причем ось легкого намагничения лежит в той же плоскости, что и угол разориентации – в [39] это плоскость  $(\bar{1}10)$ . В [37] изучались процессы перемагничивания (112)-пленок (частный случай разориентированной (111)-пленки). Было показано, что, если внешнее поле приложено в плоскости  $(\bar{1}10)$ , то в той же плоскости лежит и вектор намагниченности. Таким образом, если ввести в плоскости  $(\bar{1}10)$  координаты X и Z, то можно показать, что энергия анизотропии будет описываться двумя константами:  $\beta_{zz}$  и  $\beta_{xz}$  [37,38], т.е., фактически в системе реализуется двухосная анизотропия. Такая двухосная анизотропия приводит к

существенным изменениям в спектрах элементарных возбуждений [38], влияет на процесс перемагничивания и тип доменной структуры [36].

Причины возникновения наклонной анизотропии могут быть различны: рассогласование магнитной подсистемы пленки и упругой подсистемы подложки, нарушение химического состава пленки и другие. Как правило, если возникновение наклонной анизотропии связано с нарушением химического состава пленки, то она действует в плоскости перпендикулярной плоскости пленки. Если же наклонная анизотропия обусловлена рассогласованием пленки и подложки, то такая анизотропия действует в плоскости пленки.

Практическая ценность исследований систем с наклонной одноионной анизотропией состоит в том, что, несмотря на то, что за последние 20 лет технологии производства ультратонких магнитных пленок достигли существенного прогресса, производство идеальных магнитных пленок, обладающих только одноосной анизотропией, все еще остается достаточно сложной технологической задачей. Наличие же дефектов и рассогласования подложки и пленки всегда приводит к возникновению наклонной анизотропии. Поэтому возникает вопрос: если мы не можем пока полностью гарантировать отсутствие дефектов (в частности, наклонной анизотропии), может быть, мы сможем извлечь из них выгоду?

И действительно, системы, обладающие наклонной одноионной анизотропией, перспективны при создании устройств магнитооптической обработки информации, дефектоскопии, визуализации неоднородных магнитных полей, при исследовании наноструктурных магнитных материалов и др. [37,40,41]. Например, исследования магнитных свойств наногранулярных пленок с легкоосной анизотропией имеют большой научный и практический интерес [42-45], потому что они перспективны для создания материалов с высокой плотностью записи информации.

В связи с этим, логично поставить вопрос, если наклонная анизотропия, являясь своего рода «интегральным» дефектом, может приносить пользу, то может быть стоит усилить ее, сделав одним из основных взаимодействий в си-

стеме? В действительности, существует большой класс магнитоупорядоченных систем, в которых энергия одноионной анизотропии достаточно велика – сравнима или даже превосходит величину обменного взаимодействия. Наличие в системе большой легкоплоскостной анизотропии приводит к целому ряду интересных эффектов, которые имеют чисто квантовый характер и не могут быть объяснены в рамках феноменологических моделей [46-52]. Среди этих эффектов выделим образование, так называемых, квадрупольных фаз, характеризующихся наличием дальнего магнитного порядка, но не векторного типа (намагниченность системы равна нулю), а тензорного типа [52]. Существует несколько механизмов реализации квадрупольной фазы, но в сильно анизотропных магнетиках ее реализация связана с квантовым сокращением спина [53-55].

Помимо сложной одноионной анизотропии представляет интерес рассмотреть роль магнитодипольного и магнитоупругого взаимодействий. Магнитодипольное взаимодействие отвечает за реализацию фаз с неоднородным распределением намагниченности [34], а также приводит к стабилизации дальнего магнитного порядка в двумерных системах. Учет магнитодипольного взаимодействия меняет закон дисперсии магнонов с линейного на корневой, что приводит к сходимости интеграла флуктуации, и, как следствие, стабилизации дальнего магнитного порядка [56]. Магнитоупругое взаимодействие также является одним из факторов, стабилизирующих дальний магнитный порядок в двумерных системах. Причем механизмы стабилизации дальнего магнитного порядка магнитоупругим и магнитодипольным взаимодействиями существенно отличаются. Магнитоупругое взаимодействие приводит к гибридизации упругих и магнитных возбуждений, проявляющееся в размягчении квазиакустической волны в окрестности фазового перехода, а также к появлению стрикционной щели в квазимагнонном спектре [21,22,56]. Наличие стрикционной щели в спектре квазимагнонов также приводит к сходимости интеграла флуктуаций на нижнем пределе, и стабилизации магнитного порядка. Влияние магнитоупругого взаимодействия на фазовые состояния и фазовые переходы в системах со слабой наклонной анизотропией было достаточно подробно исследовано,

например, в [57-59], однако учет его влияния в системах с большой наклонной анизотропией не проводился.

Обычно, магнитоупругое взаимодействие самое слабое в системе. Однако при определенных условиях, например, в точках компенсации конкурирующих констант одноионной анизотропии, магнитоупругое взаимодействие может играть решающую роль. Кроме того, природа магнитной анизотропии и магнитоупругой связи едина, а именно – спин-орбитальное взаимодействие. Поскольку целый ряд редкоземельных металлов имеют достаточно большую спин-орбитальную связь (а, следовательно, большую одноионную анизотропию), в них также наблюдаются «гигантские» магнитоупругие эффекты [60]. В настоящее время исследования таких систем являются весьма актуальными. Это связано с возможностью широкого применения таких систем для производства мощных приводов малых перемещений (например, адаптивная оптика крупных телескопов-рефлекторов), источников звука огромной мощности, сверхмощных ультразвуковых излучателей и т.п. К таким системам относятся, например, сплавы лантаноидов тербия и диспрозия с железом и кобальтом [61].

Известно, что магнитострикция редкоземельных металлов тербия Tb, диспрозия Dy, их сплавов и феррит-гранатов при низких температурах превышает магнитострикцию железа Fe, кобальта Co, никеля Ni и их сплавов в десятки, сотни и даже тысячи раз. Так гигантская магнитострикция была обнаружена в интерметаллических соединениях  $TbFe_2$ ,  $DyFe_2$ , которая реализуется не только при низких температурах, но и выше комнатных температур [61].

В [61] было экспериментально установлено, что уменьшение константы одноионной анизотропии вследствие ее компенсации не только в подрешетке редкоземельного металла, но и в подрешетке 3d-переходного металла, позволяет достичь высоких значений магнитострикционной восприимчивости в соединении  $Tb_{0.35}Dy_{0.45}Er_{0.2}Fe_{0.7}Co_{1.3}$  в области комнатных температур. Например, интерметаллическое соединение  $Tb_xDy_{1-x}Fe_y$  (терфенол-Д) обладает пониженной одноионной анизотропией, так как  $TbFe_2$  и  $DyFe_2$  имеют разные знаки констант анизотропии с сохранением высокой магнитострикции [61]. В [62] показано,

что замещение железа Fe кобальтом Co уменьшает магнитную анизотропию 3d-подрешетки, поскольку константы одноионной анизотропии железа и кобальта имеют противоположные знаки. С повышением температур большую роль приобретает компенсация одноионной анизотропии 3d- и 4f-подрешеток.

Большое разнообразие магнитных структур, наблюдаемое в соединениях, содержащих редкоземельные элементы – например, в соединениях типа  $RT_2X_2$  (R – редкоземельный элемент, T – переходной металл, X – Ge, Si) – можно объяснить, предполагая, что локализованные магнитные моменты подвержены влиянию билинейного и биквадратичного обменных взаимодействий [63]. Учет биквадратичного обменного взаимодействия связан с тем, что общий вид гейзенберговского обменного гамильтониана инвариантен относительно спиновых вращений и включает  $2S$  спиновых инвариантов:  $(\vec{S}_n \vec{S}_{n'})$ ,  $(\vec{S}_n \vec{S}_{n'})^2$ , ...,  $(\vec{S}_n \vec{S}_{n'})^{2S}$ , где  $S$  – величина спина магнитного иона. В случае если  $S = 1/2$ , не существует других инвариантов, составленных из операторов спинов двух атомов, кроме билинейного –  $(\vec{S}_n \vec{S}_{n'})$ . Если же  $S > 1/2$ , то в гамильтониане необходимо учитывать следующие по степеням  $S$  члены. Это обстоятельство необходимо учитывать при феноменологическом построении гамильтониана, на что впервые обратил внимание Шредингер в 1940 г.

Для магнитоупорядоченных систем с  $S = 1$  в обменном гамильтониане возникает слагаемое, пропорциональное  $(\vec{S}_n \vec{S}_{n'})^2$ . Природа возникновения этого обменного взаимодействия может быть различна: сверхобмен через немагнитные атомы [64], либо сильное спин-орбитальное взаимодействие [65]. Поскольку мы говорим о магнитных свойствах интерметаллических соединений, содержащих ионы редкоземельных металлов Dy и Tb, обладающих большим спин-орбитальным взаимодействием [54], естественно предположить, что в таких соединениях существенную роль играет обменное взаимодействие высшего порядка по спиновым операторам. Магнитные системы, в которых существен-

ное влияние оказывает обменное взаимодействие высших порядков по спиновым операторам, называются негейзенберговскими магнетиками.

Учет обменного взаимодействия высшего порядка по спиновым операторам может привести к реализации упорядоченных состояний – квадрупольных фаз, которые характеризуются тензорными параметрами порядка [54,66]. Формирование квадрупольных фазовых состояний является одним из ярких примеров проявления квантовых свойств негейзенберговских магнетиков. Одними из первых, экспериментальные исследования по определению величины биквадратичного обмена были проведены при изучении электронного парамагнитного резонанса ионов  $Mn^{2+}$  в  $MgO$ , содержащем 1%  $Mn$  [67]. Эти исследования показали, что в магнетиках со значительным обменным взаимодействием высших порядков по спину может реализовываться квантовый квадрупольный порядок, когда в основном состоянии кристалла все средние проекции спинов равны нулю, а кооперативное упорядочение происходит не по магнитному моменту, а по квадрупольному. Свойства таких систем во многом напоминают свойства магнетиков, в которых магнитное упорядочение отсутствует из-за сильного влияния кристаллического поля одноионной анизотропии. Кстати, в определенных случаях влияние кристаллического поля одноионной анизотропии формально сводится к обмену высших порядков по спину [54]. Позднее, негейзенберговские магнетики активно исследовались, как экспериментально, так и теоретически [66,68-71]. Было установлено, что биквадратичное обменное взаимодействие может изменить род фазовых переходов (со второго на первый) [66,71]. Кроме того, в таких системах возникают другие интересные магнитные структуры, и они обладают свойствами принципиально невозможными в модели Гейзенберга. К их числу относится, например, скошенная двухподрешеточная структура (этот скос оказывается гигантским по сравнению с эффектами релятивистской природы, например, в антиферромагнетиках или в кристаллах другой симметрии). Другое интересное свойство таких магнетиков – их магнитный полиморфизм. Наибольшее число фаз – четырнадцать – наблюдалось в  $CeV_i$ . В числе других необычных свойств, к которым может приводить обмен высших

порядков по спину, можно указать метамагнетизм изотропных антиферромагнетиков, приводящий к скачкообразному росту намагниченности в магнитном поле [54].

Ранее влияния «гигантского» магнитоупругого взаимодействия на фазовые состояния и динамические свойства негејзенберговского изотропного ферромагнетика не исследовалось.

Особый интерес в магнитных наносистемах представляют исследования хорошо известных в магнитных макросистемах переориентационных фазовых переходов [72,73], а также динамики элементарных возбуждений, т.е., спиновых волн [74-76]. И в том, и в другом случае, необходимо рассматривать так называемые дальнедействующие (по сравнению с короткодействующим обменом) взаимодействия – это магнитодипольное взаимодействие, различные виды непрямого обмена, одноионная магнитная анизотропия и магнитоупругое взаимодействие. Суть переориентационных фазовых переходов состоит в том, что, вектор намагниченности с ростом температуры или толщины пленки меняет ориентацию с перпендикулярной плоскости пленки на плоскостную, или наоборот. Переориентация вектора намагниченности сопровождается уменьшением намагниченности в некотором температурном интервале. Причем при уменьшении температуры или толщины пленки происходит обратный переход. Хорошо известен переход Морина в  $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ , когда при понижении температуры наблюдается фазовый переход от легкоосной ориентации спинов  $\text{Fe}^{3+}$  к их легкоплоскостной ориентации [77,78]. Теоретическому объяснению данного явления посвящено множество работ [14,16,17,79-81], в которых, однако, совершенно не рассматривается влияние магнитоупругого взаимодействия. Тем не менее, хорошо известно [82], что учет этого слабого, по сравнению с энергиями обмена или одноионной анизотропии, взаимодействия существенно влияет на динамику системы, приводя к гибридизации упругих и магнитных возбуждений и может приводить к стабилизации дальнего магнитного порядка в двумерных системах. Влияние магнитной подсистемы на упругую проявляется в сильной деформации квазифононной ветви, т.е. для малых значений волнового

вектора  $k$  закон дисперсии квазифононов изменяется с линейного на квадратичный. Экспериментально это проявляется в уменьшении скорости звука в окрестности фазового перехода, а фазовый переход протекает по квазиакустической ветви элементарных возбуждений.

Переориентационные фазовые переходы могут происходить под действием различных факторов, например, поля, давления, температуры и др. Можно также рассматривать фазовые переходы по материальным константам, поскольку последние зависят от температуры, и при ее изменении могут изменяться соотношения между константами. При этом предполагается, что зависимости разных материальных констант от внешних параметров различны. Это предположение хорошо согласуется с экспериментальными данными [83]. Однако, помимо этого необходимо учитывать то, что обменное взаимодействие также может быть анизотропным. Необходимо отметить, что фазовые переходы в системах с конкурирующими релятивистскими взаимодействиями и обменной анизотропией рассматривались раньше [84-85], но только в изинговском приближении (без учета изотропного обмена). В работе [86] также исследовалось влияние конкурирующих анизотропий (одноионной и межионной) на температурные фазовые переходы в трехмерном ферромагнетике. Мы же впервые рассмотрим влияние магнитоупругого и магнитодипольного взаимодействий на фазовые переходы в таких анизотропных системах.

Одной из наиболее простых моделей, которая содержит в своем гамильтониане тензорные обмены, является модель Изинга для спина 1 с билинейным и биквадратичным взаимодействиями во внешнем магнитном поле – так называемая модель Блюма-Эмери-Грифитса [85], которая была впервые предложена для описания поведения смеси  $\text{He}^3\text{-He}^4$ . Эта модель может быть обобщена путем введения анизотропного обменного взаимодействия, таким образом, что в зависимости от параметра обменной анизотропии система будет либо изотропным негейзенберговским ферромагнетиком, либо изинговским ферромагнетиком с биквадратичным обменным взаимодействием.

Помимо модели Изинга, одной из наиболее популярных моделей в теории низкоразмерных магнетиков также является так называемая XY-модель. С помощью этой модели можно описать, например, трехкомпонентные системы со слабым межплоскостным взаимодействием. К таким системам относятся  $K_2CuF_4$ ,  $(CH_3NH_3)_2CuCl_4$ ,  $BaCo_2(AsO_4)_2$  и ряд других веществ [87]. Вводя в гамильтониан, описывающий XY-модель, орторомбическую анизотропию, можно исследовать свойства некоторых магнитных веществ, таких, как  $MnCl_2 \cdot 4H_2O$  [88-90]. В изотропной XY-модели спонтанная намагниченность отсутствует, что связано с реализацией в системе вихревой структуры, разрушающей дальний магнитный порядок [91,92], однако, как уже отмечалось выше, дальний магнитный порядок в двумерном гейзенберговском магнетике стабилизируется релятивистскими взаимодействиями (магнитоупругое взаимодействие, магнитодипольное взаимодействие). Двумерная магнитная система с анизотропными обменными взаимодействиями, предельными случаями которой являются двумерная XY-модель с биквадратичным обменным взаимодействием и изотропный двумерный негейзенберговский ферромагнетик, ранее не исследовалась.

Одним из примеров магнетиков с обменной анизотропией могут служить, так называемые, фрустрированные магнетики. Под фрустрированными магнитными системами понимают материалы, в которых локализованные магнитные моменты (или спины) взаимодействуют посредством конкурирующих обменных взаимодействий, что приводит к разным видам вырождения основного состояния. При определенных условиях, это может приводить к образованию состояний типа магнитная спираль, спиновая жидкость, или к реализации сверхтвердой магнитной фазы [32,93].

Первая модулированная магнитная структура – простая магнитная спираль – была экспериментально обнаружена в  $MnAu_2$  более 40 лет назад (см. обзор [94]). Вскоре после этого продольно и поперечно поляризованные спиновые волны были обнаружены и в других системах. Оба типа спиновых возбуждений (совместно со своими вариациями) формируют особый класс спиновых структур, который можно рассматривать, как длиннопериодические модуляции про-

стных магнитных структур ферромагнитного или антиферромагнитного типа. На сегодняшний день известно большое число магнетиков, в которых реализуется спиральная магнитная структура, в частности к ним относятся редкоземельные металлы [95]. Например, спиральная структура экспериментально наблюдалась в одномерной магнитной цепочке  $[\text{Dy}(\text{hfac})_3\text{NIT}(\text{C}_6\text{H}_4\text{OPh})]_\infty$ , состоящей из чередующихся ионов  $\text{Dy}^{3+}$  и органических радикалов [96], в хромсодержащих шпинелях  $\text{ACr}_2\text{O}_4$  ( $\text{A} = \text{Mg, Zn, Cd, and Hg}$ ) [97], и, конечно, в магнитных сверхрешетках (см. работу [98] и ссылки в ней).

Причины возникновения таких структур хорошо известны. В изоляторах и полупроводниках – это в основном конкуренция положительных и отрицательных обменных взаимодействий между соседними и следующими за ними атомами в магнитном кристалле. В редкоземельных металлах – это взаимодействие между локализованными магнитными моментами и электронами проводимости, что приводит к переупорядочению электронных состояний вблизи поверхности Ферми. В некоторых кристаллах, обладающих специальной симметрией, модуляции магнитной структуры связаны с неоднородными анизотропными силами, имеющими релятивистскую природу.

Влияние слабой легкоплоскостной анизотропии (существенно меньшей обменных взаимодействий) и внешнего магнитного поля на формирование спиральной магнитной структуры хорошо изучено [94-103]. Однако существует широкий класс магнитоупорядоченных систем, в которых константа одноионной анизотропии сравнима или даже превосходит обменные интегралы. К таким системам можно отнести, например, редкоземельные металлы Dy, Tb [54], соединения  $\text{CsFeBr}_3$ ,  $\text{CsFeCl}_3$  [48], в которых при величине псевдоспина иона  $\text{Fe}^{2+}$   $S = 1$  константа одноионной анизотропии достигает 20-30 K, тогда как обменные интегралы принимают значения 3-5 K и 0,3-0,4 K, соответственно. К таким системам относятся также  $\text{NiZrF}_6 \times 6\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{FeSiF}_6 \times 6\text{H}_2\text{O}$  [51], для которых отношение константы одноионной анизотропии к обменному интегралу составляет примерно 40 и 4, соответственно.

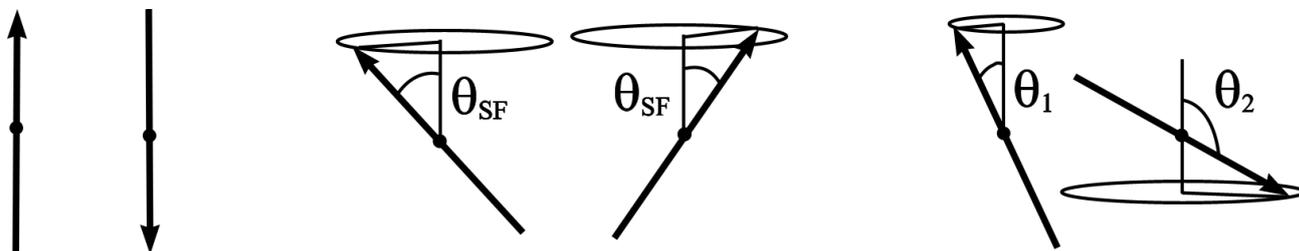
Необходимо отметить, что механизм формирования спиральной магнитной структуры в редкоземельных металлах имеет ряд особенностей, а именно, в таких системах существенную роль во взаимодействии локализованных магнитных моментов играет РККИ, поэтому период модулированной структуры, в основном, определяется особенностями поверхности Ферми этих металлов.

В тоже время, как было указано выше, магнетики с большой одноионной анизотропией типа «легкая плоскость» обладают рядом необычных свойств. Если константа одноионной анизотропии превосходит константу обменного взаимодействия, в магнетике формируется одинаковое для всех ионов синглетное спиновое состояние. Физически это означает, что из трех возможных одноионных спиновых состояний с проекциями  $S^z = \pm 1, 0$  на ось  $C_3$  нижайшим оказывается последнее. Теоретические исследования таких систем восходят к работе Мория [104]. В ней было показано, что при  $\beta/J_0 > 1$ , даже при абсолютном нуле температур в отсутствие внешнего поля реализуется немагнитное, квадрупольно-упорядоченное основное состояние. В таких магнетиках квантовые свойства отдельных спинов в эффективном магнитном поле играют решающую роль в формировании динамических и термодинамических свойств магнетиков.

Однако, как это ни удивительно, возможность реализации спиральных магнитных структур в сильно анизотропных гейзенберговских магнетиках и магнетиках с большим биквадратичным обменным взаимодействием (негейзенберговские магнетики), насколько нам известно, не исследована.

Также, в последние годы, фрустрированные магнетики привлекают к себе особое внимание, связанное с поиском новых квантовых состояний, существование которых доказано в Бозе-газе, и которые могут реализоваться в магнетиках. Не так давно, было объявлено об открытии «сверхтвердого» состояния в твердом  $^4\text{He}$  [105]. Несмотря на то, что результаты работы [105] еще нуждаются в интерпретации [106], начался поиск спиновых систем с аналогичным поведением. Применительно к теории магнетизма сверхтвердая фаза означает смешанное состояние, в котором одновременно сосуществуют антиферромагнит-

ная и спин-флоп фазы (см. рис. 1). В этой фазе намагниченности в подрешетках ориентированы под разными углами к оси квантования, и при этом их проекции на ось квантования имеют противоположные знаки.



**Рис. 1.** Ориентация намагниченностей соседних подрешеток в основном состоянии  $XXZ$  моделей без и с учетом дополнительной одноионной анизотропии – слева на право: антиферромагнитная, спин-флоп и сверхтвердая конфигурации, соответственно [101].

Простейшим примером фрустрированного магнетика может быть двухподрешеточный антиферромагнетик, в котором обменное взаимодействие между магнитными ионами в подрешетке отличается от межподрешеточного обменного взаимодействия. Как было показано ранее [31,107,108], в такой системе могут реализовываться разнообразные фазовые состояния: спиновая жидкость, сверхтвердая фаза, магнитные плато. Если рассматривать частный случай двухподрешеточного изинговского антиферромагнетика, то указанные фазовые состояния также могут быть обнаружены в нем [108], однако области их существования и типы фазовых переходов могут существенным образом отличаться.

Как было показано в [109-113], сверхтвердая магнитная фаза может быть обнаружена в двухподрешеточном изингоподобном магнетике со спином  $1/2$  и обменной анизотропией. Очевидно, что данная система относится к фрустрированным магнетикам. Однако, до настоящего момента, рассматривались только частные случаи указанной системы. Поэтому до сих пор остается открытым вопрос о фазовой диаграмме в общем случае. Кроме того, динамические свойства также очень важны при исследовании сверхтвердой фазы. Например, в [108], где исследовался  $^4\text{He}$ , было указано, что сверхтвердая фаза может быть обнаружена при помощи наблюдения высокочастотной ветви элементарных воз-

буждений. Однако соответствующие свойства сверхтвердой фазы не были исследованы экспериментально, поэтому очень важно исследовать спектры элементарных возбуждений в ней [114,115].

Несмотря на то, что в настоящее время исследованию фрустрированных антиферромагнетиков уделяется пристальное внимание, как теоретиков, так и экспериментаторов [111-113,115], очень мало внимания уделяется рассмотрению фрустрированных антиферромагнетиков изинговского типа, что, на наш взгляд, связано с кажущейся простотой указанной системы. Однако, на практике, за кажущейся простотой скрывается довольно трудная с аналитической точки зрения задача, решение которой позволяет расширить и углубить наше понимание теории фазовых переходов в магнитных системах.

Таким образом, **актуальность темы** определяется в первую очередь большой технологической востребованностью магнитных наноструктур, а также важностью развития наших фундаментальных знаний о магнетизме и физике твердого тела.

**Связь работы с научными программами, планами, темами.** Работа выполнялась на кафедре теоретической физики Таврического национального университета им. В.И. Вернадского. Кроме того, часть исследований была выполнена на кафедре теоретической физики Института Физики при Аугсбургском университете (Аугсбург, Германия). Исследования, составляющие содержание диссертации, выполнялись в рамках конкурсных тем Министерства образования и науки Украины:

- Проект № 235/03 «Дальний магнитный порядок и фазовые состояния в двух- и трехмерных негейзенберговских магнетиках» – 2003-2005 гг.
- Проект № 250/06 «Исследование влияния релятивистских взаимодействий на свойства магнетиков и магнитных полупроводников» – 2006-2009 гг.
- Проект № 269/09 «Переориентационные фазовые переходы и фазовые состояния двумерных и квазидвумерных гейзенберговских и негейзенберговских магнетиков» – 2009-2011 гг.

- Совместный украино-французский проект «State Fund for Fundamental Research», Grant F33.2/002 – 2013 по настоящее время.

Кроме того, часть исследований была выполнена в рамках проекта поддержки молодых ученых Украины – грант Президента Украины № GP/F32/125, проект «Неоднорідні фазові стани у квантових магнетиках із релятивістськими та складними обмінними взаємодіями».

**Цель и задача исследования.** Основная цель диссертационной работы – теоретическое исследование фазовых переходов и элементарных возбуждений в магнетиках с локализованными спинами с учетом разнообразных магнитных взаимодействий (магнитное дипольное взаимодействие, одноионная анизотропия, магнитоупругое взаимодействие, обмен высших порядков по спиновым операторам). В соответствии с основной целью были поставлены и решены следующие задачи:

1. Исследовать влияние наклонной одноионной анизотропии на формирование однородных и неоднородных фазовых состояний в ультратонких магнитных пленках.
2. Построить модели переориентационных фазовых переходов по концентрации и температуре в соединениях кобальта и интерметаллических соединениях типа терфенол-Д.
3. Исследовать влияние анизотропного гейзенберговского и негейзенберговского обменного взаимодействия на фазовые переходы и спектры элементарных возбуждений.
4. Изучить возможность реализации спиральных магнитных структур в сильноанизотропных гейзенберговских и негейзенберговских фрустрированных ферромагнетиках.
5. Исследовать возможность реализации сверхтвердой магнитной фазы в фрустрированных магнитных системах.

**Объектом исследования** являются анизотропные двух- и трехмерные гейзенберговские и негейзенберговские магнетики.

**Предметом исследования** являются фазовые состояния и спектры возбуждений магнитоупорядоченных систем с учетом различных релятивистских взаимодействий.

**Методы исследования.** В работе используются современные методы теоретической физики наряду с проверенными временем и хорошо зарекомендовавшими себя подходами. В частности, широко используется техника операторов Хаббарда и диаграммная техника для функций Грина, метод бозонизации хаббардовских операторов, представление Голстейна-Примакова и теория фазовых переходов Ландау-Лифшица. Основным достоинством разрабатываемой в работе теории является получение точных аналитических решений, которые сравнивались с известными результатами, полученными, как в экспериментах, так и при численных расчетах. В некоторых случаях, нами также использовались численные расчеты и численный анализ полученных аналитических результатов.

**Научная новизна полученных результатов.** Все задачи, перечисленные выше, являются оригинальными научными проблемами, которые были впервые сформулированы и решены в настоящей работе, а именно:

1. Впервые исследовано влияние наклонной одноионной анизотропий на фазовые состояния ультратонкой магнитной пленки при произвольных значениях константы наклонной анизотропии. Показано, что величина константы наклонной анизотропии существенно влияет на формирование доменной структуры. Установлены области устойчивости различных фазовых состояний, которые могут реализоваться в рассматриваемой модели, и впервые построены фазовые диаграммы для рассматриваемых систем.
2. Предложена модель переориентационных фазовых переходов по концентрации в двух- и трехмерных сплавах  $Fe_{1-x}Co_x$ . В рамках данной модели впервые исследованы фазовые переходы по концентрации в сплаве  $Fe_{1-x}Co_x$  с учетом магнитоупругого и магнитодипольного взаимодействий. Показано, что в двумерной системе, в отличие от трехмерной си-

стемы, может реализоваться новое фазовое состояние – «легкая ось в плоскости». Найдены критические значения концентрации ионов кобальта, соответствующие фазовым переходам, и показано, что эти величины существенно зависят от размерности системы.

3. Предложена модель фазовых переходов по температуре в ультратонком сплаве  $U_2Co_{15}Si_2$ , в рамках которой впервые был проведен точный учет влияния магнитоупругого и магнитодипольного взаимодействий. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными, что позволяет применить использованный подход при исследованиях температурных фазовых переходов как в двухмерных, так и в трехмерных образцах сплава  $U_2Co_{15}Si_2$ .
4. Впервые исследовано влияние биквадратичного обменного взаимодействия на фазовые состояния и фазовые переходы в магнетиках типа терфенол-Д со скомпенсированной одноионной анизотропией. Исследовано влияние магнитоупругого взаимодействия на температурные фазовые переходы. Впервые показано, что влияние магнитоупругого взаимодействия увеличивается с ростом константы билинейного обменного взаимодействия. Полученные результаты могут быть использованы для экспериментального определения констант билинейного и биквадратичного обменного взаимодействий.
5. Впервые исследованы фазовые переходы по материальным константам, внешнему магнитному полю и температуре в негейзенберговских ферромагнетиках с анизотропными обменными взаимодействиями при произвольной величине обменной анизотропии. Предсказана возможность реализации квадрупольной фазы с пространственно-неоднородным распределением тензорных параметров порядка.
6. Впервые исследована возможность реализации спиральной магнитной структуры в сильноанизотропном гейзенберговском и негейзенберговском магнетиках с фрустрированным обменным взаимодействием во внешнем магнитном поле. Показано, что учет большой легкоплоскостной

одноионной анизотропии в гейзенберговском магнетике существенно меняет фазовый портрет системы. Впервые изучено влияние большой одноионной анизотропии на реализацию спиральной магнитной структуры в двумерном фрустрированном магнетике. Предсказана возможность реализации, как спиральной магнитной структуры, так и доменной фазы в рассматриваемых системах.

7. Впервые исследована возможность реализации сверхтвердой магнитной фазы в сильноанизотропном фрустрированном гейзенберговском антиферромагнетике. Доказана возможность реализации сверхтвердой фазы в продольном магнитном поле. Впервые изучены особенности формирования сверхтвердой магнитной фазы в изингоподобном фрустрированном антиферромагнетике с большой легкоплоскостной одноионной анизотропией во внешнем магнитном поле.

**Достоверность полученных результатов** подтверждается выбором теоретических методов для решения конкретных задач диссертационной работы, обеспечивающих точный учет рассматриваемых взаимодействий. Все полученные результаты хорошо согласуются с известными результатам, полученным ранее для различных предельных случаев. Результаты, носящие предсказательный характер, косвенно подтверждаются известными экспериментальными данными. Результаты численных расчетов по полученным аналитическим выражениям соответствуют известным данным прямого компьютерного моделирования.

**Научная и практическая ценность полученных результатов.** В работе исследуются свойства разнообразных магнитных систем, а также проводится подробный анализ фазовых состояний, фазовых переходов и динамических свойств с учетом различных конкурирующих магнитных взаимодействий. В результате автором получены и исследованы теоретические модели, хорошо описывающие экспериментальные данные. Полученные результаты могут быть использованы экспериментаторами при подготовке и проведении экспериментов, а также при объяснении результатов экспериментов. Предложенные в работе

модели могут быть использованы при проектировании и создании магнитных материалов с заранее определенными свойствами. Кроме того, полученные результаты могут быть использованы в учебном процессе при подготовке специальных курсов по магнетизму, физике твердого тела и других.

**Апробация результатов диссертации.** Научные результаты, описанные в диссертации, неоднократно докладывались на разнообразных международных научных конференциях: результаты исследования влияния биквадратичного обменного взаимодействия на формирование пространственно-неоднородных фаз докладывались на X международной конференции "Фізика і технологія тонких плівок" (Ивано-Франковск, 2005) и Annual Conference in Ukraine "Statistical Physics 2005: Modern Problems and New Applications" (Lviv, Ukraine, 2005); результаты исследования систем с анизотропными обменными взаимодействиями докладывались на International Conference "Functional Materials" ICFM-2005 (Partenit, Crimea, Ukraine, 2005), XXII международной школе-семинаре "Новые магнитные материалы микроэлектроники" (Москва, Россия, 2006) и Annual Conference in Ukraine "Statistical Physics 2006. Condensed Matter: Theory and Application" (Kharkiv, Ukraine, 2006); модели фазовых переходов по концентрации впервые докладывались на International Conference "Functional Materials" ICFM-2007 (Partenit, Crimea, Ukraine, 2007), а объяснение экспериментальных результатов исследований различных соединений на основе  $\text{Co}$  с использованием моделей, упомянутых выше, докладывалось на 3 Международной конференции «Физика электронных материалов» (Калуга, Россия, 2008), IV Всеукраинской научно-технической конференции «Актуальные вопросы теоретической и прикладной биофизики, физики и химии» (Севастополь, Украина, 2008), Научной конференции «Ломоносовские чтения» 2008 года и Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2008» (Севастополь, Украина, 2008), Международном форуме по нанотехнологиям (Москва, Россия, 2008), XII International Conference «Physics and Technology of Thin Films and Nanosystems» (Ivano-Frankivsk, 2009), 3-rd Conference "Statistical Physics: Modern Trends and Application" (Lviv, Ukraine, 2009), II Международной

научной конференции “Наноструктурные материалы – 2010: Беларусь, Россия, Украина” (Киев, 2010); результаты исследований возможности реализации спиральной магнитной структуры в системах со сложным обменным взаимодействием докладывались на XXI Международной конференции "Новое в магнетизме и магнитных материалах" (Москва, Россия, 2009), International Conference “Functional Materials” – ICFM-2009 (Partenit, Crimea, Ukraine, 2009); модель фазовых переходов по температуре в интерметаллических соединениях типа терфенол-Д докладывалась на International Conference “Functional Materials” – ICFM-2009 (Partenit, Crimea, Ukraine, 2009); влияние механических граничных условий на динамические и статические свойства ферромагнетиков с конкурирующими анизотропиями докладывались на международной конференции «Nanomaterials: Applications and Properties, NAP-2013» (Alushta, Ukraine, 2013); результаты исследований систем, в которых может реализоваться сверхтвердая магнитная фаза, докладывались на International Conference “Functional Materials” – ICFM'2013 (Yalta, Haspra, Ukraine, 2013). Кроме того, материалы диссертации неоднократно докладывались на научных семинарах в ТНУ им. В.И. Вернадского (Симферополь, Украина), в Институте Физики при Аугсбургском университете (Аугсбург, Германия), в Берлинском техническом университете (Берлин, Германия), а также в рамках летних школ для молодых ученых в Алуште и Новосибирске.

**Публикации.** Результаты, вошедшие в диссертационную работу, были опубликованы в 1 коллективной монографии, в 24 статьях в журналах, входящих в список ВАК Украины, и в 21 докладах, опубликованных в материалах конференций.

**Личный вклад автора.**

В работе [46] автором были получены и проанализированы спектры элементарных возбуждений для продольного поля, проведены численные расчеты и построены фазовые диаграммы, а также проведен анализ полученных результатов.

В работах [57,59,116-118] автор участвовал в постановке задачи и выполнил часть аналитических и численных расчетов.

В работах [119-124] автор участвовал в постановке задачи, предложил теоретическую модель, описывающую рассматриваемые системы, и выполнил часть аналитических и численных расчетов.

В работах [125-127,129-131,134] автор участвовал в постановке задачи и выполнил часть аналитических и численных расчетов, связанную с получением и исследованием спектров элементарных возбуждений.

В работе [128] автором были проведены численные расчеты и исследованы фазовые переходы по температуре.

В работе [132] автором были получены и исследованы спектры элементарных возбуждений в квадрупольных фазах, проведены численные расчеты и исследованы фазовые переходы по температуре.

В работе [133] автором были построены фазовые диаграммы и исследованы температурные фазовые переходы.

В работе [135] автором были проведены численные расчеты и построены фазовые диаграммы

В работах [136,137] автором была предложена постановка задачи и выполнены аналитические и численные расчеты.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, 5 разделов, выводов и списка использованных источников из 226 наименований. Общий объем диссертации составляет 298 страниц текста с 60 рисунками и 1 таблицей.

Во **Введении** проведен анализ состояния проблемы на сегодняшний день, раскрывается ее значимость; сформулированы цели и поставлены задачи исследований; обсуждается достоверность полученных результатов и область их применения.

В **первом разделе** отдельно рассматривается влияние на спиновые состояния двумерной магнитной пленки слабой и сильной наклонной анизотропии, составляющей некоторый угол с нормалью к базисной плоскости, выделяемой

легкоплоскостной анизотропией. А также рассматриваются магнитные пленки, обладающие большой двухосной анизотропией, действующей в плоскости пленки.

Во **втором разделе** предложена модель описывающие влияние концентрации ионов кобальта на фазовые состояния и фазовые переходы по концентрации в  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$ , рассматриваются фазовые переходы по температуре в магнитных пленках сплава  $\text{U}_2\text{Co}_{15}\text{Si}_2$ . А также исследуются фазовые переходы по материальным параметрам и температуре в интерметаллических соединениях типа терфенол-Д, обладающих гигантской магнитострикцией.

В **третьем разделе** изучено влияние магнитоупругого и магнитодипольного взаимодействий на фазовые состояния и фазовые переходы в двумерном ферромагнетике с конкурирующими одноионной анизотропией и анизотропным обменным взаимодействием, как билинейным, так и биквадратичным. А также предложена модель фазовых переходов по материальным константам, внешнему магнитному полю и температуре в изингоподобной системе и ферромагнитных системах, описываемых XY-моделью.

В **четвертом разделе** рассматривается влияние большой одноионной анизотропии на возможность реализации спиральной магнитной структуры в гейзенберговских и негейзенберговских магнетиках, а также фазовые состояния и фазовые переходы в двумерном фрустрированном гейзенберговском магнетике с большой легкоплоскостной анизотропией.

В **пятом разделе** исследуются фазовые состояния и спектры фрустрированного гейзенберговского антиферромагнетика с единичным спином, в котором существенную роль играет легкоплоскостная одноионная анизотропия. Показывается, что в такой системе может реализоваться сверхтвердая магнитная фаза, как в продольном, так и в поперечном магнитном поле. Также изучаются фазовые переходы в изингоподобном антиферромагнетике в зависимости от ориентации внешнего магнитного поля по отношению к базисной плоскости, выделяемой легкоплоскостной анизотропией.

В **Выводах** приведены основные результаты, полученные в диссертационной работе.

## **Раздел 1. Влияние наклонной одноионной анизотропии на фазовые состояния ультратонкой ферромагнитной пленки**

В данном разделе мы рассмотрим влияние одноионной наклонной анизотропии, магнитодипольного и магнитоупругого взаимодействий на фазовые состояния и спектры ультратонкой ферромагнитной пленки. Мы исследуем влияние как слабой наклонно анизотропии, так большой наклонной анизотропии (превосходящей величину обменного взаимодействия).

В **первом подразделе** будет рассмотрено влияние слабой наклонной анизотропии на спиновые состояния двумерной магнитной пленки, обладающей большой легкоплоскостной анизотропией.

Во **втором подразделе** мы рассмотрим спиновые состояния двумерной пленки, обладающей легкоплоскостной одноионной анизотропией и большой наклонной одноионной анизотропией, ось которой образует некоторый угол с нормалью к плоскости пленки.

**Третий подраздел** посвящен исследованиям магнитных пленок, обладающих большой наклонной анизотропией, действующей в плоскости пленки.

## 1.1. Влияние наклонной анизотропии, действующей в плоскости перпендикулярной плоскости пленки, на спиновые состояния в ультратонких сильноанизотропных ферромагнитных пленках

Вначале рассмотрим влияние слабой наклонной анизотропии на фазовые состояния ультратонкой магнитной пленки. Для этого рассмотрим двумерную ферромагнитную пленку, обладающую легкоплоскостной одноионной анизотропией, действующей в плоскости пленки, и наклонной одноионной анизотропией, действующей в плоскости, перпендикулярной плоскости пленки. Пусть плоскость  $XOY$  является плоскостью пленки (базисная плоскость). На рис. 1.1 показана геометрия рассматриваемой системы. Не нарушая общности рассматриваемой задачи, будем считать спин магнитного иона  $S = 1$ , поскольку это минимальное значение спина, при котором возможно наличие одноионной анизотропии. Гамильтониан такой системы можно представить в следующем виде:

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} (J_{nn'} \delta_{ij} + V_{nn'}^{ij}) S_n^i S_{n'}^j + \beta \sum_n O_{2n}^0 - \beta_{xz} \sum_n O_{2n}^{xz}, \quad (1.1)$$

где  $S_n^i$  –  $i$ -я компонента спинового оператора в  $n$ -ом узле кристаллической решетки;  $J_{nn'} > 0$  – обменный интеграл;  $V_{nn'}^{ij}$  – компоненты тензора магнитодипольного взаимодействия;  $\beta > 0$  – константа легкоплоскостной одноионной анизотропии ( $XOY$  – базисная плоскость);  $\beta_{xz} > 0$  – константа наклонной одноионной анизотропии в плоскости  $XOZ$ ;  $O_{2n}^0 = 3(S_n^z)^2 - S(S+1)$  и  $O_{2n}^{xz} = S_n^x S_n^z + S_n^z S_n^x$  – операторы Стивенса [138]. Дальнейшее рассмотрение будем проводить для случая низких температур, много меньших температуры Кюри.

В общем случае компоненты тензора магнитодипольного взаимодействия имеют следующий вид:

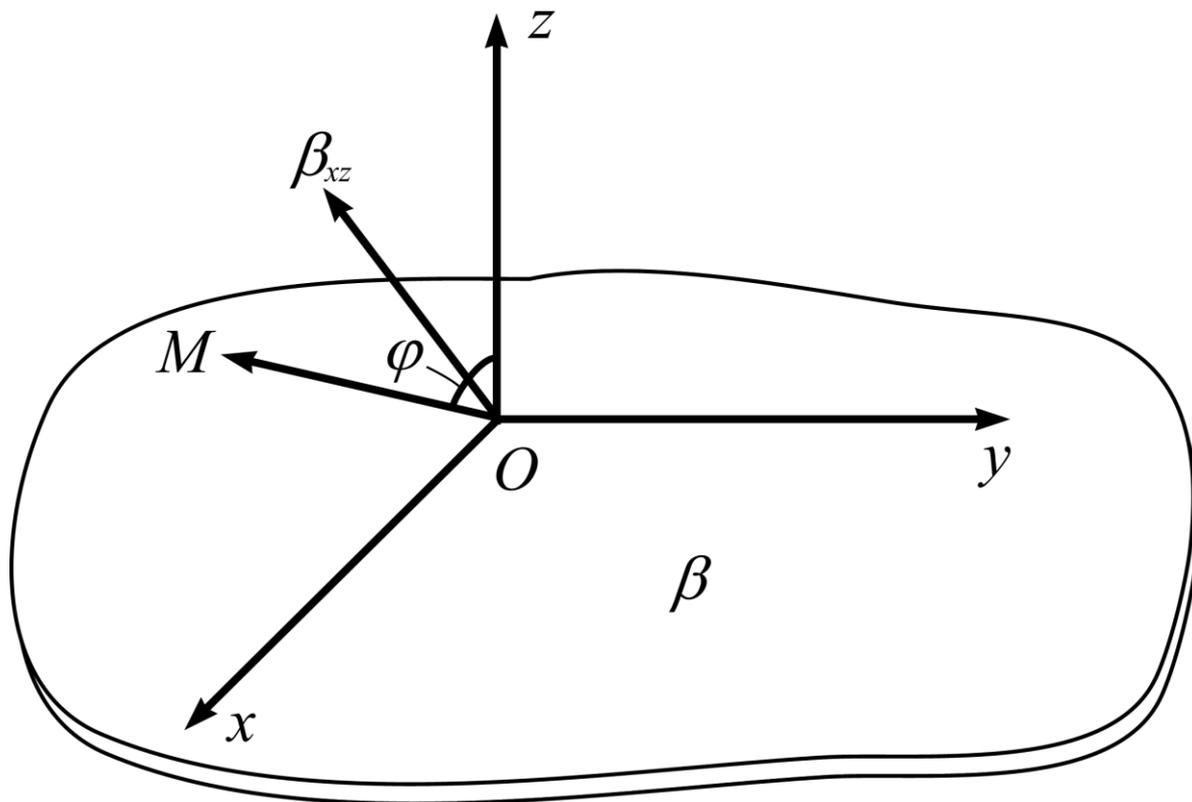
$$V_{nm}^{ij} = (g\mu_B)^2 (3R_{nm}^i R_{nm}^j - \delta_{ij} R_{nm}^2) R_{nm}^{-5}, \quad (1.2)$$

а фурье-образы его компонент были получены в [139]:

$$V_k^{xx} = \frac{A_0}{3} - \Omega_0 k \cos^2 \zeta, \quad V_k^{yy} = \frac{A_0}{3} - \Omega_0 k \sin^2 \zeta, \quad V_k^{zz} = -\frac{2}{3} A_0 + \Omega_0 k, \quad (1.3)$$

$$V_k^{xy} = V_k^{yx} = -\frac{\Omega_0 k}{2} \sin 2\zeta, \quad V_k^{xz} = V_k^{zx} = V_k^{yz} = V_k^{zy} = 0,$$

где  $A_0 = \frac{2}{3} (g\mu_B)^2 \sum_{R \neq 0} R^{-3}$ ;  $\Omega_0 = \frac{2\pi (g\mu_B)^2}{a^2}$ ;  $g$  – гиромагнитное отношение;  $\mu_B$  – магнетон Бора;  $a^2$  – «объем» плоской элементарной ячейки;  $\zeta$  – угол между направлением волнового вектора в плоскости пленки  $XOY$  и осью  $OX$ . Такой вид компонент тензора магнитодипольного взаимодействия учитывает двумерность рассматриваемой системы. Кроме того, волновой вектор имеет только две компоненты и ориентирован в плоскости пленки.



**Рис. 1.1.** Геометрия системы с наклонной анизотропией, действующей в плоскости перпендикулярной плоскости пленки:  $\beta > 0$  – константа легкоплоскостной одноионной анизотропии ( $XOY$  – базисная плоскость);  $\beta_{xz} > 0$  – константа наклонной одноионной анизотропии в плоскости  $XOZ$ . Наклонная анизотропия приводит к ориентации намагниченности под некоторым углом  $\varphi$  к оси квантования  $OZ$ .

Предположим, что константа легкоплоскостной анизотропии существенно меньше обменного взаимодействия, и намагниченность пленки ориентирована в плоскости  $XOZ$ , составляя некоторый угол  $\varphi$  с осью  $OZ$ . Подворачивая систему координат в спиновом пространстве вокруг оси  $OY$  так, чтобы ось  $OZ$  была ориентирована вдоль вектора намагниченности, и выделяя среднее поле, получим одноузельный гамильтониан:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\varphi) = & -H_z(\varphi) \sum_n S_n^z - H_x(\varphi) \sum_n S_n^x + B_{2n}^0(\varphi) \sum_n O_{2n}^0 + \\ & + B_{2n}^2(\varphi) \sum_n O_{2n}^2 - B_{2n}^{xz}(\varphi) \sum_n O_{2n}^{xz}, \end{aligned} \quad (1.4)$$

где  $H_z(\varphi) = [J_0 - A_0(\cos^2 \varphi - 1/3)] \langle S^z \rangle$ ;  $H_x(\varphi) = A_0 \sin 2\varphi \langle S^z \rangle / 2$ ;  $J_0$  – нулевая компонента фурье-образа обменного интеграла;  $B_2^0(\varphi) = \beta(3\cos^2 \varphi - 1)/2 - \beta_{xz} \sin 2\varphi / 2$ ;  $B_2^2(\varphi) = 3\beta \sin^2 \varphi / 2 + \beta_{xz} \sin 2\varphi / 2$ ;  $B_2^{xz}(\varphi) = 3\beta \sin 2\varphi / 2 + \beta_{xz} \cos 2\varphi$ ;  $O_{2n}^2 = (S_n^x)^2 - (S_n^y)^2$ .

Нас интересуют спектры элементарных возбуждений рассматриваемой системы, которые позволяют исследовать не только динамику системы, но и фазовые переходы в ней. Спектры магнонов можно получить, воспользовавшись методом бозонизации операторов Хаббарда [140]. Основная идея метода заключается в построении бозевского аналога гамильтониана (1.1). Первый этап заключается в диагонализации одноузельного гамильтониана (1.4) путем перехода от спиновых операторов к операторам Хаббарда. Далее хаббардовским операторам  $X_n^\alpha$  ставятся в соответствие псевдохаббардовские операторы  $\tilde{X}_n^\alpha$ , связанные с операторами рождения и уничтожения магнонов, и путем диагонализации вторично квантованного гамильтониана получают спектры элементарных возбуждений.

Решая с гамильтонианом (1.4) одноузельную задачу, получим выражения для энергетических уровней магнитного иона:

$$\begin{aligned}
E_1 &= B_2^0(\varphi) - \kappa(\varphi) - \frac{[H_x(\varphi) + B_2^{xz}(\varphi)]^2}{\kappa(\varphi)}, \\
E_0 &= -2B_2^0(\varphi) + \frac{4H_x(\varphi)B_2^{xz}(\varphi)}{\kappa(\varphi)}, \\
E_{-1} &= B_2^0(\varphi) + \kappa(\varphi) + \frac{[H_x(\varphi) - B_2^{xz}(\varphi)]^2}{\kappa(\varphi)};
\end{aligned} \tag{1.5}$$

и собственных функций гамильтониана (1.4):

$$\begin{aligned}
\Psi(1) &= \cos\theta|1\rangle + \frac{H_x(\varphi) + B_2^{xz}(\varphi)}{\sqrt{2\kappa(\varphi)}}|0\rangle - \sin\theta|-1\rangle, \\
\Psi(0) &= -\frac{H_x(\varphi) + B_2^{xz}(\varphi)}{\sqrt{2\kappa(\varphi)}}|1\rangle + |0\rangle + \frac{H_x(\varphi) - B_2^{xz}(\varphi)}{\sqrt{2\kappa(\varphi)}}|-1\rangle, \\
\Psi(-1) &= \sin\theta|1\rangle - \frac{H_x(\varphi) - B_2^{xz}(\varphi)}{\sqrt{2\kappa(\varphi)}}|0\rangle + \cos\theta|-1\rangle;
\end{aligned} \tag{1.6}$$

$$\text{где } \kappa(\varphi) = \sqrt{H_z^2(\varphi) + [B_2^0(\varphi)]^2}; \quad \cos\theta = \sqrt{\frac{\kappa(\varphi) + H_z(\varphi)}{2\kappa(\varphi)}}; \quad \sin\theta = \sqrt{\frac{\kappa(\varphi) - H_z(\varphi)}{2\kappa(\varphi)}}.$$

На базисе собственных функций одноузельного гамильтониана (1.4) построим операторы Хаббарда [140], которые связаны со спиновыми операторами в данном случае следующим образом:

$$\begin{aligned}
S_n^z &= \cos 2\theta (X_n^{11} - X_n^{-1-1}) + \sin 2\theta (X_n^{1-1} + X_n^{-11}) - \frac{H_x(\varphi) + B_2^{xz}(\varphi)}{\sqrt{2\kappa(\varphi)}} (X_n^{10} + X_n^{01}) - \\
&\quad - \frac{H_x(\varphi) - B_2^{xz}(\varphi)}{\sqrt{2\kappa(\varphi)}} (X_n^{0-1} + X_n^{-10}), \\
S_n^+ &= \sqrt{2} \left[ \cos\theta (X_n^{10} + X_n^{0-1}) + \sin\theta (X_n^{-10} - X_n^{01}) \right] + \frac{H_x(\varphi) + B_2^{xz}(\varphi)}{\sqrt{2\kappa(\varphi)}} X_n^{11} - \\
&\quad - \frac{H_x(\varphi) - B_2^{xz}(\varphi)}{\sqrt{2\kappa(\varphi)}} X_n^{-1-1} + \frac{2B_2^{xz}(\varphi)}{\kappa(\varphi)} (X_n^{1-1} - X_n^{00}), \quad S_n^- = (S_n^+)^+.
\end{aligned} \tag{1.7}$$

Одноузельный гамильтониан (1.4) диагонален в терминах операторов Хаббарда:  $\mathcal{H}(\varphi) = \sum_M E_M X_n^{MM}$ , где  $M = \pm 1, 0$ .

Далее хаббардовским операторам  $X_n^\alpha$  ставятся в соответствие псевдохаббардовские операторы  $\tilde{X}_n^\alpha$ , которые связаны с бозевскими операторами рождения и уничтожения магнонов следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}\tilde{X}_n^{11} &= 1 - a_n^+ a_n - b_n^+ b_n; & \tilde{X}_n^{00} &= a_n^+ a_n; & \tilde{X}_n^{-1-1} &= b_n^+ b_n; \\ \tilde{X}_n^{10} &= (1 - a_n^+ a_n - b_n^+ b_n) a_n; & \tilde{X}_n^{01} &= a_n^+; & \tilde{X}_n^{1-1} &= (1 - a_n^+ a_n - b_n^+ b_n) b_n; \\ \tilde{X}_n^{-11} &= b_n^+; & \tilde{X}_n^{0-1} &= a_n^+ b_n; & \tilde{X}_n^{-10} &= b_n^+ a_n.\end{aligned}\quad (1.8)$$

Здесь  $a$  – бозе-операторы, соответствующие переходу иона из состояния  $E_1$  в состояние  $E_0$  и наоборот, а  $b$  – соответствуют переходу из состояния  $E_1$  в состояние  $E_{-1}$  и наоборот.

Перепишем гамильтониан (1.1) через бозевские операторы:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}^{(1)} + \mathcal{H}^{(2)}, \quad (1.9)$$

где

$$\mathcal{H}^{(1)} = -\frac{H_x(\varphi) + B_2^{xz}(\varphi)}{\sqrt{2\kappa(\varphi)}} (J_0 + V_0^{xx} \cos^2 \varphi + V_0^{zz} \sin^2 \varphi) \sum_k (a_k^+ + a_k), \quad (1.10)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{H}^{(2)} &= \sum_k (E_0 - E_1) a_k^+ a_k + \sum_k (E_{-1} - E_1) b_k^+ b_k - \\ &- \frac{1}{2} \sum_k \left\{ (J_k + V_k^{xx} \cos^2 \varphi + V_k^{zz} \sin^2 \varphi) \left[ (1 - \sin 2\theta) \left( a_k^+ a_k + \frac{1}{2} (a_k^+ a_{-k}^+ + a_k a_{-k}) \right) + \right. \right. \\ &+ \left. \frac{\sqrt{2} B_2^{xz}(\varphi)}{\kappa(\varphi)} (a_k^+ b_k + b_k^+ a_k + a_k^+ b_{-k}^+ + a_k b_{-k}) \right] + \\ &+ (J_k + V_k^{yy}) \left[ (1 + \sin 2\theta) \left( a_k^+ a_k - \frac{1}{2} (a_k^+ a_{-k}^+ + a_k a_{-k}) \right) + \right. \\ &+ \left. \frac{\sqrt{2} B_2^{xz}(\varphi)}{\kappa(\varphi)} (a_k^+ b_k + b_k^+ a_k - a_k^+ b_{-k}^+ - a_k b_{-k}) \right] + \\ &+ \left. i V_k^{xy} \cos \varphi \left[ \cos 2\theta (a_k^+ a_{-k}^+ - a_k a_{-k}) + \frac{2\sqrt{2} B_2^{xz}(\varphi)}{\kappa(\varphi)} (a_k^+ b_{-k}^+ - a_k b_{-k}) \right] \right\}.\end{aligned}\quad (1.11)$$

Из условия обращения в ноль амплитуды гамильтониана (1.10) найдем связь между углом ориентации намагниченности и материальными параметрами системы:

$$\tan 2\varphi = -\frac{2\beta_{xz}}{3\beta + A_0}. \quad (1.12)$$

Подставляя выражение (1.12) в выражение для эффективной константы анизотропии  $B_2^{xz}(\varphi)$ , получим:

$$B_2^{xz}(\varphi) = \beta_{xz} \left( 1 - \frac{3\beta}{3\beta + A_0} \right) \cos 2\varphi. \quad (1.13)$$

Выражение (1.13) обращается в ноль при условии, что  $\beta \gg A_0$ . Дальнейшее рассмотрение будем проводить в этом приближении. Тогда гамильтониан (1.11) не содержит перекрестных по бозевским операторам слагаемых:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}^{(2)} = & \sum_k (E_0 - E_1) a_k^+ a_k + \sum_k (E_{-1} - E_1) b_k^+ b_k - \\ & - \frac{1}{2} \sum_k \left\{ \left[ J_k + V_k^{xx}(\psi) \cos^2 \varphi + V_k^{zz}(\psi) \sin^2 \varphi \right] (1 - \sin 2\theta) \times \right. \\ & \times \left[ a_k^+ a_k + \frac{1}{2} (a_k^+ a_{-k}^+ + a_k a_{-k}) \right] + \left[ J_k + V_k^{yy}(\psi) \right] (1 + \sin 2\theta) \times \\ & \left. \times \left[ a_k^+ a_k - \frac{1}{2} (a_k^+ a_{-k}^+ + a_k a_{-k}) \right] + i V_k^{xy}(\psi) \cos \varphi \cos 2\theta (a_k^+ a_{-k}^+ - a_k a_{-k}) \right\}. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Диагонализуя гамильтониан (1.14)  $u$ - $v$  преобразованием Боголюбова [75], получим:

$$\mathcal{H}^{(2)} = \sum_k \varepsilon_\alpha(k) \alpha_k^+ \alpha_k + \sum_k \varepsilon_\beta(k) \beta_k^+ \beta_k. \quad (1.15)$$

Здесь  $\varepsilon_\alpha(k)$  и  $\varepsilon_\beta(k)$  спектры низкочастотных и высокочастотных магнонов, соответственно, и имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha^2(k) = & \left\{ E_0 - E_1 - \frac{1}{2} \left[ (J_k + V_k^{xx}(\zeta) \cos^2 \varphi + V_k^{zz}(\zeta) \sin^2 \varphi) \left( 1 - \frac{B_2^2(\varphi)}{\kappa(\varphi)} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + (J_k + V_k^{yy}(\zeta)) \left( 1 + \frac{B_2^2(\varphi)}{\kappa(\varphi)} \right) \right] \right\}^2 - \frac{1}{4} \left[ (J_k + V_k^{xx}(\zeta) \cos^2 \varphi + V_k^{zz}(\zeta) \sin^2 \varphi) \times \right. \end{aligned} \quad (1.16)$$

$$\left. \times \left( 1 - \frac{B_2^2(\varphi)}{\kappa(\varphi)} \right) - (J_k + V_k^{yy}(\zeta)) \left( 1 + \frac{B_2^2(\varphi)}{\kappa(\varphi)} \right) \right]^2 - (V_k^{xy}(\zeta))^2 \cos^2 \varphi \cos^2 2\theta,$$

$$\varepsilon_\beta(k) = E_{-1} - E_1. \quad (1.17)$$

Очевидно, что спектр высокочастотных магнонов (1.17) является бездисперсионным, и мы сфокусируем наше внимание на низкочастотном спектре (1.16). Напомним, что волновой вектор  $k$  ориентирован в плоскости  $XOY$  и составляет некоторый угол  $\zeta$  с осью  $OX$ . Не нарушая общности рассматриваемой задачи, но существенно упрощая ее, мы можем рассмотреть два предельных случая ориентации волнового вектора: параллельно оси  $OX$  ( $\zeta = 0$ ) и параллельно оси  $OY$  ( $\zeta = \pi/2$ ). Фурье-образы компонент тензора магнитодипольного взаимодействия в указанных случаях имеют следующий вид:

$$1. \zeta = 0: \quad V_k^{xx} = \frac{A_0}{3} - \Omega_0 k, \quad V_k^{yy} = \frac{A_0}{3}, \quad V_k^{zz} = -\frac{2}{3}A_0 + \Omega_0 k, \quad V_k^{ij} = 0 (i \neq j). \quad (1.18)$$

$$2. \zeta = \frac{\pi}{2}: \quad V_k^{xx} = \frac{A_0}{3}, \quad V_k^{yy} = \frac{A_0}{3} - \Omega_0 k, \quad V_k^{zz} = -\frac{2}{3}A_0 + \Omega_0 k, \quad V_k^{ij} = 0 (i \neq j). \quad (1.19)$$

Теперь рассмотрим каждый из этих случаев более подробно.

1.  $\zeta = 0$ . В этом случае спектр низкочастотных магнонов в длинноволновом пределе имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha^2(k) = & \left\{ 2\beta_{xz} \sin 2\varphi - 3\beta \cos 2\varphi - \frac{A_0}{3} (4 \cos 2\varphi - \sin^2 \varphi) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{J_0} \left[ (B_2^2(\varphi))^2 + H_x^2(\varphi) + 6H_x(\varphi)B_2^{xz}(\varphi) + (B_2^{xz}(\varphi))^2 \right] + \Omega_0 k \cos 2\varphi + \alpha k^2 \right\} \times \\ & \times \left\{ \beta_{xz} \sin 2\varphi - 3\beta \cos^2 \varphi - A_0 \cos^2 \varphi + \right. \\ & \left. + \frac{1}{J_0} \left[ (B_2^2(\varphi))^2 + H_x^2(\varphi) + 6H_x(\varphi)B_2^{xz}(\varphi) + (B_2^{xz}(\varphi))^2 \right] + \alpha k^2 \right\}, \end{aligned} \quad (1.20)$$

где  $\alpha = J_0 R_0^2$ ,  $R_0$  – радиус обменного взаимодействия. Прежде всего, в выражении (1.20) необходимо обратить внимание на слагаемое вида  $\Omega_0 k \cos 2\varphi$ , знак которого определяется величиной угла ориентации магнитного момента  $\varphi$ . Очевидно, что когда угол ориентации намагниченности больше  $\pi/4$ , то  $\cos 2\varphi < 0$ , и мы получим так называемый «неоднородный» спектр элементарных возбуждений – знаки при линейных и квадратичных по  $k$  слагаемых будут разные. Благодаря этому, минимуму энергии элементарных возбуждений соответствует

не нулевое значение модуля волнового вектора ( $k = 0$ ), а некоторое критическое значение  $k = k^*$ , причем одному значению энергии могут соответствовать разные значения волнового вектора. Если угол ориентации намагниченности меньше, чем  $\pi/4$ , тогда  $\cos 2\varphi > 0$ , и мы получим «стандартный» вид спектра элементарных возбуждений с минимум при  $k = 0$ .

Напомним, что мы рассматриваем случай слаборазориентированных магнитных пленок, т.е.  $\beta_{xz} < A_0$ ,  $\Omega_0 < \beta < J_0$ . В этом случае выражение (1.12), определяющее связь между ориентацией намагниченности и соотношением материальных параметров в рассматриваемой системе, имеет единственное решение:

$$\tan \varphi = (3\beta + A_0)/\beta_{xz}, \quad (1.21)$$

которое соответствует ориентации намагниченности близкой к базисной плоскости:  $\tan \varphi \sim 1$ , следовательно,  $\varphi \leq \pi/2$ , при этом  $\cos 2\varphi = -\frac{(3\beta + A_0)^2 - \beta_{xz}^2}{(3\beta + A_0)^2 + \beta_{xz}^2} < 0$ .

Таким образом, в системе возможна реализации пространственно неоднородной фазы с периодом  $1/k^* = 2\alpha/\Omega_0$ . С учетом (1.21), щель в спектре (1.20) обращается в ноль при

$$\beta_{ox}^c = 2\left(\sqrt{J_0^2 - 5J_0A_0/3 - \beta_{xz}^2 + J_0\Omega_0^2/(4\alpha) - J_0}\right)/3, \quad (1.22)$$

что соответствует фазовому переходу из угловой фазы в пространственно неоднородную.

2.  $\zeta = \pi/2$ . В этом случае спектр низкочастотных магнонов в длинноволновом пределе имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha^2(k) = & \left\{ 2\beta_{xz} \sin 2\varphi - 3\beta \cos^2 \varphi - A_0 \cos 2\varphi + \right. \\ & \left. + \frac{1}{J_0} \left[ \left( B_2^2(\varphi) \right)^2 + H_x^2(\varphi) + 6H_x(\varphi)B_2^{xz}(\varphi) + \left( B_2^{xz}(\varphi) \right)^2 \right] - \Omega_0 k \sin^2 \varphi + \alpha k^2 \right\} \times \\ & \times \left\{ \beta_{xz} \sin 2\varphi - 3\beta \cos^2 \varphi - A_0 \cos^2 \varphi + \right. \\ & \left. + \frac{1}{J_0} \left[ \left( B_2^2(\varphi) \right)^2 + H_x^2(\varphi) + 6H_x(\varphi)B_2^{xz}(\varphi) + \left( B_2^{xz}(\varphi) \right)^2 \right] + \Omega_0 k + \alpha k^2 \right\}. \end{aligned} \quad (1.23)$$

Как и в предыдущем случае, при такой ориентации волнового вектора также возможна реализация неоднородной фазы. Учитывая (1.21), получим, что щель в магннном спектре (1.23) обращается в ноль при

$$\beta_{OY}^C = \sqrt{J_0 \Omega_0^2 / \alpha - 4J_0 A_0 - 4\beta_{xz}^2} / 3. \quad (1.24)$$

При этом также происходит фазовый переход из угловой фазы в «неоднородную».

Сравнение выражений (1.22) и (1.24), показывает, что критические значения одноионной анизотропии существенно отличаются для разных ориентаций волнового вектора. Данный результат хорошо согласуется с полученными нами ранее результатами [57-59].

Анализ выражений (1.22) и (1.24) также указывает на то, что реализация пространственно неоднородной фазы возможна не при произвольных значениях константы наклонной анизотропии, а только при определенных условиях и изменяется в зависимости от ориентации волнового вектора в плоскости пленки. Например, в случае ориентации волнового вектора вдоль оси OX  $\beta_{xz}^{OX} \leq \sqrt{J_0 (\Omega_0^2 / (4\alpha) - 5A_0 / 3)}$ , а в случае ориентации волнового вектора вдоль оси OY  $\beta_{xz}^{OY} \leq \sqrt{J_0 (\Omega_0^2 / 4\alpha - A_0)}$ . Это связано с тем, что в фазе с пространственно-неоднородным распределением намагниченности существенную роль играет волновой вектор  $k$ , определяющий направление распространения спиновых волн. И поскольку наклонная анизотропия действует в плоскости XOZ, ее влияние будет ослабевать по мере отклонения волнового вектора от оси OX, и будет наименьшим, когда волновой вектор параллелен оси OY.

Теперь рассмотрим случай преобладающей легкоплоскостной одноионной анизотропии, когда энергия легкоплоскостной одноионной анизотропии  $\beta$  существенно превосходит все остальные взаимодействия, включая энергию обменного взаимодействия  $J_0$ :  $\beta > J_0 \gg A_0 > \beta_{xz}$ . Как было показано в [46-49,52,54], при  $\beta_{xz} = 0$  в сильно анизотропном легкоплоскостном магнетике возможна реализация магнитоупорядоченного состояния с  $\langle S^z \rangle = 0$ , характеризуе-

мого не векторным, а тензорным параметром порядка. Это фазовое состояние получило название квадрупольной фазы. В рассматриваемом случае параметрами порядка являются компоненты тензора квадрупольного момента:  $q_2^0 = \langle O_2^0 \rangle$ ,  $q_2^2 = \langle O_2^2 \rangle$  и  $q_2^{xz} = \langle O_2^{xz} \rangle$ . Чтобы упростить задачу, как и ранее, выполним поворот системы координат в спиновом пространстве на угол  $\varphi$ . Это приведет к диагонализации тензора квадрупольного момента ( $q_2^{xz} = 0$ ), при этом геометрическим образом квадрупольной фазы является бесконечно тонкий диск в плоскости ХОУ в повернутой системе координат [141]. После этого унитарного преобразования константы эффективных одноионных анизотропий в квадрупольной фазе будут иметь следующий вид:  $B_2^0(\varphi) = \beta/4 + \sqrt{9\beta^2 + 4\beta_{xz}^2}/4$ ,  $B_2^2(\varphi) = 3\beta/4 - \sqrt{9\beta^2 + 4\beta_{xz}^2}/4$ , а  $B_2^{xz}(\varphi) = 0$ , и одноузельный гамильтониан (1.4) примет более простой вид:

$$\mathcal{H}(\varphi) = B_{2n}^0(\varphi) \sum_n O_{2n}^0 + B_{2n}^2(\varphi) \sum_n O_{2n}^2, \quad (1.25)$$

Как и ранее, будем исследовать систему при температурах, много меньших температуры Кюри. Решая с гамильтонианом (1.25) одноузельную задачу, найдем энергетические уровни магнитного иона в квадрупольной фазе и собственные функции гамильтониана (1.25):

$$E_1 = \beta, \quad E_0 = -\beta/2 - \sqrt{9\beta^2 + 4\beta_{xz}^2}/2, \quad E_{-1} = -\beta/2 + \sqrt{9\beta^2 + 4\beta_{xz}^2}/2 \quad (1.26)$$

$$\Psi(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-1\rangle, \quad \Psi(0) = |0\rangle, \quad \Psi(-1) = \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-1\rangle. \quad (1.27)$$

Из выражений (1.26) видно, что в системе происходит инверсия энергетических уровней, и нижайшим энергетическим уровнем становится  $E_0$  ( $E_0 < E_1 < E_{-1}$ ).

Дальнейшее рассмотрение будем проводить, используя технику операторов Хаббарда, описывающих переход системы из состояния  $\Psi_n(M)$  в состояние  $\Psi_n(M')$  [46,140,142]. Связь спиновых операторов с операторами Хаббарда в квадрупольной фазе также существенно упрощается по сравнению со случаем, рассмотренным выше, и имеет вид:

$$S_n^z = X_n^{-11} + X_n^{1-1}, S_n^+ = X_n^{10} - X_n^{01} + X_n^{0-1} + X_n^{-10}, S_n^- = (S_n^+)^+. \quad (1.28)$$

Воспользовавшись выражениями (1.28), найдем параметры порядка в квадрупольной фазе:

$$\langle S^z \rangle = 0, q_2^0 = \langle O_2^0 \rangle = -2, q_2^2 = \langle O_2^2 \rangle = 0, q_2^z = \langle O_2^{xz} \rangle = 0. \quad (1.29)$$

Как хорошо известно, спектры элементарных возбуждений определяются полюсами функции Грина [143]:

$$G^{\alpha\alpha'}(n, \tau; n', \tau') = -\langle \hat{T} \tilde{X}_n^\alpha(\tau) \tilde{X}_{n'}^{\alpha'}(\tau') \rangle, \quad (1.30)$$

где  $\hat{T}$  – оператор Вика;  $\tilde{X}_n^\alpha(\tau) = \exp(-\mathcal{H}\tau) X_n^\alpha \exp(\mathcal{H}\tau)$  – операторы Хаббарда в представлении взаимодействия, причем усреднение ведется с полным гамильтонианом (1.1);  $\vec{\alpha}$  – так называемые, корневые векторы, определяемый алгеброй операторов Хаббарда [46,140,142].

Поскольку вычисления проводятся в приближении среднего поля, нам в дальнейшем понадобится только «поперечная» часть обменного гамильтониана, которую в терминах операторов Хаббарда можно представить следующим образом

$$\mathcal{H}_{\text{int}}^\perp = -\frac{1}{2} \sum_{\substack{n, n' \\ \alpha, \beta}} B_n(\alpha) \hat{A}_{nn'} B_{n'}^T(\beta) X_n^\alpha X_{n'}^\beta, \quad (1.31)$$

где  $\vec{B}(\alpha) = [\gamma_\parallel(\alpha) \quad \gamma_\perp(\alpha) \quad \gamma_\perp^*(\alpha)]$ ;  $\gamma_{\parallel(\perp)}(\alpha)$  определяются из связи спиновых операторов с операторами Хаббарда:

$$S_n^+ = \sum_\alpha \gamma_\perp(\alpha) X_n^\alpha, S_n^- = \sum_\alpha \gamma_\perp^*(-\alpha) X_n^\alpha,$$

$$S_n^z = \sum_\alpha \gamma_\parallel(\alpha) X_n^\alpha;$$

$$\hat{A}_{nn'} = \begin{pmatrix} J_{nn'} + V_{nn'}^{zz} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4}(V_{nn'}^{xx} - V_{nn'}^{yy} - iV_{nn'}^{xy}) & \frac{1}{4}(2J_{nn'} + V_{nn'}^{xx} + V_{nn'}^{yy} + iV_{nn'}^{xy}) \\ 0 & \frac{1}{4}(2J_{nn'} + V_{nn'}^{xx} + V_{nn'}^{yy} - iV_{nn'}^{xy}) & \frac{1}{4}(V_{nn'}^{xx} - V_{nn'}^{yy} + iV_{nn'}^{xy}) \end{pmatrix}.$$

Дисперсионное уравнение для функции Грина (1.30) в приближении среднего поля имеет следующий вид:

$$\det \left\| \delta_{ij} + G_0^\alpha(\varepsilon_n) b(\alpha) B_{ij}(\alpha) \right\| = 0, \quad (1.32)$$

где  $G_0^\alpha(\varepsilon_n) = [i\varepsilon_n + \vec{\alpha}\vec{E}]^{-1}$  – нулевая функция Грина,  $b(\alpha) = \langle \vec{\alpha}\vec{X} \rangle_0$  – концевые множители. Уравнение (1.32) справедливо при любом соотношении материальных констант, а его решение позволяет найти спектры элементарных возбуждений:

$$\varepsilon_1^2(k) = \left( \frac{3}{2}\beta + \frac{1}{2}\sqrt{9\beta^2 + 4\beta_{xz}^2} \right) \times \left[ \frac{3}{2}\beta + \frac{1}{2}\sqrt{9\beta^2 + 4\beta_{xz}^2} - 2 \left( J_0 - \alpha k^2 + \frac{A_0}{3} - \Omega_0 k \sin^2 \zeta \right) \right], \quad (1.33)$$

$$\varepsilon_2^2(k) = \sqrt{9\beta^2 + 4\beta_{xz}^2} \left[ \sqrt{9\beta^2 + 4\beta_{xz}^2} - 2 \left( J_0 - \alpha k^2 + \frac{A_0}{3} - \Omega_0 k \cos^2 \zeta \right) \right], \quad (1.34)$$

Спектр  $\varepsilon_1(k)$  является низкочастотным, а  $\varepsilon_2(k)$ , соответственно, высокочастотным. Следует отметить что в (1.33) и (1.34) линейные и квадратичные по волновому вектору члены имеют одинаковые знаки, а, следовательно, в отличие от случая малых одноионных анизотропий, минимум энергии элементарных возбуждений будет наблюдаться при  $k = 0$ . Из условия обращения в ноль щели в низкочастотном спектре  $\varepsilon_1(k)$  найдем значение константы анизотропии  $\beta$ , при котором рассматриваемое фазовое состояние теряет устойчивость:

$$\beta_c = \frac{2}{3}J_0 + \frac{2}{9}A_0 - \frac{\beta_{xz}^2}{6J_0 + 2A_0}. \quad (1.35)$$

Как видно из (1.35), критическое значение константы легкоплоскостной анизотропии не зависит от ориентации волнового вектора. Это связано с тем, что в квадрупольной фазе намагниченность (на один узел) не просто равна нулю, но и компоненты тензора квадрупольных моментов лежат в базисной плоскости ( $q_2^0 = -2$ ,  $q_2^2 = 0$ ). Это приводит к тому, что влияние магнитодипольного взаимодействия проявляется только в статической перенормировке щели в спектре

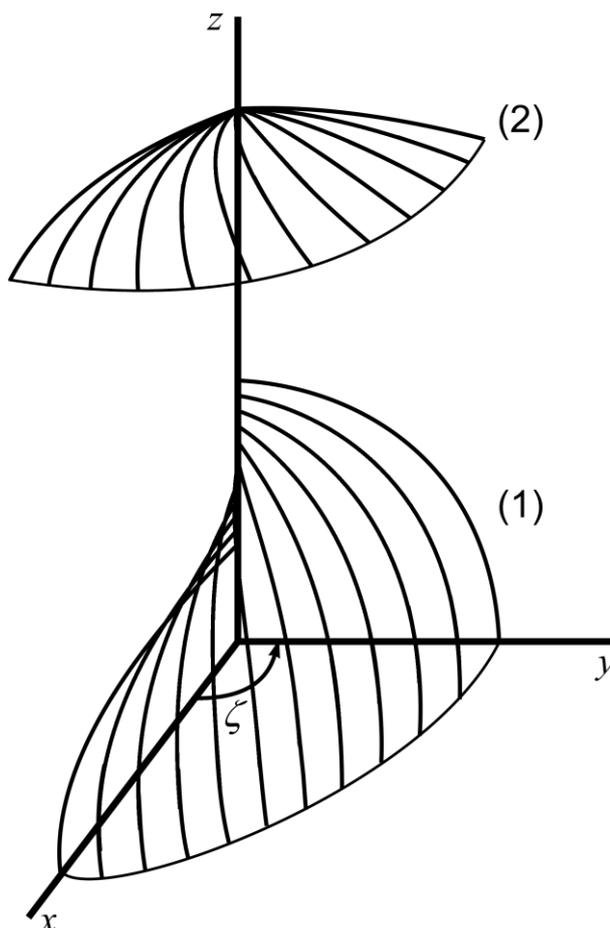
магнонов (1.35), но не проявляется динамически, и, следовательно, минимум энергии возбуждения соответствует  $k = 0$ .

Таким образом, анализ спектральных закономерностей двумерной ферромагнитной пленки с легкоплоскостной и наклонной одноионными анизотропиями позволяет утверждать, что в рассматриваемой системе в зависимости от соотношения материальных параметров, возможна реализация трех фазовых состояний. В случае малой легкоплоскостной анизотропии ( $\beta_{xz}, A_0, \Omega_0 < \beta < J_0$ ) в системе реализуется угловая ферромагнитная (УФ) фаза, благодаря влиянию наклонной одноионной анизотропии. В этой фазе равновесный угол ориентации намагниченности зависит от констант анизотропии следующим образом  $\varphi_0 = \arctan((3\beta + A_0)/\beta_{xz})$ , и при  $\beta_{xz} = 0$  достигает предельного значения  $\pi/2$ , что соответствует легкоплоскостной ферромагнитной фазе. При увеличении  $\beta$  система переходит в пространственно неоднородную (ПН) фазу с неоднородным распределением намагниченности с периодом  $1/k^* = 2\alpha/\Omega_0$ . Если  $\beta > J_0$ , система переходит в квадрупольную (КУ) фазу, характеризуемую тензорными параметрами порядка.

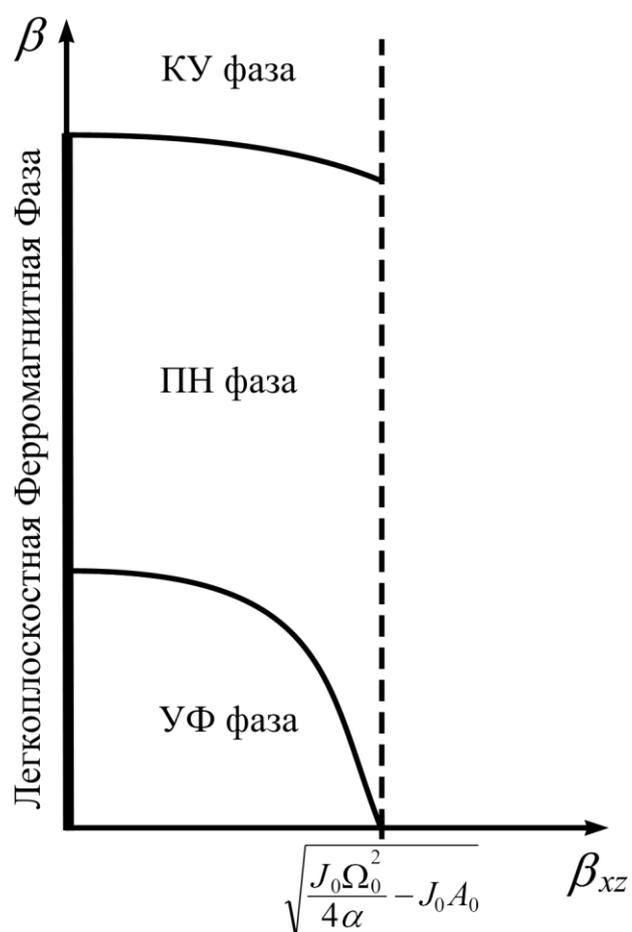
Проведенный выше анализ позволяет построить качественную фазовую диаграмму системы (см. рис. 1.2). Фазовая диаграмма построена в цилиндрической системе координат, при этом  $OZ \rightarrow \beta$ ,  $\rho \rightarrow \beta_{xz}$ , а угол  $\zeta$  определяет ориентацию волнового вектора в плоскости  $XOY$ . Как видно из рис. 1.2, поверхность (1), разделяющая УФ фазу и ПН фазу, имеет довольно сложный вид и существенно зависит от ориентации вектора  $k$ . Это обстоятельство связано с тем, что при изменении направления волнового вектора начинают «играть» различные компоненты тензора магнитодипольного взаимодействия (см. формулу (1.3)). Кроме того, поверхность (2), разделяющая ПН фазу и КУ фазу, не зависит от угла  $\zeta$ , т.е. от ориентации волнового вектора. Это связано с тем, что в КУ фазе намагниченность (на один узел) равна нулю, и, следовательно, влияние магнитодипольного взаимодействия сводится лишь к статической, но не динамической, перенормировке спектров элементарных возбуждений. Для большей

наглядности на рис. 1.3 приведено сечение фазовой диаграммы исследуемой системы в плоскости  $(\beta_{xz}, \beta)$  при  $\zeta = \pi/2$ .

Необходимо отметить, что если бы в системе отсутствовала наклонная анизотропия, в ней могли бы реализоваться следующие фазовые состояния: легкоплоскостная ферромагнитная фаза и квадрупольная фаза. Таким образом, учет наклонной легкоосной анизотропии приводит к реализации двух дополнительных фазовых состояний: УФ фазы и ПН фазы.



**Рис. 1.2.** Фазовая диаграмма легкоплоскостного ферромагнетика с наклонной анизотропией при произвольной ориентации волнового вектора ( $0 \leq \zeta \leq \pi/2$ ). Поверхность (1) разделяет УФ фазу и ПН фазу. Поверхность (2) разделяет ПН фазу и КУ фазу.



**Рис. 1.3.** Сечение фазовой диаграммы, показанной на рис. 1.2, для случая  $\zeta = \pi/2$ .

## 1.2. Влияние большой наклонной анизотропии, действующей в плоскости перпендикулярной плоскости пленки, на спиновые состояния в ультратонких ферромагнитных пленках

Выше мы рассмотрели систему, обладающую наклонной анизотропией малой, по сравнению с легкоплоскостной одноионной анизотропией и обменным взаимодействием. В этом подразделе нам хотелось бы подробно рассмотреть случай, когда энергия наклонной анизотропии превосходит или сравнима с указанными взаимодействиями. Вначале рассмотрим случай, когда обменное взаимодействие превосходит величину наклонной анизотропии ( $J_0 > \beta_{xz}$ ), энергия которой в свою очередь превосходит энергию легкоплоскостной одноионной анизотропии ( $\beta_{xz} > \beta$ ,  $ХОУ$  – базисная плоскость). Гамильтониан такой системы можно представить в виде (1.1). Дальнейшее рассмотрение, как и ранее, будем проводить для случая низких температур, много меньших температуры Кюри.

Поворачивая систему координат в спиновом пространстве вокруг оси  $OY$  на угол  $\varphi$  так, чтобы магнитный момент был направлен по оси  $OZ$ , и выделяя среднее поле, получим одноузельный гамильтониан (1.4). Решая одноузельную задачу, получим энергетические уровни магнитного иона

$$\begin{aligned}
 E_1 &= \left( B_2^0 - \bar{H}_z \cos 2\alpha + B_2^2 \sin 2\alpha \right) \cos^2 \delta + \frac{B_2^{xz} - \bar{H}_x}{\sqrt{2}} (\cos \alpha - \sin \alpha) \sin 2\delta, \\
 E_0 &= \left( B_2^0 - \bar{H}_z \cos 2\alpha + B_2^2 \sin 2\alpha \right) \sin^2 \delta - \frac{B_2^{xz} - \bar{H}_x}{\sqrt{2}} (\cos \alpha - \sin \alpha) \sin 2\delta, \\
 E_{-1} &= B_2^0 + \bar{H}_z \cos 2\alpha - B_2^2 \sin 2\alpha,
 \end{aligned} \tag{1.36}$$

и собственные функции гамильтониана (1.4) для случая большой наклонной анизотропии

$$\begin{aligned}
 |\Psi(1)\rangle &= \cos \alpha \cos \delta |1\rangle + \sin \delta |0\rangle + \sin \alpha \cos \delta |-1\rangle, \\
 |\Psi(0)\rangle &= -\cos \alpha \cos \delta |1\rangle + \cos \delta |0\rangle + \sin \alpha \sin \delta |-1\rangle, \\
 |\Psi(-1)\rangle &= -\sin \alpha |1\rangle + \cos \alpha |-1\rangle.
 \end{aligned} \tag{1.37}$$

Параметры  $\alpha$  и  $\delta$  – параметры обобщенного  $u$ - $v$  преобразования [144], возникающие при диагонализации гамильтониана (1.4).

На базисе собственных функций (1.37) одноузельного гамильтониана, построим операторы Хаббарда  $X^{MM'} = |\Psi(M')\rangle\langle\Psi(M)|$  [142], связанные со спиновыми операторами следующим образом:

$$\begin{aligned}
S^z &= \cos 2\alpha \cos^2 \delta X^{11} + \cos 2\alpha \sin^2 \delta X^{00} - \cos 2\alpha X^{-1-1} - \\
&\quad - \frac{1}{2} \cos 2\alpha \sin 2\delta (X^{10} + X^{01}) + \sin 2\alpha \sin \delta (X^{0-1} + X^{-10}) - \\
&\quad - \sin 2\alpha \cos \delta (X^{1-1} + X^{-11}), \quad S^- = (S^+)^+, \\
S^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \sin 2\delta (\cos \alpha + \sin \alpha) X^{11} - \sin 2\delta (\cos \alpha + \sin \alpha) X^{00} \right] + \\
&\quad + \sqrt{2} \left[ (\cos \alpha \cos^2 \delta - \sin \alpha \sin^2 \delta) X^{10} + (\sin \alpha \cos^2 \delta - \cos \alpha \sin^2 \delta) X^{01} + \right. \\
&\quad \left. + \cos \alpha \cos^2 \delta X^{0-1} - \sin \alpha \cos \delta X^{-10} + \cos \alpha \sin \delta X^{1-1} - \sin \alpha \sin \delta X^{-11} \right].
\end{aligned} \tag{1.38}$$

Как следует из вида энергетических уровней (1.36), при рассматриваемом соотношении параметров системы ( $J_0 > \beta_{xz} > \beta$ ), нижайшим энергетическим уровнем, соответствующим основному состоянию, будет уровень  $E_1$ . Это означает, что в низкотемпературном пределе, который мы исследуем, уровень  $E_1$  определяет плотность свободной энергии. Из анализа плотности свободной энергии системы можно определить параметры  $\alpha$  и  $\delta$  обобщенного  $u$ - $v$  преобразования, а также значение равновесного угла  $\varphi$ , которые имеют следующие значения:

$$\tan 2\varphi = -2\beta_{xz}/(\beta + 2A_0); \quad \tan 2\alpha = -B_z^2/\bar{H}_z; \quad \delta = 0. \tag{1.39}$$

Используя соотношения (1.38) и найденные значения параметров  $\alpha$  и  $\delta$ , а также значение равновесного угла  $\varphi$  (1.39), получим, что  $\langle S^z \rangle \approx 1$ . Такое значение параметра порядка характерно для ферромагнитного упорядочения, и это состояние, в данном случае, мы назовем угловой ферромагнитной (УФ) фазой.

Нас интересуют спектры элементарных возбуждений рассматриваемой системы, которые позволяют исследовать не только динамику системы, но и линии (точки) устойчивости соответствующих фаз. Спектры магнонов можно

получить, воспользовавшись, как и в предыдущем разделе, методом бозонизации операторов Хаббарда [140].

Используя выражения (1.39), перепишем энергетические уровни (1.36) и волновые функции (1.37) системы следующим образом:

$$E_1 = B_2^0 - \kappa, \quad E_0 = 0, \quad E_{-1} = B_2^0 + \kappa, \quad (1.40)$$

$$\begin{aligned} |\Psi(1)\rangle &= \sqrt{(\kappa + \bar{H}_z)/(2\kappa)}|1\rangle + \sqrt{(\kappa - \bar{H}_z)/(2\kappa)}|-1\rangle, \quad |\Psi(0)\rangle = |0\rangle, \\ |\Psi(-1)\rangle &= -\sqrt{(\kappa - \bar{H}_z)/(2\kappa)}|1\rangle + \sqrt{(\kappa + \bar{H}_z)/(2\kappa)}|-1\rangle, \end{aligned} \quad (1.41)$$

где  $\kappa = \sqrt{\bar{H}_z^2 + (B_2^0)^2}$ .

Построенные на базисе волновых функций системы операторы Хаббарда, для данного случая связаны со спиновыми операторами следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} S^z &= \frac{\bar{H}_z}{\kappa} (X^{11} - X^{-1-1}) + \frac{B_2^0}{\kappa} (X^{1-1} + X^{-11}), \\ S^+ &= \sqrt{(\kappa + \bar{H}_z)/\kappa} (X^{10} + X^{0-1}) + \sqrt{(\kappa - \bar{H}_z)/\kappa} (X^{01} - X^{-10}), \quad S^- = (S^+)^+ \end{aligned} \quad (1.42)$$

Далее хаббардовским операторам ставятся в соответствие псевдохаббардовские операторы, связанные с бозевскими операторами рождения и уничтожения соотношениями (1.8). Используя выражения (1.8), перепишем гамильтониан (1.1) в терминах вторично квантованных операторов:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= \sum_k (E_0 - E_1) a_k^+ a_k + \sum_k (E_{-1} - E_1) b_k^+ b_k - \\ &- \frac{1}{4} \sum_k \left\{ \left[ J_k + \frac{V_k^{xx} + V_k^{zz} + (V_k^{xx} - V_k^{zz}) \cos 2\theta}{2} \right] \left( 1 + \frac{B_2^0}{\kappa} \right) (2a_k^+ a_k + a_k^+ a_{-k}^+ + a_k a_{-k}) + \right. \\ &\left. + (J_k + V_k^{yy}) \left( 1 - \frac{B_2^0}{\kappa} \right) (2a_k^+ a_k - a_k^+ a_{-k}^+ - a_k a_{-k}) + iV_k^{xy} \cos \theta (a_k^+ a_{-k}^+ - a_k a_{-k}) \right\}. \end{aligned} \quad (1.43)$$

Диагоналізуя (1.43) стандартным образом, получим:

$$\mathcal{H} = \sum_k \varepsilon_\alpha(k) \alpha_k^+ \alpha_k + \sum_k \varepsilon_\beta(k) \beta_k^+ \beta_k, \quad (1.44)$$

где  $\varepsilon_\alpha(k)$  и  $\varepsilon_\beta(k)$  спектры низкочастотных и высокочастотных магнонов, соответственно:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha^2(k) = & \left\{ E_0 - E_1 - \frac{1}{2} \left[ \left[ J_k + \frac{V_k^{xx} + V_k^{zz} + (V_k^{xx} - V_k^{zz}) \cos 2\theta}{2} \right] \left( 1 + \frac{B_2^2}{\kappa} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + (J_k + V_k^{yy}) \left( 1 - \frac{B_2^2}{\kappa} \right) \right] \right\}^2 - \frac{1}{4} \left\{ \left[ J_k + \frac{V_k^{xx} + V_k^{zz} + (V_k^{xx} - V_k^{zz}) \cos 2\theta}{2} \right] \left( 1 + \frac{B_2^2}{\kappa} \right) - \right. \\ & \left. - (J_k + V_k^{yy}) \left( 1 - \frac{B_2^2}{\kappa} \right) \right\}^2 - (V_k^{xy})^2 \cos^2 \theta, \end{aligned} \quad (1.45)$$

$$\varepsilon_\beta^2(k) = (E_{-1} - E_1)^2. \quad (1.46)$$

Очевидно, что спектр высокочастотных магнонов (1.46) является бездисперсионным, и мы сфокусируем наше внимание на низкочастотном спектре (1.45). Напомним, что волновой вектор  $k$  ориентирован в плоскости ХОУ и составляет угол  $\zeta$  с ось ОХ. Далее рассмотрим выражение для низкочастотного спектра элементарных возбуждений (1.45) в приближении  $J_0 > \beta_{xz} > \beta$ .

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha^2(k) = & \left\{ 5\beta_{xz}/4 - 3\beta(1 + 5\beta/(2\beta_{xz}))/16 - A_0/24 - 23\beta A_0/(16\beta_{xz}) - A_0^2/\beta_{xz} - \right. \\ & \left. - \Omega_0 k \left[ \sin^2 \zeta - 3(\beta + 2A_0)(1 + \cos^2 \zeta)/(2\beta_{xz}) \right] / 8 + \alpha k^2 \right\} \times \\ & \times \left\{ 7\beta_{xz}/4 - \beta(1 + 21\beta/(2\beta_{xz}))/16 - 5A_0/24 - 29\beta A_0/(16\beta_{xz}) - A_0^2/\beta_{xz} + \right. \\ & \left. + \Omega_0 k \left[ 5\sin^2 \zeta + (\beta + 2A_0)(1 + \cos^2 \zeta)/(2\beta_{xz}) \right] / 8 + \alpha k^2 \right\}. \end{aligned} \quad (1.47)$$

Как следует из (1.47), спектр низкочастотных магнонов существенно зависит от ориентации волнового вектора в базисной плоскости. Так, в зависимости от величины угла  $\zeta$ , знак линейного по волновому вектору слагаемого в выражении (1.47) может меняться. Очевидно, что, когда это слагаемое будет отрицательным, мы получим, так называемый, «неоднородный» спектр элементарных возбуждений – знаки при линейных и квадратичных по  $k$  слагаемых будут разными. Угол  $\zeta_0$  соответствующий изменению знака при линейном по  $k$  слагаемом связан с параметрами системы следующим образом:

$$\cos \zeta_0 = 1 - 3(\beta + 2A_0)/\beta_{xz}. \quad (1.48)$$

Если  $\zeta < \zeta_0$ , система переходит в пространственно-неоднородную (ПН) фазу с периодом неоднородности

$$1/k^* = -8J_0/(\Omega_0\eta(\zeta)), \quad (1.49)$$

где  $\eta(\zeta) = \sin^2 \zeta - 3(\beta + 2A_0)(1 + \cos^2 \zeta)/(2\beta_{xz})$ .

Напомним, что мы рассматриваем случай сильно разориентированных магнитных пленок, т.е.  $\beta_{xz} \gg \beta$ ,  $A_0$ , и  $\Omega_0$ . С учетом этого, а также соотношения (1.49) энергетическая щель в спектре (1.47) обращается в ноль при следующем критическом значении константы наклонной анизотропии

$$\beta_{xz}^{C1} \approx \beta + 2,6A_0 + \Omega_0^2 \sin^4 \zeta / (50J_0), \quad (1.50)$$

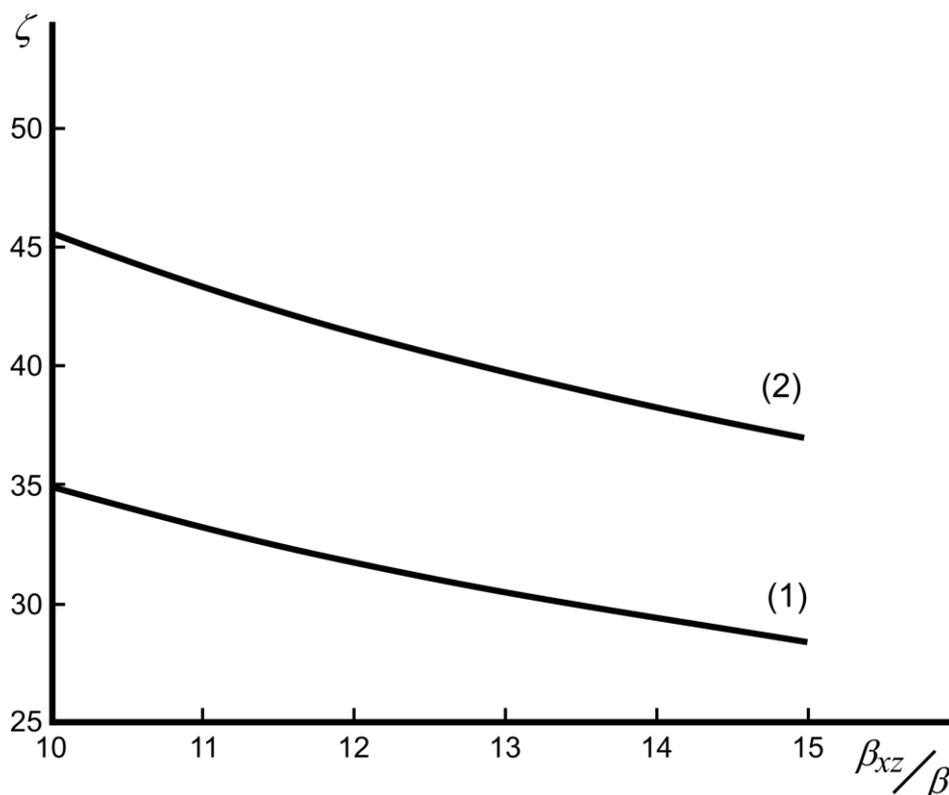
которое соответствует фазовому переходу из УФ фазы в ПН фазу.

В случае, если  $\zeta > \zeta_0$ , мы получаем стандартный вид спектра элементарных возбуждений, который имеет минимум при  $k = 0$ . Из условия обращения в ноль щели в спектре магнонов получим линию устойчивости УФ фазы

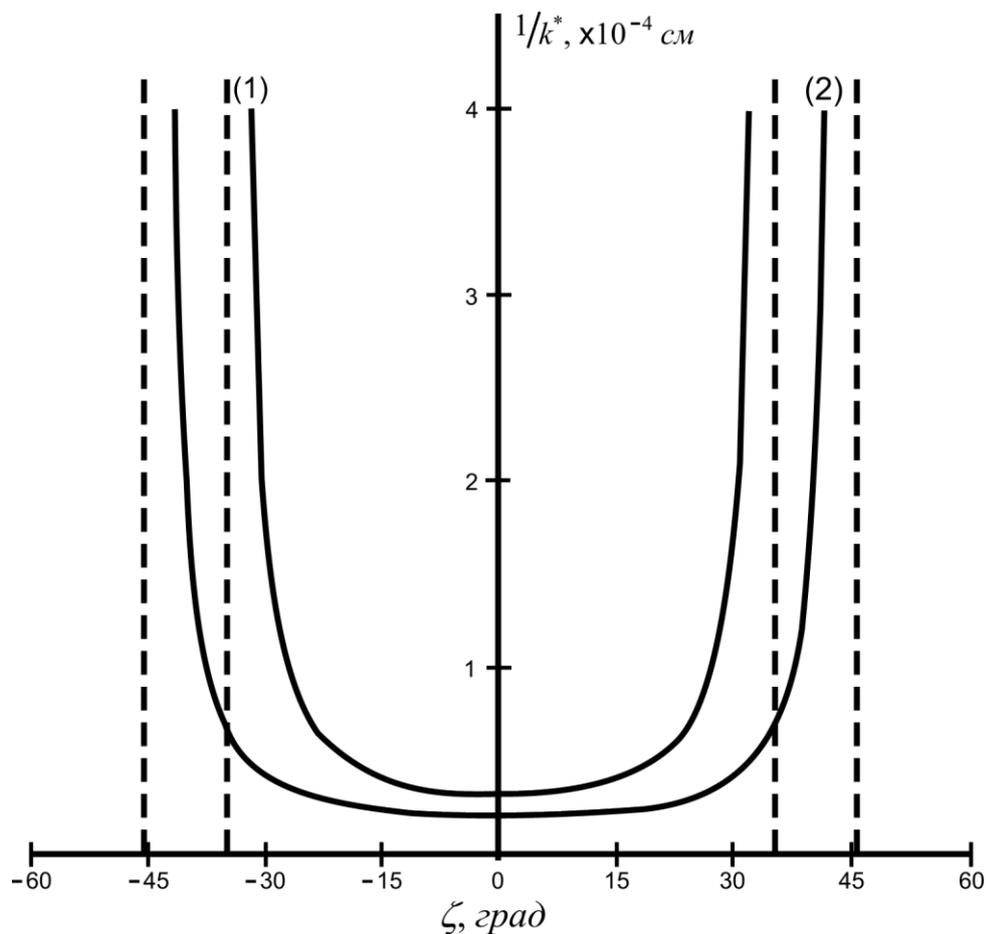
$$\beta_{xz}^{C2} \approx \beta + 2,6A_0. \quad (1.51)$$

Следовательно, учет влияния магнитодипольного взаимодействия приводит к формированию неоднородного состояния, реализация которого существенно зависит от ориентации волнового вектора в базисной плоскости. Как следует из соотношения (1.48), при  $\beta_{xz} \rightarrow \infty$  угол  $\zeta_0 \rightarrow 0$ , и, следовательно, ПН фаза может реализовываться практически при произвольной ориентации волнового вектора. Необходимо также отметить, что период пространственной неоднородности также зависит от ориентации волнового вектора, и при стремлении  $\zeta$  к  $\zeta_0$ , как следует из (1.49),  $1/k^* \rightarrow \infty$ , что соответствует реализации однородного (монодоменного) состояния. Зависимость критического угла  $\zeta_0$  от величины константы наклонной анизотропии (при различных значениях легкоплоскостной анизотропии и величины магнитодипольного взаимодействия) приведена на рис. 1.4. Необходимо отметить, что угол  $\zeta_0$ , как следует из (1.48), может меняться в пределах  $(-\pi/2, \pi/2)$ . Причем, предельное значение  $\zeta_0$  существенно

зависит от величины параметра магнитодипольного взаимодействия  $A_0$ , и достигает значения  $\pm\pi/2$  при  $A_0 > \beta$ , что для рассматриваемого здесь случая не реализуется. Кроме того, на рис. 1.5 приведена зависимость периода пространственной неоднородности от ориентации волнового вектора в плоскости пленки. Как видно из рис. 1.4 и 1.5, ПН фаза реализуется в интервале углов  $-|\zeta_0| < \zeta < \zeta_0$ , и при увеличении модуля угла  $\zeta$  период неоднородности увеличивается, достигая в пределе  $\zeta = \zeta_0$  бесконечности, что соответствует однородной фазе. При  $\zeta > \zeta_0$  и  $\zeta < -|\zeta_0|$  период неоднородности отрицателен, т.е. в системе реализуется пространственно однородная фаза. Таким образом, существенное уменьшение периода неоднородности (см. рис. 1.5) может быть достигнуто путем соответствующей ориентации волнового вектора, что может быть практически использовано в устройствах хранения информации.



**Рис. 1.4.** Зависимость критического угла  $\zeta_0$  от материальных параметров системы. Кривая (1) соответствует значению  $A_0/\beta = 0,1$ , кривая (2) соответствует значению  $A_0/\beta = 0,5$ .



**Рис. 1.5.** Зависимость периода пространственно-неоднородного состояния от угла ориентации волнового вектора для различных соотношений материальных параметров: линия (1) –  $\beta_{xz}/\beta = 10$ ,  $A_0/\beta = 0,1$ ; линия (2) –  $\beta_{xz}/\beta = 10$ ,  $A_0/\beta = 0,5$ .

Предположим теперь, что константа наклонной анизотропии  $\beta_{xz}$  существенно превосходит все остальные взаимодействия, включая энергию обменного взаимодействия  $J_0$ :  $\beta_{xz} > \beta > J_0 > A_0, \Omega_0$ . Как было показано в [54], в сильноанизотропном магнетике возможна реализация магнитоупорядоченного состояния с равной нулю намагниченностью ( $\langle S^z \rangle = 0$ ), характеризуемого не векторным, а тензорным параметром порядка. Это фазовое состояние получило название квадрупольной (КУ) фазы. В КУ фазе параметрами порядка являются компоненты тензора квадрупольного момента:  $q_2^0 = \langle O_2^0 \rangle$ ,  $q_2^2 = \langle O_2^2 \rangle$  и  $q_2^{xz} = \langle O_2^{xz} \rangle$ . Чтобы упростить задачу, как и ранее, выполним поворот системы координат на угол  $\theta$  так, чтобы тензор квадрупольных параметров порядка

имел диагональный вид ( $q_2^{xz} = 0$ ). При этом угол такого поворота будет иметь значение:

$$\tan 2\varphi = -\frac{2\beta_{xz}}{\beta}, \quad (1.52)$$

а геометрическим образом КУ фазы будет бесконечно тонкий диск [141]. После этого унитарного преобразования константы эффективных одноионных анизотропий в квадрупольной фазе примут следующие значения:

$$\begin{aligned} B_2^0 &= -\frac{1}{16\beta_{xz}}(24\beta_{xz}^2 - 2\beta_{xz}\beta - 9\beta^2); \\ B_2^2 &= \frac{1}{16\beta_{xz}}(8\beta_{xz}^2 + 2\beta_{xz}\beta - 3\beta^2); \quad B_2^{xz} = 0. \end{aligned} \quad (1.53)$$

В этом случае одноузельный гамильтониан системы (1.4) примет довольно простой вид:

$$\mathcal{H}_0 = B_2^0 \sum_n O_{2n}^0 + B_2^2 \sum_n O_{2n}^2. \quad (1.54)$$

Как и ранее, исследуем систему для случая низких температур, т.е. много меньших температуры Кюри. Решая с гамильтонианом (1.54) одноузельную задачу, найдем энергетические уровни магнитного иона и собственные функции гамильтониана (1.54) в КУ фазе:

$$E_1 = -2\beta_{xz} + \frac{3}{4}\frac{\beta^2}{\beta_{xz}}, \quad E_0 = 0, \quad E_{-1} = -\beta_{xz} + \frac{\beta}{4} + \frac{3}{8}\frac{\beta^2}{\beta_{xz}} \quad (1.55)$$

$$|\Psi(1)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle - |-1\rangle), \quad |\Psi(0)\rangle = |0\rangle, \quad |\Psi(-1)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + |-1\rangle). \quad (1.56)$$

Из выражения (1.56) видно, что в системе не происходит инверсии энергетических уровней, и нижайшим энергетическим уровнем остается  $E_1$ .

Связь спиновых операторов с операторами Хаббарда в КУ фазе также существенно упрощается по сравнению со случаем, рассмотренным выше, и имеет вид:

$$S_n^z = X_n^{-11} + X_n^{1-1}, \quad S_n^+ = X_n^{10} - X_n^{01} + X_n^{0-1} + X_n^{-10}, \quad S_n^- = (S_n^+)^+ \quad (1.57)$$

Воспользовавшись выражением (1.57), найдем параметры порядка в КУ фазе:

$$\langle S^z \rangle = 0, \quad q_2^0 = \langle O_2^0 \rangle = 1, \quad q_2^2 = \langle O_2^2 \rangle = -1, \quad q_2^{xz} = \langle O_2^{xz} \rangle = 0. \quad (1.58)$$

Как и ранее, для определения спектров элементарных возбуждений воспользуемся методом бозонизации операторов Хаббарда. Тогда, гамильтониан (1.1) в КУ фазе в терминах бозевских операторов имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & \sum_k \left[ (E_0 - E_1) a_k^+ a_k + (E_{-1} - E_1) b_k^+ b_k \right] - \\ & - \frac{1}{2} \sum_k (J_k + V_k^{yy}) (2a_k^+ a_k - a_k^+ a_{-k}^+ - a_k a_{-k}). \end{aligned} \quad (1.59)$$

Диагонализуя гамильтониан (1.59), получим:

$$\mathcal{H} = \sum_k \left[ \varepsilon'_\alpha(k) \alpha_k'^+ \alpha_k' + \varepsilon'_\beta(k) \beta_k'^+ \beta_k' \right], \quad (1.60)$$

здесь  $\varepsilon'_\alpha(k)$  и  $\varepsilon'_\beta(k)$  спектры магнонов в КУ фазе, имеющие следующий вид:

$$\varepsilon'^2_\alpha(k) = \left[ E_0 - E_1 - (J_k + V_k^{yy}) \right]^2 - \frac{1}{4} (J_k + V_k^{yy})^2, \quad (1.61)$$

$$\varepsilon'^2_\beta(k) = (E_{-1} - E_1)^2. \quad (1.62)$$

Спектр  $\varepsilon'_\alpha(k)$  является низкочастотным, а  $\varepsilon'_\beta(k)$ , соответственно, высокочастотным. Низкочастотный спектр в отличие от высокочастотного является дисперсионным, поэтому сфокусируем наше внимание на нем. Напомним, что мы работаем в приближении малого обменного взаимодействия, поэтому спектр (1.61) можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} \varepsilon'^2_\alpha(k) = & \beta_{xz}^2 - 4\beta_{xz} \left( J_0 + \frac{A_0}{3} \right) - 3\beta^2 + \frac{3}{4} J_0^2 + \frac{J_0 A_0}{2} + \frac{A_0^2}{12} + \\ & + \left( 4\beta_{xz} - \frac{3}{2} \frac{\beta^2}{\beta_{xz}} - \frac{3}{4} J_0 - \frac{A_0}{2} \right) \left( \Omega_0 k \sin^2 \zeta + \frac{J_0}{2} k^2 \right) + \frac{3}{4} \Omega_0^2 k^2 \sin^4 \zeta, \end{aligned} \quad (1.63)$$

Из выражения (1.63) видно, что минимум энергии магнонов будет наблюдаться при  $k = 0$ . Из условия обращения в ноль энергетической щели низкочастотного спектра найдем критическое значение константы наклонной анизотропии, при котором фазовое состояние теряет устойчивость:

$$\beta_{xz}^c = \frac{\sqrt{3}}{2} \beta + \frac{J_0}{2} + \frac{A_0}{6}. \quad (1.64)$$

Как видно из (1.64), критическое значение константы наклонной анизотропии не зависит от ориентации волнового вектора. Это связано с тем, что в КУ фазе намагниченность (на один узел) равна нулю, а компоненты тензора квадрупольных моментов лежат в плоскости YOZ ( $q_2^0 = 1, q_2^2 = -1$ ), т.е. геометрический образ квадрупольного состояния – бесконечно тонкий диск – лежит в плоскости перпендикулярной базисной. Это приводит к тому, что влияние магнитодипольного взаимодействия проявляется только в статической перенормировке щели в спектре магнонов (1.63), но не проявляется динамически, и, следовательно, минимуму энергии возбуждения соответствует  $k = 0$ . Кроме того, из спектра (1.63) следует, что минимальное значение константы легкоплоскостной анизотропии, начиная с которого возможна реализация КУ фазы равно:

$$\beta_c = \frac{J_0}{2} + \frac{A_0}{6}. \quad (1.65)$$

Таким образом, в случае превалирующего обменного взаимодействия ( $J_0 > \beta_{xz} > \beta, A_0, \Omega_0$ ) в системе реализуется УФ фаза, благодаря влиянию большой наклонной одноионной анизотропии типа «легкая ось». В этой фазе равновесный угол ориентации намагниченности зависит от констант анизотропии следующим образом  $\varphi_0 = \arctan((\beta + A_0)/(2\beta_{xz}))$ , и при  $\beta_{xz} = 0$  достигает предельного значения  $\pi/2$ , что соответствует легкоплоскостной ферромагнитной фазе.

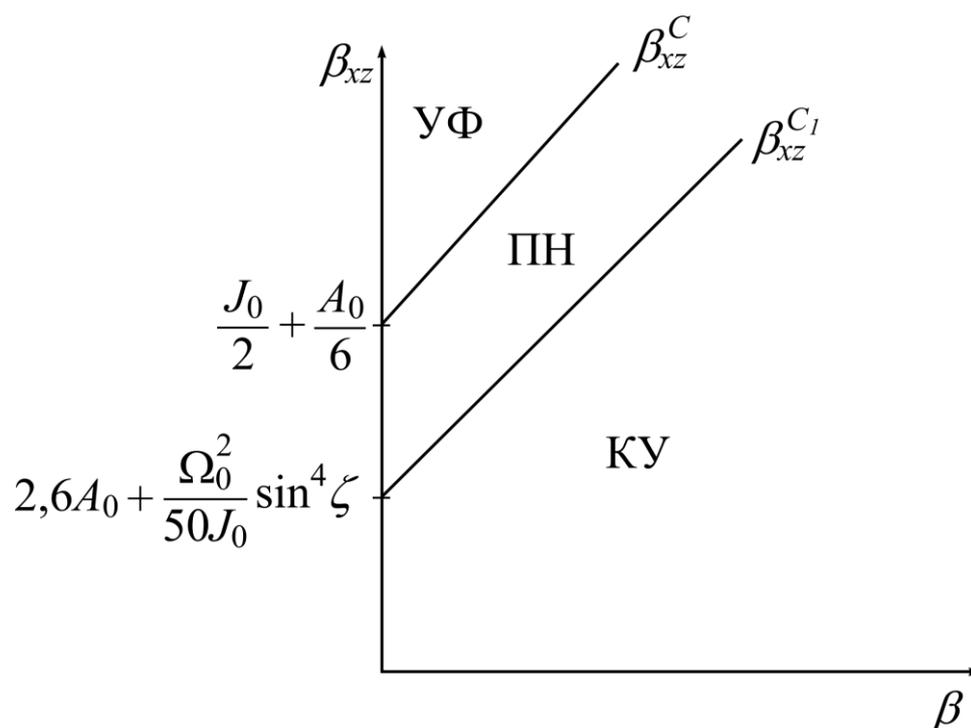
Дальнейшее увеличение констант одноионной анизотропии ( $\beta_{xz} > \beta > J_0$ ) приводит к реализации фазы с намагниченностью (на узле) равной нулю. Но это фазовое состояние не является парамагнитным, поскольку в нем отличны от нуля тензорные параметры порядка, т.е. это квадрупольная фаза. Как видно из анализа спектров элементарных возбуждений, «прямого» фазового перехода между УФ фазой и КУ фазой в двумерном ферромагнетике с наклонной анизотропией нет. Фазовый переход между этими состояниями является переходом первого рода, и, как следует из соотношений (1.47)-(1.51), существенно зависит от ориентации волнового вектора в «легкой плоскости». При значениях угла  $\zeta$

(определяющих ориентацию волнового вектора в плоскости пленки), меньших модуля критического угла  $\zeta_0$  (см. (1.48)), фазовый переход УФ фаза – КУ фаза идет через неоднородное состояние с периодом неоднородности определяемым соотношением (1.49). При этом линии потери устойчивости УФ фазы и КУ фазы определяются соотношениями (1.50) и (1.64), соответственно. Необходимо отметить, что линия потери устойчивости КУ фазы лежит выше соответствующей линии УФ фазы, что характерно для фазовых переходов первого рода.

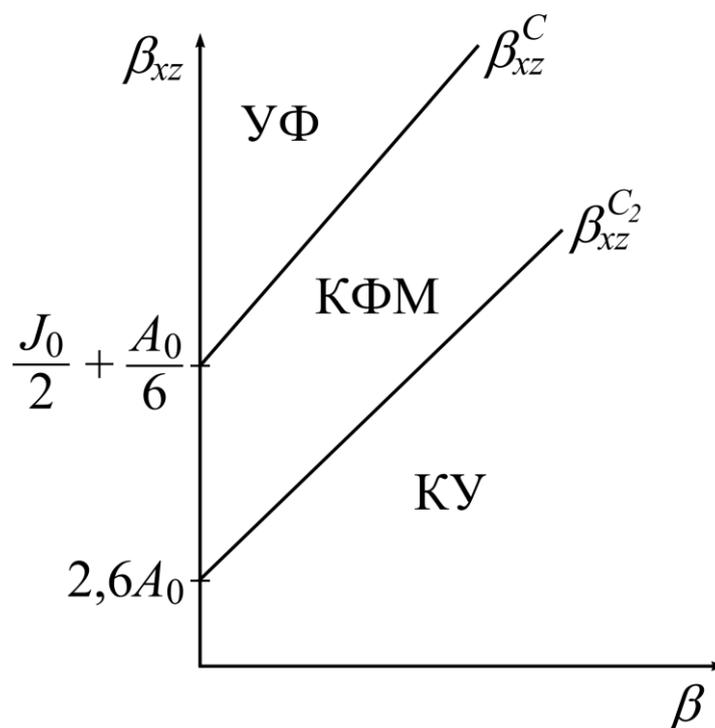
Если же  $\zeta > \zeta_0$ , то в системе не реализуется пространственно-неоднородное состояние, а фазовый переход УФ фаза – КУ фаза также является переходом первого рода, и проходит через область сосуществования фаз с тензорным и векторным параметрами порядка, т.е. через квадрупольно-ферромагнитное (КФМ) состояние. Область существования КФМ состояния ограничена линиями потери устойчивости УФ фазы и КУ фазы (см. выражения (1.51) и (1.64), соответственно). Необходимо отметить, что область существования КУ фазы в этом случае уменьшается.

Таким образом, можно построить фазовую диаграмму двумерного ферромагнетика с большой наклонной анизотропией типа «легкая ось». Для двух предельных случаев  $\zeta < \zeta_0$  и  $\zeta > \zeta_0$  эта фазовая диаграмма приведена на рис. 1.6 и 1.7, соответственно.

Необходимо отметить, что в отличие от случая малой наклонной анизотропии, рассмотренного в предыдущем разделе, в данном случае ситуация более интересная. Влияние большой наклонной анизотропии приводит к существенному ограничению области существования пространственно неоднородного состояния. Причем область существования этого состояния в большой мере определяется ориентацией волнового вектора в плоскости пленки. Следовательно, большая наклонная анизотропия существенно влияет на поведение размагничивающих полей, действующих в пленке, т.е. на компоненты тензора магнитодипольного взаимодействия.



**Рис. 1.6.** Фазовая диаграмма легкоплоскостного двумерного ферромагнетика с большой наклонной анизотропией при  $\zeta < \zeta_0$ .



**Рис. 1.7.** Фазовая диаграмма легкоплоскостного двумерного ферромагнетика с большой наклонной анизотропией при  $\zeta > \zeta_0$ .

### 1.3. Влияние ромбической анизотропии на спиновые состояния в ультратонких ферромагнитных пленках

В предыдущих разделах мы рассмотрели систему, обладающую наклонной анизотропией, действующей в плоскости перпендикулярной плоскости пленки. Причем, плоскость пленки являлась одновременно и базисной, т.е. легкой плоскостью рассматриваемой системы. Однако, как упоминалось выше, в зависимости от природы возникновения в системе может реализоваться наклонная анизотропия, действующая в плоскости пленки. Фактически речь идет о ромбической анизотропии, но для того, чтобы подчеркнуть общность подхода к исследованию системы и полученных результатов, мы будем использовать термин, введенный выше – наклонная анизотропия. В данном разделе мы рассмотрим именно такую систему с наклонной анизотропией, действующей в плоскости пленки.

В качестве исследуемой системы рассмотрим анизотропный ферромагнетик, занимающий все пространство. Рассматриваемая система обладает большой легкоплоскостной одноионной анизотропией, а также наклонной легкоосной анизотропией, действующей в «легкой плоскости». В качестве базисной плоскости выберем плоскость  $XOY$ . Система находится во внешнем магнитном поле, перпендикулярном базисной плоскости ( $H \parallel OZ$ ). Спин магнитного иона предполагается равным единице,  $S = 1$ . Гамильтониан исследуемого магнетика имеет следующий вид:

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} J_{nn'} S_n^i S_{n'}^i + \beta \sum_n (S_n^z)^2 - \beta_{xy} \sum_n O_{2n}^{xy} - H \sum_n S_n^z. \quad (1.66)$$

В выражении (1.66) используются стандартные обозначения, введенные выше. Как и раньше, нас будет интересовать случай низких температур, в котором наиболее ярко проявляются свойства большой одноионной анизотропии. Кроме того, мы воспользуемся техникой операторов Хаббарда [132,142,145,146] для точного учета влияния большой одноионной анизотропии.

Выделим в обменной части гамильтониана (1.66) среднее поле  $S^z$ , связанное с упорядочением магнитного момента, а также дополнительные поля  $q_2^p = \langle O_{2n}^p \rangle$  ( $p = 0, xy$ ), определяемые квадрупольными моментами. В результате получим одноузельный гамильтониан вида:

$$\mathcal{H}_0(n) = \varepsilon_0 - \bar{H}S_n^z + \frac{\beta}{3}O_{2n}^0 - \beta_{xy}O_{2n}^{xy}, \quad (1.67)$$

где  $\varepsilon_0 = \frac{\beta}{3}NS(S+1) + \frac{J_0}{2}\langle S^z \rangle^2$ ,  $\bar{H} = H + J_0\langle S^z \rangle$ . Решая уравнение Шредингера с гамильтонианом (1.67), найдем энергетические уровни магнитного иона:

$$E_1 = \beta - \kappa, \quad E_0 = 0, \quad E_{-1} = \beta + \kappa, \quad (1.68)$$

и собственные функции одноузельного гамильтониана:

$$\Psi(1) = \text{sh } \theta |1\rangle + \text{ch } \theta |-1\rangle, \quad \Psi(0) = |0\rangle, \quad \Psi(-1) = \text{ch } \theta |1\rangle + \text{sh } \theta |-1\rangle, \quad (1.69)$$

где  $\kappa = \sqrt{\bar{H}^2 + \beta_{xy}^2}$ ,  $\text{ch } \theta = \sqrt{\frac{\kappa - \bar{H}}{2\kappa}}$ ,  $\text{sh } \theta = i\sqrt{\frac{\kappa + \bar{H}}{2\kappa}}$ .

Связь спиновых операторов с операторами Хаббарда в данном случае будет иметь следующий вид:

$$S_n^+ = \sqrt{2} \left[ \text{ch } \theta (X_n^{01} + X_n^{-10}) + \text{sh } \theta (X_n^{0-1} - X_n^{10}) \right], \quad S_n^- = (S_n^+)^+, \quad (1.70)$$

$$S_n^z = \text{ch } 2\theta (X_n^{-1-1} - X_n^{11}) + \text{sh } 2\theta (X_n^{-11} - X_n^{1-1}).$$

Одноузельный гамильтониан диагонален в представлении (1.70). Как следует из последнего выражения, параметры порядка системы при нулевой температуре можно представить в виде:

$$\langle S^z \rangle = -\text{ch } 2\theta, \quad q_2^0 = 3 \left\langle (S^z)^2 \right\rangle - 2, \quad q_2^{xy} = i \text{sh } 2\theta. \quad (1.71)$$

Рассмотрим, какие однородные фазовые состояния могут реализоваться в данной системе в зависимости от соотношения материальных констант.

1. При  $H \gg \beta, \beta_{xy}, J_0$  (случай большого внешнего поля) в системе реализуется ферромагнитная (ФМ) фаза с магнитным моментом, направленным вдоль внешнего магнитного поля (параллельно оси OZ). При этом нижайшим энергетическим уровнем является  $E_1$ , а волновая функция этого

состояния  $\Psi(1) = -i|1\rangle$ . Параметры порядка системы, как следует из (1.71), имеют вид:  $\langle S^z \rangle = 1$ ,  $q_2^0 = 1$ ,  $q_2^{xy} = 0$ . Необходимо отметить, что реализация ферромагнитной фазы возможна также и в отсутствие внешнего магнитного поля, но только в случае сильного обменного взаимодействия:  $J_0 \gg \beta, \beta_{xy}$ .

2. В случае малых полей и большой легкоплоскостной анизотропии ( $\beta \gg H, \beta_{xy}, J_0$ ), как следует из (1.68), в системе происходит инверсия энергетических уровней, и нижайшим уровнем оказывается  $E_0$ . Волновая функция этого состояния  $\Psi(0) = |0\rangle$ , а параметры порядка системы равны:  $\langle S^z \rangle = 0$ ,  $q_2^0 = -2$ ,  $q_2^{xy} = 0$ . Как видно из величин параметров порядка, данное фазовое состояние является квадрупольно упорядоченным [53,54] (или ванфлековским парамагнетиком [48]). Мы будем обозначать его, как  $KU_2$  фаза.

3. В рассматриваемой системе возможна реализация еще одного нетривиального фазового состояния при  $H = 0$ . В случае преобладания наклонной анизотропии ( $\beta_{xy} \gg \beta, J_0$ ), в системе реализуется еще одно квадрупольное состояние, в котором нижайшим энергетическим уровнем является  $E_1$ . Однако параметры порядка системы в этом случае имеют вид:  $\langle S^z \rangle = 0$ ,  $q_2^0 = 1$ ,  $q_2^{xy} = 1$ . При этом основное состояние в этой фазе  $\Psi(1) = -\frac{i}{\sqrt{2}}|1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-1\rangle$ . Мы будем обозначать эту фазу, как  $KU_1$  фаза.

Чтобы исследовать фазовые переходы между указанными фазами, найдем спектры элементарных возбуждений [143].

В случае больших магнитных полей (см. пункт 1), спектры элементарных возбуждений имеют вид:

$$\varepsilon_1(k) = H - \beta + \frac{\beta_{xy}^2}{2(H + J_0)} + \alpha k^2, \quad \varepsilon_2(k) = 2\sqrt{(H + J_0)^2 + \beta_{xy}^2 - \frac{\beta_{xy}^2 J_0}{H + J_0}} \quad (1.72)$$

Спектр  $\varepsilon_2(k)$  является высокочастотным, и точка фазового перехода из ферромагнитной фазы определяется из спектра  $\varepsilon_1(k)$ . Легко видеть, что спектр размягчается при

$$H_{\text{ФМ}} = \beta - \frac{\beta_{xy}^2}{2(\beta + J_0)}. \quad (1.73)$$

Видно, что наклонная анизотропия увеличивает область существования ферромагнитной фазы.

Рассмотрим теперь решения дисперсионного уравнения в случае малых полей и большой легкоплоскостной анизотропии. В этом случае в системе реализуется КУ<sub>2</sub> фаза, и параметры порядка имеют вид, приведенный в пункте 2 выше. При этом происходит инверсия энергетических уровней, и нижайшим становится  $E_0$ . Спектры магнонов в этом случае имеют вид:

$$\varepsilon_{1,2}(k) = \sqrt{\beta(\beta - 2J_0 + 2\alpha k^2)} \pm \sqrt{H^2 + \beta_{xy}^2}. \quad (1.74)$$

Из выражений (1.74) следует, что реализация фазового перехода возможна при следующем значении поля:

$$H_{\text{КУ}_2} = \sqrt{\beta(\beta - 2J_0) - \beta_{xy}^2}. \quad (1.75)$$

Из (1.75) видно, что анизотропия  $\beta_{xy}$  существенно уменьшает область существования КУ<sub>2</sub> фазы. При  $\beta_{xy} = 0$ , выражение (1.75) в точности соответствует результатам работы [134]. Кроме того, видно, что КУ<sub>2</sub> фаза реализуется при  $\beta_c \geq J_0 + \sqrt{J_0^2 + \beta_{xy}^2}$ .

Как было сказано выше, в данной системе возможна реализация еще одного фазового состояния в случае отсутствия внешнего поля и преобладания наклонной легкоосной анизотропии – КУ<sub>1</sub> фазы. Параметры порядка в КУ<sub>1</sub> фазе указанные выше в пункте 3, а нижайшим энергетическим уровнем является  $E_1$ . Выражения для спектров магнонов имеют следующий вид:

$$\varepsilon_1(k) = \sqrt{\beta_{xy}(\beta_{xy} - 4J_0 + 2\alpha k^2)}, \quad \varepsilon_2(k) = \sqrt{(\beta_{xy} - \beta)\left(\beta_{xy} - \beta - 2J_0 + \frac{\alpha k^2}{2}\right)} \quad (1.76)$$

Исследуя выражения (1.76), можно найти значение константы наклонной анизотропии, при котором происходит фазовый переход из  $KY_1$  фазы:

$$\beta_{xy}^{KY_1} = \beta + 2J_0. \quad (1.77)$$

Кроме того, в случае большого обменного взаимодействия при нулевом поле в системе возможна реализация ферромагнитной фазы. Спектр магнонов в этой фазе легко получить из спектра  $\varepsilon_1(k)$  в (1.72), положив в нем  $H = 0$ . Из полученного спектра можно найти выражение для критического значения константы  $\beta_{xy}^{\Phi M}$ :

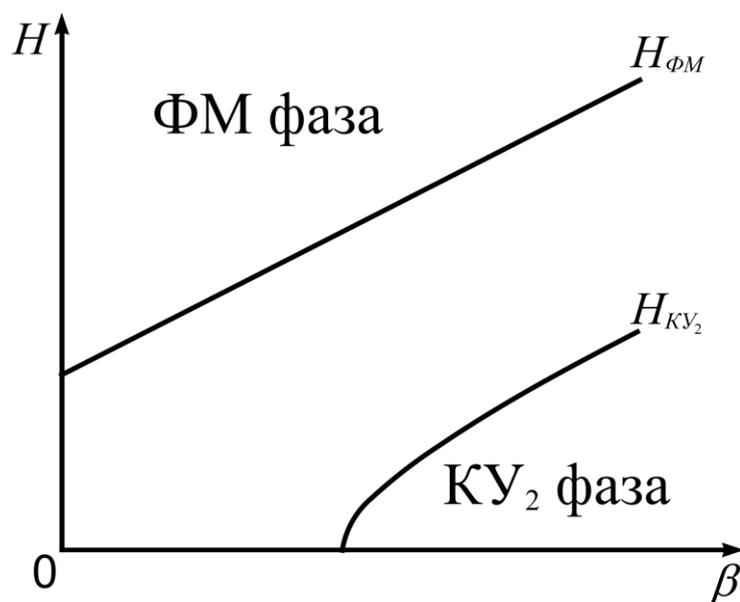
$$\beta_{xy}^{\Phi M} = \sqrt{2\beta J_0}. \quad (1.78)$$

Фазовая диаграмма исследуемой системы схематично показана на рис. 1.8 и 1.9. Как видно из рис. 1.8, в исследуемой системе фазовые переходы между ФМ и  $KY_2$  фазой происходят через некоторое смешанное состояние, область существования которого по полю равна

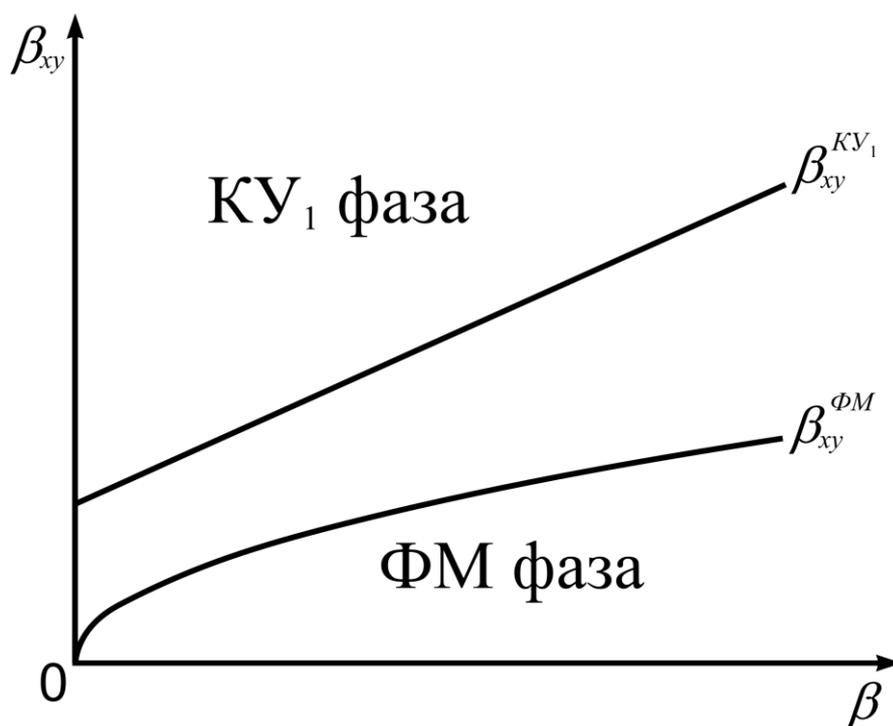
$$\Delta H = H_{\Phi M} - H_{KY_2} \approx J_0 \left[ 1 + \frac{\beta_{xy}^2}{2\beta(\beta + J_0)} \right]. \quad (1.79)$$

В случае отсутствия внешнего магнитного поля в системе возможна реализация фазовых состояний, показанных на рис. 1.9. В данном случае фазовый переход между двумя однородными состояниями также осуществляется через некоторое промежуточное состояние. Область существования этого состояния по константе наклонной анизотропии имеет вид:

$$\Delta\beta = \beta_{xy}^{KY_1} - \beta_{xy}^{KY_2} = \beta - \sqrt{2\beta J_0} + 2J_0. \quad (1.80)$$



**Рис. 1.8.** Качественная фазовая диаграмма анизотропного гейзенберговского магнетика в случае наличия внешнего поля.  $H_{\Phi M}$  и  $H_{KY_2}$  определяются выражениями (1.73) и (1.75), соответственно.



**Рис. 1.9.** Качественная фазовая диаграмма анизотропного гейзенберговского магнетика при отсутствии внешнего поля.  $\beta_{xy}^{KY_1}$  и  $\beta_{xy}^{\Phi M}$  определяются выражениями (1.77) и (1.78), соответственно.

## Основные результаты первого раздела

1. Наклонная анизотропия, энергия которой меньше обменного взаимодействия, действующая в плоскости перпендикулярной плоскости пленки, существенно влияет на реализацию пространственно неоднородной фазы. Это влияние проявляется в зависимости периода доменной структуры от величины наклонно анизотропии, что можно использовать в технологии хранения и записи информации. Имеет место также обратная зависимость величины критической наклонной анизотропии, соответствующей фазовому переходу из угловой ферромагнитной фазы в пространственно неоднородную фазу, от угла ориентации волнового вектора в плоскости пленки.
2. Наличие большой наклонной анизотропии приводит к существенному ограничению области существования пространственно неоднородного состояния. Причем, область существования этого состояния также определяется ориентацией волнового вектора в плоскости пленки. Показано, что в этом случае в системе имеется критическое значение угла ориентации волнового вектора в плоскости пленки  $\zeta_0$ . Если ориентация волнового вектора такова, что  $\zeta < \zeta_0$ , то в системе может реализоваться пространственно неоднородная фаза, в противном случае – неоднородная фаза не реализуется.
3. Установлено, что влияние большой наклонной анизотропии, действующей в плоскости пленки (т.е. орторомбической анизотропии), приводит к возможности реализации трех однородных фазовых состояний, два из которых характеризуются тензорным параметром порядка:  $KU_1$  фазы в случае отсутствия магнитного поля и преобладания наклонной легкоосной анизотропии;  $KU_2$  фазы в случае малых полей и большой легкоплоскостной анизотропии; а также ферромагнитной фазы в случае больших магнитных полей. При этом пространственно-неоднородное состояние в такой системе энергетически не выгодно.

## Раздел 2. Переориентационные фазовые переходы по концентрации и температуре в интерметаллических сплавах

В последнее время уделяется большое внимание изучению физических свойств тонких магнитных пленок переходных металлов [147,148]. Подобный интерес вызван, прежде всего, тем, что тонкие пленки являются на сегодняшний день основной для магнитной записи цифровой информации. С тех пор, как в 1956 году был выпущен первый коммерческий жесткий диск, плотность записи, т.е. количество информации на один квадратный сантиметр, увеличилось на семь порядков [149]. Этот рост был достигнут путем уменьшения размеров бита в магнитном носителе информации. Однако из-за суперпарамагнитного эффекта [150], существует верхний предел плотности записи. На данный момент, этот предел составляет примерно  $31 \text{ ГБ/см}^2$  в случае продольной записи и примерно  $155 \text{ ГБ/см}^2$  в случае перпендикулярной записи информации; при этом он может измениться с открытием новых магнитных материалов [151-153].

В настоящее время основной технологией, используемой при создании магнитных устройств хранения информации, является технология перпендикулярной магнитной записи. Дальнейшее повышение плотности записи и общей емкости магнитных устройств хранения информации связано с уменьшением размеров отдельных битов и их размещением как можно ближе друг к другу. При этом основной проблемой является создание носителя, обеспечивающего неизменность величины намагниченности в течение длительного периода времени, несмотря на тепловые флуктуации. Если отношение тепловой энергии  $k_B T$  к величине магнитной энергии  $\beta V$ , где  $\beta$  – энергия одноосной магнитокристаллической анизотропии, а  $V$  – объем элементарной ячейки хранения информации, станет достаточно большим, то тепловые флуктуации могут изменить ориентацию намагниченности в данном участке магнитного носителя, что приведет к потере данных [152,154]. Чтобы избежать этого, необходимо использо-

вать материалы, обладающие достаточно большой магнитной анизотропией [155]. Этого можно достичь, используя магнитные материалы, обладающие большой магнитной анизотропией и высокой намагниченностью насыщения. Большая намагниченность насыщения  $M_S$  необходима для уменьшения величины подмагничивающего поля считывающей головки.

С практической точки зрения, одними из наиболее важных материалов, используемых в индустрии магнитного хранения информации и удовлетворяющих обоим требованиям, является сплав FeCo. Среди ферромагнитных материалов FeCo показывает одну из наибольших энергий перпендикулярной магнитной анизотропии и максимальную намагниченность насыщения [156]. Кроме того, сплавы FeCo широко применяются не только в устройствах хранения и записи информации. Благодаря их свойствам (высокая температура Кюри, высокая намагниченность насыщения, высокая проницаемость, антикоррозийная устойчивость и термоустойчивость при нагреве), их, например, можно использовать в сенсорах [157,158], также они активно используются в нейтронной оптике для создания необходимой поляризации нейтронного пучка [159], при конструировании адаптивных антенных решеток с управляемой диаграммой направленности [160,161] и др.

Исследованиям данного сплава посвящено большое количество работ. Первоначально, большие значения  $\beta$  и  $M_S$  были предсказаны теоретически [147], а затем это было подтверждено экспериментально [156,162-165]. Так в [164] показано, что пленка сплава  $Fe_{1-x}Co_x$  толщиной в один атомный слой обладает большими значениями намагниченности насыщения и энергией магнитной анизотропии. В [165-167] исследовалось влияние толщины пленки и типа подложки на одноионную анизотропию тонких пленок сплава FeCo. В частности, в [165] были получены большие значения перпендикулярной магнитной анизотропии в сплавах FeCo, обладающих тетрагональной структурой, выращенных путем эпитаксии на подложках из Pd ( $c/a = 1,13$ ), Ir ( $c/a = 1,18$ ) и Rh ( $c/a = 1,24$ ). Как показано в [165], величина анизотропии сильно зависит от параметров кристаллической структуры и увеличивается с ростом отношения  $c/a$ ,

что позволяет изменять величину анизотропии, выращивая магнитную пленку на различных подложках. В работах [119,168] был использован другой подход, в котором константа анизотропии менялась в зависимости от концентрации ионов Co. Кроме того, свойства пленок FeCo исследовались не только в зависимости от химического состава пленки и подложки, но также и в зависимости от внешнего магнитного поля, которое оказывает существенное влияние на электроосаждение, химический состав, структуру, морфологию и магнитные свойства сплавов FeCo [169].

Одной из особенностей тонких магнитных пленок является возможность переориентации намагниченности из направления, перпендикулярного плоскости пленки, в плоскость пленки. Причины, вызывающие такие фазовые переходы, могут быть различны. Например, в ультратонких магнитных пленках Fe/Cu(100), Fe/Ag(100), Co/Au(111) и др. переориентационные переходы наблюдались при изменении температуры [6,170]. Однако, возможны и иные механизмы: один из них предполагает конкуренцию одноионной анизотропии и магнитодипольного взаимодействия [8,14]; в других моделях предполагается влияние температурной зависимости одноионной анизотропии, а также вклад других релятивистских взаимодействий [16,171].

Однако, кроме упомянутых выше температурных фазовых переходов, возможна переориентация намагниченности в сплавах переходных металлов по концентрации, что было, например, использовано в [119,168]. Так, в [147] было показано, что в сплаве  $Fe_{1-x}Co_x$  наблюдается изменение направления легкого намагничивания в зависимости от концентрации ионов Co. Согласно [147], при концентрации ионов Co, лежащей в интервале  $x_1 < x < x_2$ , в сплаве реализуется анизотропия типа «легкая ось», а при концентрациях  $x < x_1$  и  $x > x_2$  – анизотропия типа «легкая плоскость». Критические значения концентрации  $x_1$  и  $x_2$ , соответствующие изменению знака анизотропии, могут принимать различные значения в зависимости от типа кристаллической решетки и других факторов.

Как было отмечено выше, на спиновое состояние двухмерной магнитоупорядоченной системы существенное влияние оказывает магнитоупругое вза-

имодействие. Причем, как свидетельствуют экспериментальные данные, магнитоупругое взаимодействие в сплавах  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$  также зависит от концентрации кобальта [83].

Исследования сплава  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$ , проведенные в [147,156,162-165], не учитывали ни влияния магнитоупругого взаимодействия, ни влияния физической размерности системы, а это может существенным образом изменить фазовую диаграмму системы [21,22,171]. Немаловажным при этом оказывается и физическая размерность упругой подсистемы.

Помимо сплава  $\text{FeCo}$ , мы также рассмотрим в этом разделе сплав  $\text{U}_2\text{Co}_{15}\text{Si}_2$  и интерметаллические соединения на основе Tb и Dy –  $\text{Tb}_x\text{Dy}_{1-x}\text{Fe}_y$  (терфенол-Д), применив при этом подходы, разработанные при исследовании сплава  $\text{FeCo}$ .

**В первом подразделе** будет изучено влияние концентрации ионов кобальта на фазовые состояния и фазовые переходы в магнитных пленках сплава  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$ .

**Во втором подразделе** мы исследуем фазовые переходы по температуре в сплаве  $\text{U}_2\text{Co}_{15}\text{Si}_2$ , в котором имеет место конкуренция легкоплоскостной и легкоосной одноионных анизотропий.

**Третий подраздел** посвящен исследованиям фазовых переходов по материальным параметрам и температуре в интерметаллических соединениях типа терфенол-Д, обладающих гигантской магнитострикцией.

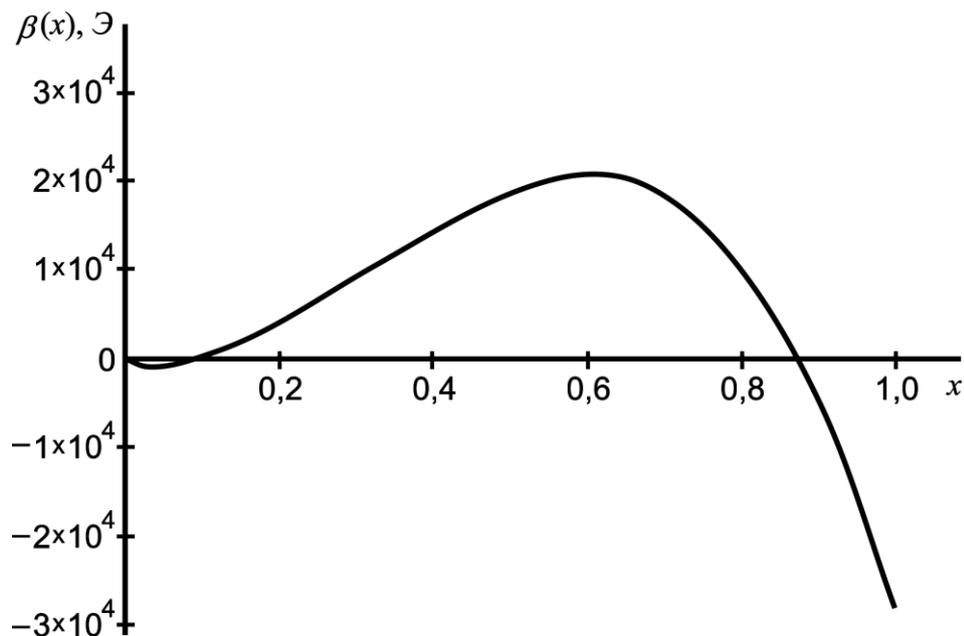
## 2.1. Влияние концентрации ионов кобальта на фазовые переходы и фазовые состояния в магнитных пленках сплава $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$

### 2.1.1. Влияние магнитодипольного взаимодействия на переориентационные фазовые переходы по концентрации в ультратонких магнитных пленках $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$

Как было отмечено выше, в сплавах переходных металлов возможна переориентация намагниченности по концентрации. Например, в работе [147] было показано, что в сплаве  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$  наблюдается изменение направления оси анизотропии в зависимости от концентрации Co. Согласно [147], при концентрации Co, лежащей в интервале  $x_1 < x < x_2$ , в сплаве реализуется анизотропия типа «легкая ось», а при концентрациях  $x < x_1$  и  $x > x_2$  в сплаве реализуется анизотропия типа «легкая плоскость». Критические значения концентрации  $x_1$  и  $x_2$ , соответствующие изменению знака анизотропии, могут принимать различные значения в зависимости от типа кристаллической решетки и других факторов. Используя результаты [147] для объемноцентрированной кубической решетки, можно найти величину эффективного поля анизотропии, которая принимает значения от 231802 Э до 255793 Э; при этом  $x_1$  принимает значения в диапазоне от 0,039 до 0,126, а  $x_2$  – от 0,823 до 0,92. Такое поведение одноионной анизотропии можно достаточно просто аппроксимировать следующим образом:

$$\beta(x) = -\gamma x(x - x_1)(x - x_2), \quad (2.1)$$

где параметр  $\gamma > 0$  имеет размерность энергии. Один из возможных вариантов зависимости одноионной анизотропии от концентрации в случае объемноцентрированной кубической кристаллической решетки (т.е.,  $c/a = 1$ ) показан на рис. 2.1.



**Рис. 2.1.** Зависимость эффективного поля одноионной анизотропии от концентрации ионов Co для  $\gamma = 243900$  Э,  $x_1 = 0,083$ ,  $x_2 = 0,871$ .

Рассмотрим возможные фазовые состояния ультратонкой (толщиной несколько атомных слоев) пленки сплава  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$  в зависимости от концентрации атомов Co. При этом будем предполагать, что зависимость одноионной анизотропии от концентрации определяется выражением (2.1). Кроме того, обменный гамильтониан системы также зависит от концентрации стандартным образом [1], а спины магнитоактивных ионов, для упрощения вычислений, будем считать одинаковыми и равными  $S = 3/2$ . Кроме того, мы рассмотрим случай объемноцентрированной кубической решетки.

Предположим, что концентрация Co такова, что в системе реализуется одноионная анизотропия типа «легкая ось», причем ось анизотропии (OZ) перпендикулярна плоскости магнитной пленки (XOY). Гамильтониан системы можно представить в следующем виде:

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} \left\{ \left[ J_{nn'}^{(1)} x^2 + J_{nn'}^{(2)} (1-x)^2 + 2J_{nn'}^{(3)} x(1-x) \right] \delta_{ij} + V_{nn'}^{ij} \right\} S_n^i S_{n'}^j - \frac{\beta(x)}{2} \sum_n (S_n^z)^2, \quad (2.2)$$

где  $J_{nn'}^{(1)} > 0$ ,  $J_{nn'}^{(2)} > 0$  и  $J_{nn'}^{(3)} > 0$  – константы обменного взаимодействия между ионами Co-Co, Fe-Fe и Fe-Co, соответственно;  $V_{nn'}^{ij}$  – компоненты тензора магнитодипольного взаимодействия ( $i, j = x, y, z$ ), фурье-образы которых в легкоос-

ной фазе имеют вид (1.18). В обменной части гамильтониана (2.2) учтена зависимость от концентрации атомов Co [1].

Для точного учета одноионной анизотропии воспользуемся методом операторов Хаббарда [142,146], который позволяет получить дисперсионное уравнение справедливое при произвольных соотношениях материальных констант и температурах вплоть до флуктуационной области вблизи температуры Кюри. Решение этого дисперсионного уравнения в легкоосной фазе определяет спектры элементарных возбуждений:

$$\varepsilon^2(k) = \left\{ \frac{3}{2} A_0 - \beta(x) + \frac{3}{2} \left[ \alpha^{(1)} x^2 + \alpha^{(2)} (1-x)^2 + 2\alpha^{(3)} x(1-x) \right] k^2 \right\} \times \left\{ \frac{3}{2} A_0 - \beta(x) - \frac{3}{2} \Omega_0 k + \frac{3}{2} \left[ \alpha^{(1)} x^2 + \alpha^{(2)} (1-x)^2 + 2\alpha^{(3)} x(1-x) \right] k^2 \right\}, \quad (2.3)$$

где  $\alpha^{(i)} = J_0^{(i)} R_i^2$  ( $i = 1, 2, 3$ ),  $R_i$  – радиусы обменных взаимодействий между ионами Co-Co, Fe-Fe и Fe-Co, соответственно.

Как уже упоминалось выше, при изменении концентрации кобальта  $x$ , константа анизотропии меняет знак [147]. При этом вектор намагниченности меняет ориентацию с перпендикулярной плоскости пленки на плоскостную. Это означает, что при определенных значениях концентрации  $x$  в пленке происходит переориентационный фазовый переход. Эти критические значения концентрации можно найти из обращения в ноль энергетической щели в спектре магнонов (2.3). Первая скобка в (2.3) дает следующее уравнение на  $x$ :

$$\beta(x) = 3A_0/2. \quad (2.4)$$

Во второй скобке в уравнении (2.3) слагаемые, описывающие динамический вклад обменного и магнитодипольного взаимодействий, имеют разные знаки. Это приводит к тому, что щель обращается в ноль не при  $k = 0$ , а при некотором ненулевом значении волнового вектора  $k^*$ . В результате, мы получим уравнение на критическое значение концентрации  $x$ , перенормированное сдвижкой волнового вектора, что согласно [18] соответствует реализации доменной фазы:

$$\beta(x) = 3A_0/2 - 3\Omega_0^2 \left\{ 8 \left[ \alpha^{(1)} x^2 + \alpha^{(2)} (1-x)^2 + 2\alpha^{(3)} x(1-x) \right] \right\}^{-1}. \quad (2.5)$$

Численное решение уравнений (2.4) и (2.5) при  $\gamma = 255,8$  кЭ,  $x_1 = 0,039$  и  $x_2 = 0,92$ ,  $A_0 = 18$  кЭ,  $\Omega_0 = 14$  кЭ,  $\alpha^{(1)} = 1,5$  МЭ,  $\alpha^{(2)} = 2$  МЭ,  $\alpha^{(3)} = 1,75$  МЭ [18,147,172] дает следующие критические значения концентрации  $C_0$ , соответствующие переходу из легкоосной фазы:

$$\text{Уравнение (2.4):} \quad x_1^C = 0,566 \quad x_2^C = 0,671$$

$$\text{Уравнение (2.5):} \quad \tilde{x}_1^C = 0,564 \quad \tilde{x}_2^C = 0,673$$

Поскольку легкоосная анизотропия реализуется при  $x$ , изменяющемся в диапазоне от  $x_1 = 0,039$  до  $x_2 = 0,92$  [147], фазовый переход из легкоосной фазы в легкоплоскостную должен происходить при концентрациях больших, чем  $x_1$ , в случае уменьшения концентрации  $C_0$ , и при меньших, чем  $x_2$ , в случае ее увеличения. Очевидно, что фазовый переход из легкоосной фазы в легкоплоскостную фазу будет происходить при  $x_1^C = 0,566$ , если уменьшать концентрацию ионов  $C_0$ , и при  $x_2^C = 0,671$ , если увеличивать концентрацию кобальта, т.к.  $x_1^C > \tilde{x}_1^C$  и  $x_2^C < \tilde{x}_2^C$ . Таким образом, учет размерности системы, а именно влияния диполь-дипольного взаимодействия, приводит к радикальному уменьшению интервала существования легкоосной фазы (для сравнения, в [147]:  $x_1^C = 0,039$ ,  $x_2^C = 0,92$ ).

Необходимо отметить, что уравнение (2.4) имеет действительные корни, если

$$\gamma \geq 10A_0/x_2^3, \quad (2.6)$$

в противном случае надо рассматривать решения уравнение (2.5), а, следовательно, фазовый переход из легкоосной фазы будет происходить в доменную фазу.

Теперь рассмотрим случай, когда концентрация  $C_0$  такова, что в системе реализуется легкоплоскостная одноионная анизотропия. Выбирая ось квантования (OZ) в плоскости пленки (XOZ), запишем гамильтониан системы в следующем виде:

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} \left\{ \left[ J_{nn'}^{(1)} x^2 + J_{nn'}^{(2)} (1-x)^2 + 2J_{nn'}^{(3)} x(1-x) \right] \delta_{ij} + V_{nn'}^{ij} \right\} S_n^i S_{n'}^j + \frac{\beta(x)}{2} \sum_n (S_n^y)^2. \quad (2.7)$$

В гамильтониане (2.7) учтено, что система находится в легкоплоскостной фазе, т.е.  $\beta(x) = \gamma x(x-x_1)(x-x_2)$ . Выбирая направление волнового вектора в плоскости пленки вдоль оси ОХ, можем записать выражения для фурье-образов компонент тензора магнитодипольного взаимодействия в следующем виде [139]:

$$V_k^{xx} = \frac{A_0}{3} - \Omega_0 k, \quad V_k^{yy} = -\frac{2}{3} A_0 + \Omega_0 k, \quad V_k^{zz} = \frac{A_0}{3}, \quad V_k^{ij} = 0. \quad (2.8)$$

Спектр элементарных возбуждений в легкоплоскостной фазе имеет вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon^2(k) = & \left\{ \beta(x) + \frac{3}{2} \Omega_0 k + \frac{3}{2} \left[ \alpha^{(1)} x^2 + \alpha^{(2)} (1-x)^2 + 2\alpha^{(3)} x(1-x) \right] k^2 \right\} \times \\ & \times \left\{ \beta(x) + \frac{3}{2} A_0 - \frac{3}{2} \Omega_0 k + \frac{3}{2} \left[ \alpha^{(1)} x^2 + \alpha^{(2)} (1-x)^2 + 2\alpha^{(3)} x(1-x) \right] k^2 \right\}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Рассматривая условия обращения в ноль щели в спектре (2.9), мы снова получим два уравнения на  $x$ :

$$\beta(x) = 0, \quad (2.10)$$

$$\beta(x) = \frac{3\Omega_0^2}{8 \left[ \alpha^{(1)} x^2 + \alpha^{(2)} (1-x)^2 + 2\alpha^{(3)} x(1-x) \right]} - \frac{3}{2} A_0. \quad (2.11)$$

Решение уравнений (2.10) и (2.11) дает:

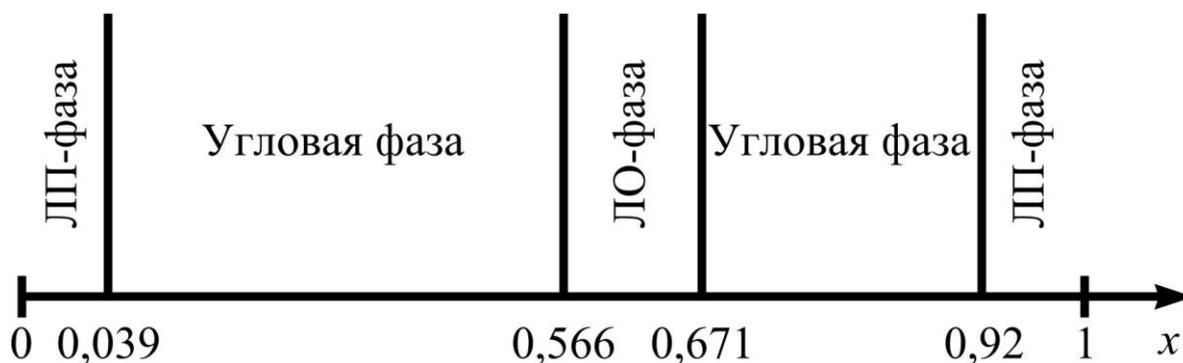
$$\text{Уравнение (2.10):} \quad x_1^C = 0,039 \quad x_2^C = 0,92$$

$$\text{Уравнение (2.11):} \quad \tilde{x}_1^C = 0,564 \quad \tilde{x}_2^C = 0,673$$

Очевидно, что фазовый переход из легкоплоскостной фазы в легкоосную фазу будет происходить при  $x_1^C = 0,039$ , если увеличивать концентрацию ионов Со, и при  $x_2^C = 0,92$ , если уменьшать концентрацию кобальта.

Проведенные исследования показали, что учет размерности системы, а именно ее двухмерности, существенно меняет фазовую диаграмму, значительно уменьшая интервал концентраций ионов Со, в котором существует легкоосная фаза. Фазовый переход из легкоосной фазы в плоскостную фазу происходит че-

рез промежуточное состояние, которое определяется соотношением материальных параметров системы. Можно утверждать, что этим промежуточным состоянием является угловая фаза, если выполняется условие (2.6). Фазовая диаграмма системы в этом случае представлена на рис. 2.2.

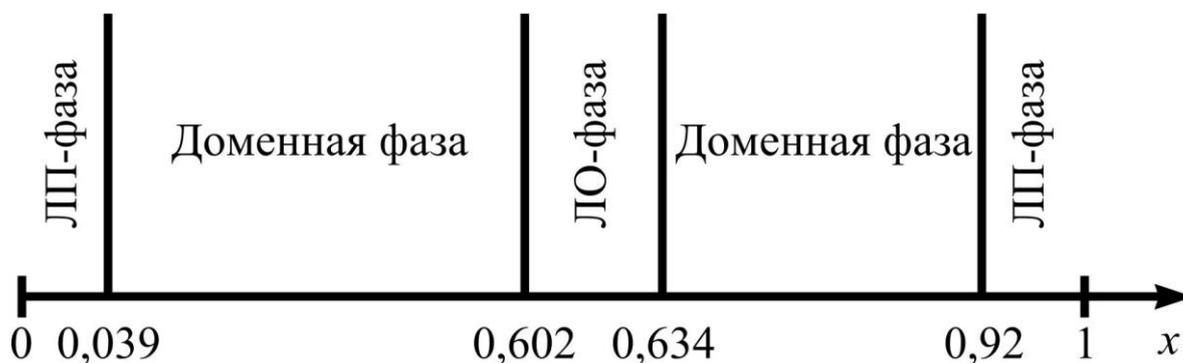


**Рис. 2.2.** Фазовая диаграмма ультратонкой магнитной пленки  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$ , если выполняется условие (2.6). ЛП-фаза – легкоплоскостная фаза, ЛО-фаза – легкоосная фаза.

Если условие (2.6) не выполняется, то учет магнитодипольного взаимодействия приводит к тому, что вместо угловой фазы реализуется доменная фаза. При этом область существования легкоосной фазы немного увеличивается. Подставляя в уравнение (2.5) численные значения материальных констант, при которых не выполняется (2.6) (например,  $\gamma = 255,1$  кЭ,  $x_1 = 0,043$  и  $x_2 = 0,916$ ), получим:

$$\tilde{x}_1^C = 0,602 \quad \tilde{x}_2^C = 0,634 \quad (2.12)$$

Фазовая диаграмма в этом случае показана на рис. 2.3.

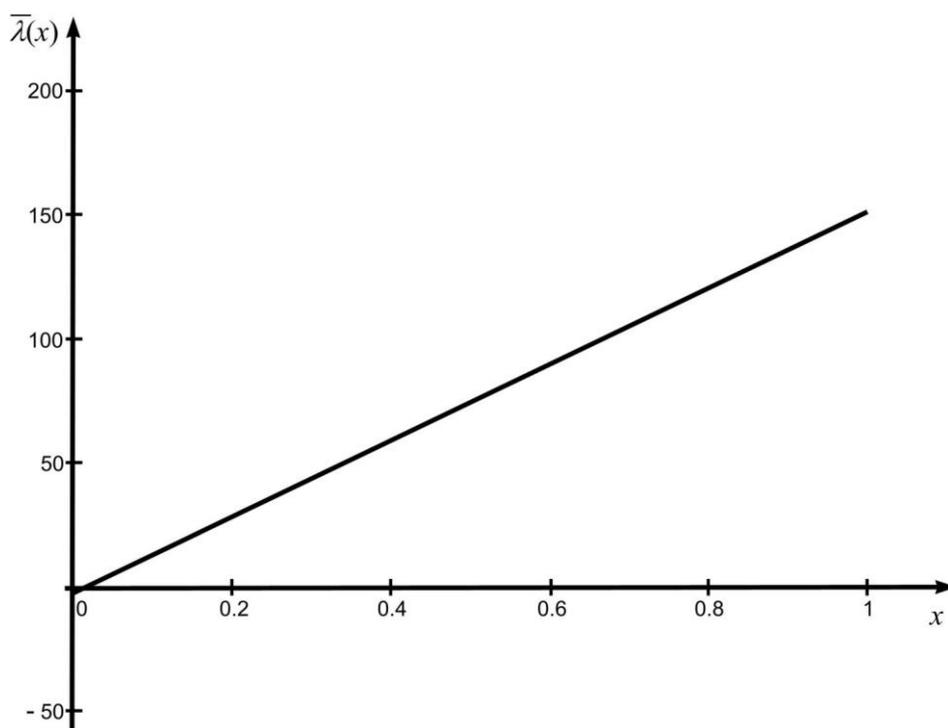


**Рис. 2.3.** Фазовая диаграмма ультратонкой магнитной пленки  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$ , если условие (2.6) не выполняется.

Такое поведение системы можно объяснить, исходя из следующих простых соображений. Если условие (2.6) выполняется, энергия одноионной анизотропии значительно превосходит величину магнитодипольного взаимодействия, что препятствует реализации доменной фазы, реализация которой определяется именно диполь-дипольным взаимодействием. Поэтому фазовый переход из легкоплоскостной фазы в легкоосную происходит через угловую фазу. Если же условие (2.6) не выполняется, то энергетически выгодным становится разбиение системы на домены. Поскольку в этом случае, хотя величина магнитодипольного взаимодействия и не превосходит константу одноионной анизотропии, тем не менее, начинает существенную роль играть динамическая составляющая магнитодипольного взаимодействия, что проявляется в обращении щели в ноль при ненулевом критическом значении волнового вектора, и, как следствие, к перенормировке магнетонного спектра.

### **2.1.2. Влияние плоского магнитоупругого взаимодействия на переориентационные фазовые переходы по концентрации в ультратонких магнитных пленках $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$**

Как упоминалось выше, существенную роль в ультратонких магнитных пленках играет магнитоупругое взаимодействие. Как правило, магнитоупругое взаимодействие является одним из самых слабых в системе. Однако, при определенных условиях (например, в точках компенсации, когда анизотропия Fe компенсирует анизотропию Co), магнитоупругое взаимодействие может играть существенную роль. Более того, учет магнитоупругого взаимодействия может привести к формированию новых фазовых состояний [14,129]. Причем, как свидетельствуют экспериментальные данные [83], магнитоупругое взаимодействие в сплавах  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$  также зависит от концентрации кобальта. Зависимость константы магнитоупругого взаимодействия от концентрации кобальта показана на рис.2.4.



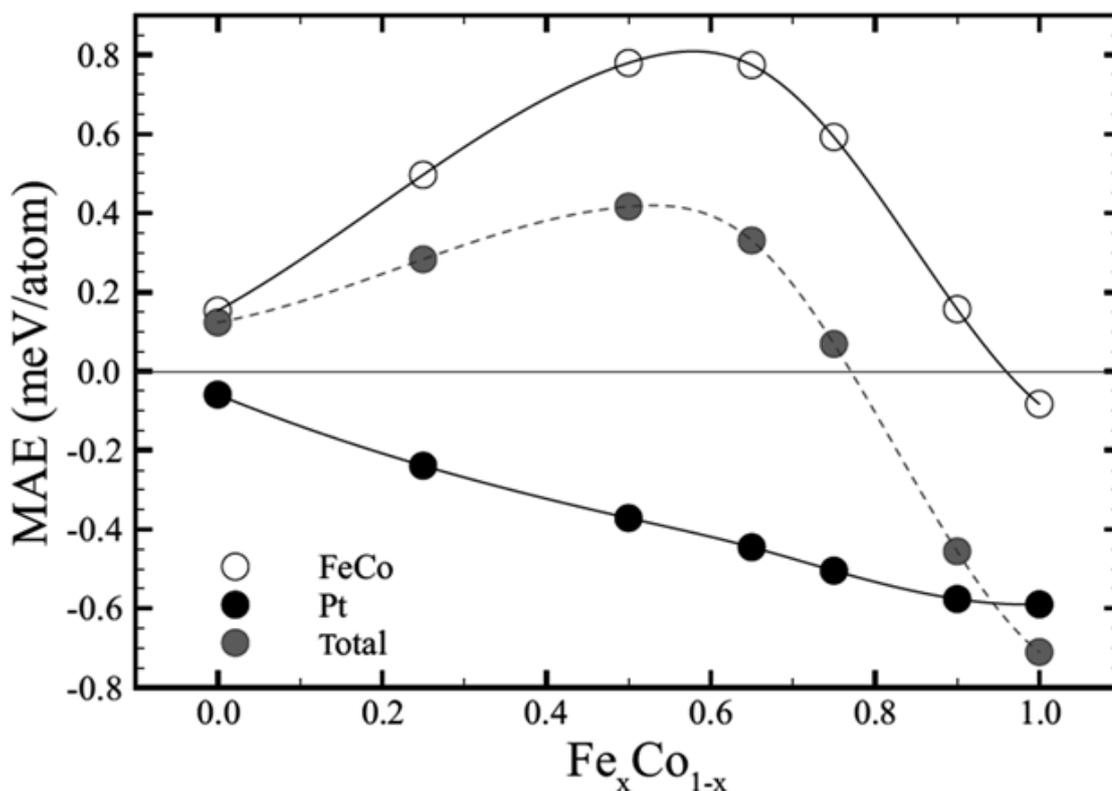
**Рис. 2.4.** Зависимость константы магнитострикции от концентрации атомов Со.

Эта зависимость может быть аппроксимирована простой линейной функцией [169]:

$$\begin{aligned} \tilde{\nu}(x) &= \nu \cdot \bar{\lambda}(x), & \bar{\lambda}(x) &= 0,4\lambda_{100}(x) + 0,6\lambda_{111}(x), \\ \lambda_{100}(x) &= 19,286 + 2,43x, & \lambda_{111}(x) &= -16,074 + 0,938x. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Здесь  $\nu$  – константа магнитоупругого взаимодействия,  $\lambda$  – константа магнитострикции.

В работе [165] исследовались магнитные свойства однослойной пленки  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$  и, в частности, была получена зависимость величины одноионной анизотропии от концентрации атомов Со (рис. 2.5). Как видно из рис. 2.5, максимум одноионной анизотропии наблюдается при  $x = 0,5$  и составляет примерно  $1,25 \cdot 10^5$  Э, что на порядок больше величины одноионной анизотропии в объемных образцах [147].



**Рис. 2.5.** Зависимость энергии магнитной анизотропии монослоя  $\text{Fe}_x\text{Co}_{1-x}$  на подложке Pt(111) [165]. Черные точки – данные для подложки Pt(111); серые точки, соединенные пунктирной линией, соответствуют данным для системы пленка + подложка; белые точки соответствуют данным для монослоя  $\text{Fe}_x\text{Co}_{1-x}$  без подложки.

Экспериментальные результаты по измерению зависимости одноионной анизотропии от концентрации кобальта в однослойных пленках FeCo [165] легко могут быть аппроксимированы следующим аналитическим выражением:

$$\beta(x) = 3,553 \times 10^4 x^3 - 1,048 \times 10^5 x^2 + 7,391 \times 10^4 x - 2,247 \times 10^3. \quad (2.14)$$

Коэффициенты в (2.14) имеют размерность напряженности магнитного поля (Э). Аппроксимация (2.14) описывает зависимость энергии одноионной анизотропии монослоя сплава FeCo от концентрации ионов Co без учета подложки (белые кружочки на рис. 2.5). Такие пленки аналогичны пленкам Ленгмюра-Бладжет, и именно такие объекты мы будем рассматривать в дальнейшем.

Поскольку исследуемая система является фактически двумерной, ее магнитные свойства существенно зависят от величины магнитодипольного взаи-

модействия, влияние которого может привести к возникновению доменной структуры [18]. Очевидно, что величина магнитодипольного взаимодействия также зависит от концентрации ионов Со.

Предположим, что концентрация ионов Со такова, что в системе реализуется одноионная анизотропия типа «легкая ось», причем ось анизотропии (OZ) перпендикулярна плоскости пленки (XOY). Зависимость константы одноионной анизотропии от концентрации определяется выражением (2.14). Мы рассмотрим влияние «плоского» магнитоупругого взаимодействий. Под термином «плоское» магнитоупругое взаимодействие подразумевается, что упругая и магнитоупругая энергии системы зависят только от компонент тензора деформаций, действующих в плоскости пленки [173]. Зависимость магнитоупругого взаимодействия от концентрации определяется выражением (2.13). Обменное взаимодействие зависит от концентрации стандартным образом [1]. Для простоты вычислений будем считать спины магнитоактивных ионов в сплаве  $Fe_{1-x}Co_x$  одинаковыми и равными  $S = 3/2$ .

Гамильтониан такой системы можно представить в виде:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{H} = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} \left\{ \left[ J_{nn'}^{(1)} x^2 + J_{nn'}^{(2)} (1-x)^2 + 2J_{nn'}^{(3)} x(1-x) \right] \delta_{ij} + V_{nn'}^{ij} \right\} S_n^i S_{n'}^j - \\
 & -\frac{\beta(x)}{2} \sum_n (S_n^z)^2 + \tilde{v}(x) \sum_n \left[ u_{xx}(n) (S_n^x)^2 + u_{yy}(n) (S_n^y)^2 + \right. \\
 & \left. + u_{xy}(n) (S_n^x S_n^y + S_n^y S_n^x) \right] + \frac{E}{2(1-\sigma^2)} \sum_n \left[ u_{xx}^2(n) + u_{yy}^2(n) + \right. \\
 & \left. + 2\sigma u_{xx}(n) u_{yy}(n) + 2(1-\sigma) u_{xy}^2(n) \right],
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

где  $\tilde{v}(x)$  – константа магнитоупругой связи, определяемая выражением (2.13);  $u_{ij}(n)$  – компоненты тензора деформаций;  $E$  – модуль Юнга;  $\sigma$  – коэффициент Пуассона. Фурье-образы компонент тензора магнитодипольного взаимодействия совпадают с выражениями (1.18). Все дальнейшие вычисления будут проводиться для низкотемпературного случая ( $T \ll T_C$ ).

Как правило, при исследовании сплавов используется метод приближения когерентного потенциала (ПКП), который, по сути, является методом нахождения функций Грина в эффективной среде. Одним из приближений в ПКП для материалов со случайным распределением компонент является приближение Корринга-Коха-Ростекера (метод ККР). Данная теория применяется путем введения упорядоченной решетки эффективных потенциалов вместо переменного потенциала [174,175]. Мы воспользуемся несколько иным подходом, а именно методом операторов Хаббарда [142] в приближении среднего поля. ПКП является в некотором смысле аналогом приближения самосогласованного поля, используемого нами. В частности, при температуре не слишком близкой к критической (а мы рассматриваем случай низких температур), малым параметром и в том и другом приближении является величина  $(a/R_0)^3$ , где  $a$  – параметр решетки,  $R_0$  – радиус потенциала взаимодействия (в случае приближения самосогласованного поля) или длина прямого перескока электрона по узлам решетки (в случае ПКП) [176]. Так как нас интересуют фазовые состояния рассматриваемой системы, мы воспользуемся наиболее удобным в данном случае методом самосогласованного поля, используя зависимости материальных констант от концентрации, полученные экспериментально, поскольку аналогичные зависимости получаются и в ПКП.

Операторы Хаббарда строятся на базисе собственных функций одноузельного гамильтониана, который в приближении среднего поля имеет вид:

$$\mathcal{H}_0 = -\bar{H} \sum_n S_n^z - \frac{\beta(x)}{2} \sum_n (S_n^z)^2 + \tilde{v}(x) \sum_n \left[ u_{xx}(n) (S_n^x)^2 + u_{yy}(n) (S_n^y)^2 + u_{xy}(n) (S_n^x S_n^y + S_n^y S_n^x) \right], \quad (2.16)$$

где  $\bar{H} = I_0 \langle S^z \rangle$ ,  $I_0 = J_0^{(1)} x^2 + J_0^{(2)} (1-x)^2 + 2J_0^{(3)} x(1-x) + V_0^{zz}$ ,  $J_0^{(i)}$  – нулевые фурье-компоненты обменных интегралов. Решая с гамильтонианом (2.16) одноузельную задачу, найдем энергетические уровни магнитного иона:

$$\begin{aligned}
E_{\pm\frac{3}{2}} &= -\frac{9}{8}\beta(x) + \frac{3}{4}\tilde{v}(x)(u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}) \mp \frac{3}{2}\bar{H}, \\
E_{\pm\frac{1}{2}} &= -\frac{\beta(x)}{8} + \frac{7}{4}\tilde{v}(x)(u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}) \mp \frac{\bar{H}}{2}
\end{aligned}
\tag{2.17}$$

и собственные функции одноузельного гамильтониана (2.16):

$$\Psi_n(3/2) = |3/2\rangle, \quad \Psi_n(1/2) = |1/2\rangle, \quad \Psi_n(-1/2) = |-1/2\rangle, \quad \Psi_n(-3/2) = |-3/2\rangle, \tag{2.18}$$

где  $|M\rangle$  – собственные векторы оператора  $S^z$  ( $M = -3/2, -1/2, 1/2, 3/2$ ). Спонтанные деформации  $u_{ij}^{(0)}$  определяются из условия минимума плотности свободной энергии, и при низких температурах имеют следующий вид:

$$u_{xx}^{(0)} = u_{yy}^{(0)} = -\frac{3\tilde{v}(x)}{4E}(1 - \sigma), \quad u_{xy}^{(0)} = u_{yx}^{(0)} = 0. \tag{2.19}$$

На базисе собственных функций (2.18) строятся операторы Хаббарда, связанные со спиновыми операторами следующим образом:

$$\begin{aligned}
S_n^z &= \frac{3}{2} \left( X_n^{\frac{33}{22}} - X_n^{\frac{3}{2}\frac{3}{2}} \right) + \frac{1}{2} \left( X_n^{\frac{11}{22}} - X_n^{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} \right), \\
S_n^+ &= \sqrt{3} \left( X_n^{\frac{1}{2}\frac{3}{2}} + X_n^{\frac{31}{22}} \right) + 2X_n^{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}, \quad S_n^- = (S_n^+)^\dagger.
\end{aligned}
\tag{2.20}$$

Одноузельный гамильтониан (2.16) диагонален в представлении операторов Хаббарда.

Для определения критических значений концентраций, соответствующих фазовому переходу из легкоосной фазы рассматриваемой системы, определим спектры элементарных возбуждений. Как и в предыдущем разделе, для этого мы воспользуемся методом функций Грина.

В легкоосной фазе не происходит гибридизации упругих и магнитных возбуждений. Это связано с тем, что магнитный момент перпендикулярен плоскости пленки, а магнитоупругое взаимодействие действует в плоскости пленки. В рассматриваемой геометрии ( $\vec{k} \parallel \text{OX}$ ) отличными от нуля компонентами вектора поляризации квазифононов являются  $e_l^x$  и  $e_l^y$ , лежащие в плоскости системы. Учитывая это, получаем, что спектры квазифононов остаются ли-

нейными по волновому вектору, а спектр низкочастотных квазимагнонов имеет вид:

$$\varepsilon^2(k) = \left[ \beta(x) - \frac{3}{2}A_0 - \frac{3\tilde{v}^2(x)(1-\sigma)}{2E} + \frac{3}{2}\alpha k^2 \right] \times \left[ \beta(x) - \frac{3}{2}A_0 - \frac{3\tilde{v}^2(x)(1-\sigma)}{2E} + \frac{3}{2}\Omega_0 k + \frac{3}{2}\alpha k^2 \right], \quad (2.21)$$

где  $\alpha = \alpha^{(1)}x^2 + \alpha^{(2)}(1-x)^2 + 2\alpha^{(3)}x(1-x)$ .

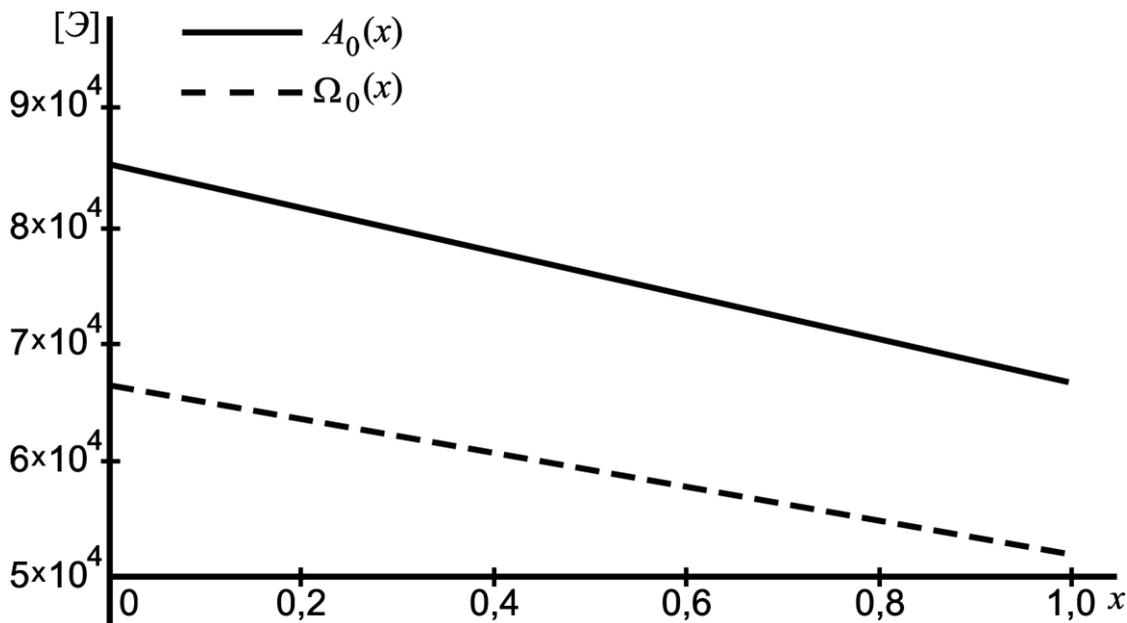
Условие обращения в ноль щели в спектре (2.21) дает уравнение на определение критической концентрации ионов Со, при которой происходит фазовый переход из легкоосной фазы:

$$\beta(x) - \frac{3}{2}A_0 - \frac{3\tilde{v}^2(x)(1-\sigma)}{2E} = 0. \quad (2.22)$$

В [164] экспериментально показано, что монослой сплава  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$ , при концентрациях  $0,3 < x < 0,65$  обладает четко выраженной легкоосной анизотропией перпендикулярной плоскости пленки. Используя эти данные, а также уравнение (2.22) и соотношения (2.13) и (2.14), можно получить зависимость параметров магнитодипольного взаимодействия от концентрации ионов Со. Численные расчеты показывают, что зависимость параметров магнитодипольного взаимодействия от концентрации имеет вид:

$$A_0(x) = -1,863 \times 10^4 x + 8,536 \times 10^4, \quad \Omega_0(x) = -1,449 \times 10^4 x + 6,639 \times 10^4 \quad (2.23)$$

Коэффициенты в (2.23) имеют размерность напряженности магнитного поля (Э). Как видно из рис. 2.6, величина магнитодипольного взаимодействия линейно убывает с ростом концентрации атомов кобальта. Это связано с тем, что намагниченность сплава FeCo также линейно убывает с ростом концентрации Со [165], а, как известно, энергия размагничивающего поля является линейной функцией намагниченности [1].



**Рис. 2.6.** Зависимость параметров магнитодипольного взаимодействия от концентрации ионов  $\text{Co}$ .

Предположим теперь, что концентрация кобальта такова, что система может находиться в угловой фазе. Рассмотрим сначала ситуацию, когда система находится вблизи линии фазового перехода из угловой фазы в фазу «легкая ось», т.е. вектор намагниченности образует малый угол  $\theta$  ( $\theta \ll 1$ ) с осью  $OZ$  (плоскость пленки –  $XOY$ ).

Исследуем плотность свободной энергии в угловой фазе:

$$F = F_0 + F_{yn} - T \ln Z, \quad (2.24)$$

где  $F_0 = \frac{1}{2} \left[ I_0(x) + \frac{A_0(x)}{3} - A_0(x) \cos^2 \theta \right] \langle S^z \rangle^2$ ;  $F_{yn} = \frac{E}{2(1-\sigma^2)} \sum_{n,i \neq j} \left\{ \left[ \tilde{u}_{ii}^{(0)}(n) \right]^2 + 2\sigma \tilde{u}_{ii}^{(0)}(n) \tilde{u}_{jj}^{(0)}(n) + 2(1-\sigma) \left[ \tilde{u}_{ij}^{(0)}(n) \right]^2 \right\}$  – плотность упругой энергии в угловой фазе,  $\tilde{u}_{ij}^{(0)}$  – спонтанные деформации в угловой фазе, которые также являются функцией угла  $\theta$ , и которые легко найти путем минимизации плотности упругой энергии;  $Z = \sum_i \exp(-\tilde{E}_i/T)$  – статистическая сумма;  $\tilde{E}_i$  – энергетические уровни магнитного иона в угловой фазе.

Поскольку исследуется состояние системы при температуре много меньшей температуры Кюри, то при вычислении

статистической суммы ограничимся лишь нижайшим энергетическим уровнем  $\tilde{E}_3$ . Тогда плотность свободной энергии в угловой фазе можно представить так:

$$F \approx F_0 + F_{yn} + \tilde{E}_3. \quad (2.25)$$

Учитывая малость угла  $\theta$ ,  $\tilde{E}_3$  можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_3 = & -\frac{3}{2}\bar{H} - \frac{9}{8}\beta(x) + \frac{3}{4}\tilde{v}(x)(\tilde{u}_{xx}^{(0)} + \tilde{u}_{yy}^{(0)}) + \frac{3}{2}\left(\frac{\beta(x)}{2} - \frac{3}{2}A_0 + \tilde{v}(x)\tilde{u}_{yy}^{(0)}\right)\theta^2 - \\ & - \frac{1}{2}\left(\frac{\beta(x)}{2} - \frac{3}{2}A_0 + \tilde{v}(x)\tilde{u}_{yy}^{(0)}\right)\theta^4 + \frac{1}{15}\left(\frac{\beta(x)}{2} - \frac{3}{2}A_0 + \tilde{v}(x)\tilde{u}_{yy}^{(0)}\right)\theta^6. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Тогда плотность свободной энергии равна:

$$\begin{aligned} F = & -\frac{9}{8}I_0 + \frac{A_0}{4} - \frac{9}{8}\beta(x) - \frac{9\tilde{v}^2(x)(1-\sigma)}{32E} + \\ & + \frac{3}{4}\left[\beta(x) - \frac{3}{2}A_0 - \frac{3\tilde{v}^2(x)(1-\sigma)}{2E}\right]\theta^2 - \frac{1}{4}\left[\beta(x) - \frac{3}{2}A_0 + \frac{3\tilde{v}^2(x)(2-\sigma)}{2E}\right]\theta^4. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Из условия обращения в ноль коэффициента при  $\theta^2$  можно получить уравнение на концентрацию ионов кобальта, при которой происходит фазовый переход из угловой фазы:

$$\beta(x) - \frac{3}{2}A_0(x) + \frac{3\tilde{v}^2(x)(1-\sigma)}{2E} = 0. \quad (2.28)$$

Уравнение (2.28) совпадает с уравнением (2.22), а его решением, соответственно, будут критические значения концентраций:

$$x_1^C = 0,3, \quad x_2^C = 0,65. \quad (2.29)$$

Таким образом, фазовый переход из легкоосной фазы происходит в угловую фазу. Необходимо отметить, что поскольку коэффициенты при  $\theta^2$  и  $\theta^4$  в (2.27) имеют разные знаки, то рассматриваемый фазовый переход является переходом второго рода, что подтверждается совпадением уравнений (2.22) и (2.28).

Рассмотрим теперь ситуацию, когда концентрация ионов Со такова, что в рассматриваемой системе реализуется легкоплоскостная фаза с намагниченно-

стью, лежащей в плоскости пленки. Для удобства вычислений совместим плоскость пленки с плоскостью  $XOZ$ . Гамильтониан системы в этом случае имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} \left\{ \left[ J_{nn'}^{(1)} x^2 + J_{nn'}^{(2)} (1-x)^2 + 2J_{nn'}^{(3)} x(1-x) \right] \delta_{ij} + V_{nn'}^{ij} \right\} S_n^i S_{n'}^j + \\ & + \frac{\beta(x)}{2} \sum_n (S_n^y)^2 + \tilde{v}(x) \sum_n \left[ u_{xx}(n) (S_n^x)^2 + u_{zz}(n) (S_n^z)^2 + \right. \\ & + u_{xz}(n) (S_n^x S_n^z + S_n^z S_n^x) \left. \right] + \frac{E}{2(1-\sigma^2)} \sum_n \left[ u_{xx}^2(n) + u_{zz}^2(n) + \right. \\ & \left. + 2\sigma u_{xx}(n) u_{zz}(n) + 2(1-\sigma) u_{xz}^2(n) \right]. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Фурье-образы компонент тензора магнитодипольного взаимодействия совпадают с выражением (1.18) если заменить индекс  $y$  на  $z$ .

Выделяя стандартным образом в гамильтониане (2.30) среднее поле, получим одноузельный гамильтониан в легкоплоскостной фазе:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 = & -\bar{H} \sum_n S_n^z + \frac{\beta(x)}{2} \sum_n (S_n^y)^2 + \tilde{v}(x) \sum_n \left[ u_{xx}(n) (S_n^x)^2 + u_{zz}(n) (S_n^z)^2 + \right. \\ & \left. + u_{xz}(n) (S_n^x S_n^z + S_n^z S_n^x) \right]. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Как видно из (2.31) одноузельный гамильтониан системы в представлении операторов Хаббарда (2.20) не диагонален. Для диагонализации гамильтониана (2.31) проведем обобщенное  $u$ - $v$  преобразование [144]:

$$\begin{aligned} U_{nm}(\zeta) = & \exp(\zeta X^{nm} - \zeta^* X^{mn}) = 1 + (\cos|\zeta| - 1)(X^{nm} + X^{mn}) + \\ & + \sin|\zeta| \left[ \exp(i\mu) X^{nm} - \text{э.с.} \right]. \end{aligned} \quad (2.32)$$

При этом закон преобразований для хаббардовских операторов при унитарном повороте имеет вид:

$$X^{pq} \rightarrow U_{nm}(\zeta) X^{pq} U_{nm}^+(\zeta) \equiv X^{pq}(\zeta). \quad (2.33)$$

В одноузельном гамильтониане (2.31) можно выделить две квазидвухуровневые подсистемы, поэтому для диагонализации гамильтониана достаточно двух независимых унитарных поворотов:

$$\begin{aligned}
U_{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}}(\zeta) &= 1 + (\cos \zeta - 1) \left( X^{\frac{33}{22}} + X^{\frac{11}{22}} \right) + \sin \zeta \left( X^{\frac{31}{22}} - X^{\frac{13}{22}} \right), \\
U_{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}}(\delta) &= 1 + (\cos \delta - 1) \left( X^{\frac{11}{22}} + X^{\frac{33}{22}} \right) + \sin \delta \left( X^{\frac{13}{22}} - X^{\frac{31}{22}} \right).
\end{aligned} \tag{2.34}$$

Уравнения на параметры  $u$ - $v$  преобразования  $\zeta$  и  $\delta$  позволяют найти их связь с параметрами системы:

$$\operatorname{tg} 2\zeta \approx \operatorname{tg} 2\delta \approx \frac{\sqrt{3}\beta(x)}{2(3I_0 + A_0)}. \tag{2.35}$$

При выполнении условия (2.35), одноузельный гамильтониан диагонален. Энергетические уровни магнитного иона в легкоплоскостной фазе имеют вид:

$$\begin{aligned}
E_{\pm \frac{3}{2}} &= \frac{5}{8}\beta(x) + \frac{5}{4}\tilde{v}(x)(u_{xx}^{(0)} + u_{zz}^{(0)}) \mp \frac{\bar{H}}{2} \mp \\
&\mp \frac{1}{2} \sqrt{\left[ \frac{\beta(x)}{2} + \tilde{v}(x)(u_{xx}^{(0)} - 2u_{zz}^{(0)}) \pm 2\bar{H} \right]^2 + 3 \left[ \frac{\beta(x)}{2} - \tilde{v}(x)u_{xx}^{(0)} \right]^2}, \\
E_{\pm \frac{1}{2}} &= \frac{5}{8}\beta(x) + \frac{5}{4}\tilde{v}(x)(u_{xx}^{(0)} + u_{zz}^{(0)}) \pm \frac{\bar{H}}{2} \mp \\
&\mp \frac{1}{2} \sqrt{\left[ \frac{\beta(x)}{2} + \tilde{v}(x)(u_{xx}^{(0)} - 2u_{zz}^{(0)}) \mp 2\bar{H} \right]^2 + 3 \left[ \frac{\beta(x)}{2} - \tilde{v}(x)u_{xx}^{(0)} \right]^2}.
\end{aligned} \tag{2.36}$$

Спонтанные деформации определяются из условия минимума плотности свободной энергии и имеют в случае низких температур ( $T \ll T_C$ ) следующий вид:

$$u_{xx}^{(0)} = -\frac{3\tilde{v}(x)}{4E}(1 - 3\sigma), \quad u_{zz}^{(0)} = -\frac{3\tilde{v}(x)}{4E}(3 - \sigma), \quad u_{xz}^{(0)} = u_{zx}^{(0)} = 0. \tag{2.37}$$

Поскольку недиагональные спонтанные деформации равны нулю, а диагональные различны, то в легкоплоскостной фазе, в отличие от легкоосной фазы, происходит асимметричная деформация кристаллической решетки. Причем деформация вдоль оси OZ больше, чем вдоль оси OX ( $|u_{zz}^{(0)}| > |u_{xx}^{(0)}|$ ).

Решение дисперсионного уравнения в легкоплоскостной фазе позволяет получить спектры квазичастиц. Исследуем спектры элементарных возбуждений в той же геометрии, что и ранее ( $\vec{k} \parallel OX$ ). Спектры квазимагнонов имеют вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^2(k) = & \frac{3}{4} \left\{ 3I_0(x) + \beta(x) + A_0(x) + \frac{3\tilde{v}^2(x)(5+\sigma)}{4E} \right\} \times \\ & \times \left\{ \frac{2}{3} \beta(x) - \frac{\beta^2(x) \left[ \beta(x) + \frac{3\tilde{v}^2(x)(7-5\sigma)}{4E} \right]}{32\bar{H}^2 - 2\beta(x) \left[ \beta(x) + \frac{9\tilde{v}^2(x)(5+\sigma)}{2E} \right]} \right\} + \\ & + A_0(x) + \frac{\tilde{v}^2(x)(5+\sigma)}{4E} - \Omega_0(x)k + \alpha(x)k^2 \Big\}, \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_2^2(k) = & \frac{3}{4} \left\{ 3I_0(x) + \beta(x) + A_0(x) + \frac{3\tilde{v}^2(x)(5+\sigma)}{4E} \right\} \times \\ & \times \left\{ \frac{\tilde{v}^2(x)(5+\sigma)}{4E} - \frac{\beta^2(x) \left[ \beta(x) + \frac{3\tilde{v}^2(x)(7-5\sigma)}{4E} \right]}{32\bar{H}^2 - 2\beta(x) \left[ \beta(x) + \frac{9\tilde{v}^2(x)(5+\sigma)}{2E} \right]} + \Omega_0 k + \alpha k^2 \right\}. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Как видно из спектров (2.38) и (2.39), учет магнитодипольного взаимодействия приводит к появлению линейных по волновому вектору  $k$  слагаемых в спектрах квазимагнонов. В результате щель в спектре (2.38) обращается в ноль не при ненулевых значениях волнового вектора  $k$ , а при некотором критическом значении волнового вектора  $k^* = \Omega_0/(2\alpha)$  [18]. Это указывает на то, что в данном случае происходит фазовый переход в пространственно-неоднородное состояние. Из условия обращения в ноль щели в спектре (2.38) получим уравнение на концентрацию ионов  $S_0$ , при которой происходят фазовые переходы из доменной фазы:

$$\begin{aligned} & 2\beta(x)/3 + A_0(x) + \tilde{v}^2(x)(5+\sigma)/(4E) - \Omega_0^2(x)/(4\alpha(x)) - \\ & - \frac{\beta^2(x) \left[ \beta(x) + 3\tilde{v}^2(x)(7-5\sigma)/(4E) \right]}{32\bar{H}^2 - 2\beta(x) \left[ \beta(x) + 9\tilde{v}^2(x)(5+\sigma)/(2E) \right]} = 0 \end{aligned} \quad (2.40)$$

Решая это уравнение относительно концентрации  $x$ , получим значения концентрации, соответствующие точкам фазового перехода из пространственно неоднородной (доменной) фазы:

$$x_1^D = 0,297, \quad x_2^D = 0,654. \quad (2.41)$$

Спектр квазимагнонов (2.39) становится неустойчивым при  $k = 0$ , и обращение в ноль энергетической щели в этом спектре при

$$\tilde{v}^2(x)(5+\sigma)/(4E) - \frac{\beta^2(x) \left[ \beta(x) + 3\tilde{v}^2(x)(7-5\sigma)/(4E) \right]}{32\bar{H}^2 - 2\beta(x) \left[ \beta(x) + 9\tilde{v}^2(x)(5+\sigma)/(2E) \right]} = 0 \quad (2.42)$$

определяет критические значения концентраций, соответствующие точкам фазового перехода из легкоплоскостной фазы в доменную:

$$x_1^P = 0,205, \quad x_2^P = 0,886. \quad (2.43)$$

Исследуем теперь спектры квазифононов. Спектр продольно-поляризованных квазифононов остается линейным по волновому вектору:

$$\omega_{\square}^2(k) = \omega_l^2(k) \left\{ 1 - \frac{3\tilde{v}^2(x)}{4E \left[ 3I_0(x) + A_0(x) \right]} \right\}, \quad (2.44)$$

и влияние магнитной подсистемы на упругую сводится к перенормировке скорости продольного звука.

Спектр поперечно-поляризованных квазифононов имеет вид:

$$\omega_{\perp}^2(k) = \omega_t^2(k) \left\{ \frac{\tilde{v}^2(x)(1+\sigma)}{4E} - \frac{\beta^2(x) \left[ \beta(x) + \frac{3\tilde{v}^2(x)(7-5\sigma)}{4E} \right]}{32\bar{H}^2 - 2\beta(x) \left[ \beta(x) + \frac{9\tilde{v}^2(x)(5+\sigma)}{2E} \right]} + \Omega_0 k + \alpha k^2 \right\} \times \left\{ \frac{\tilde{v}^2(x)(5+\sigma)}{4E} - \frac{\beta^2(x) \left[ \beta(x) + \frac{3\tilde{v}^2(x)(7-5\sigma)}{4E} \right]}{32\bar{H}^2 - 2\beta(x) \left[ \beta(x) + \frac{9\tilde{v}^2(x)(5+\sigma)}{2E} \right]} + \Omega_0 k + \alpha k^2 \right\}^{-1}. \quad (2.45)$$

Как видно из (2.45), в длинноволновом пределе ( $\Omega_0 k + \alpha k^2 \ll \tilde{v}^2(x)/E$ ) при условии

$$\frac{\tilde{v}^2(x)(1+\sigma)}{4E} - \frac{\beta^2(x) \left[ \beta(x) + \frac{3\tilde{v}^2(x)(7-5\sigma)}{4E} \right]}{32\bar{H}^2 - 2\beta(x) \left[ \beta(x) + \frac{9\tilde{v}^2(x)(5+\sigma)}{2E} \right]} = 0, \quad (2.46)$$

спектр поперечно-поляризованных квазифононов размягчается:

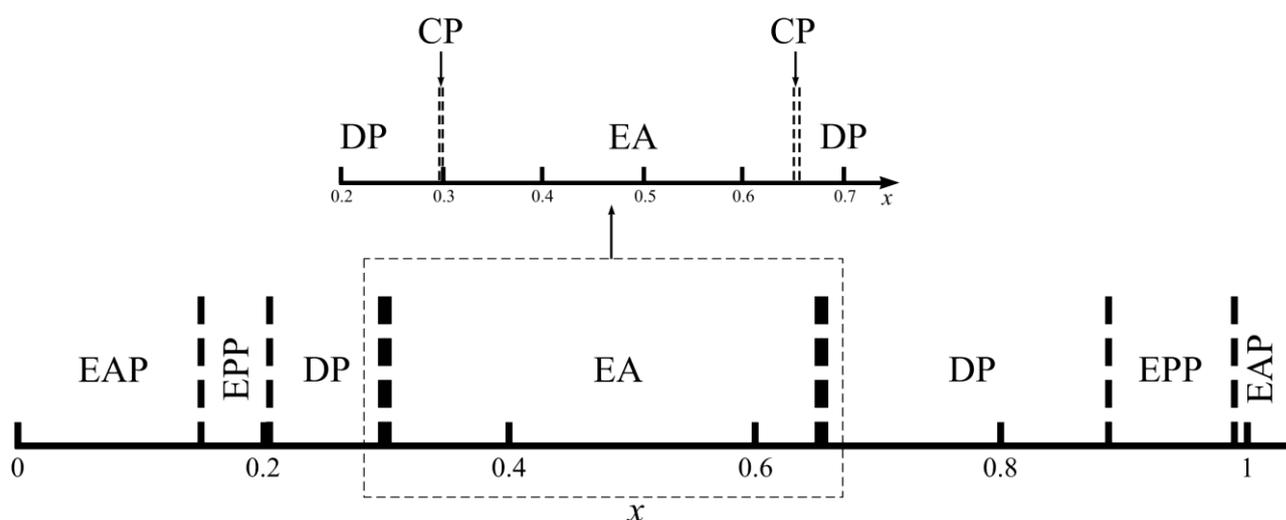
$$\omega_{\perp}^2(k) = \omega_t^2(k) \frac{\Omega_0 k + \alpha k^2}{\frac{\tilde{v}^2(x)}{E}}. \quad (2.47)$$

Это свидетельствует о том, что при выполнении условия (2.46) состояние системы становится неустойчивым, и она переходит в новую фазу, а именно в фазу «легкая ось в плоскости». Выражение (2.46) справедливо при малых значениях константы одноионной анизотропии  $\left( \frac{\beta^2(x)}{\bar{H}^2} < \frac{\tilde{v}^2(x)}{E} \right)$ . При этом магнито-

упругое взаимодействие создает эффективную анизотропию в плоскости системы, которая приводит к реализации фазы «легкая ось в плоскости». Численное решение уравнения (2.46) позволяет определить концентрации ионов Co, при которых система переходит в фазу «легкая ось в плоскости»:

$$x_1^A = 0,15, \quad x_2^A = 0,988. \quad (2.48)$$

Проведенные исследования показывают, что в зависимости от концентрации ионов Co различные фазовые состояния могут реализоваться в однослойных пленках  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$ . Исследование спектров элементарных возбуждений позволяет утверждать, что в рассматриваемом сплаве реализуется не только легкоосная и легкоплоскостная фазы, но и фазы «легкая ось в плоскости», угловая и пространственно-неоднородная (доменная) фазы. Фазовая диаграмма однослойной пленки  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$  схематично показана на рис. 2.7, где для получения численных значений концентрации мы воспользовались данными работ [1,18,83,147,165].

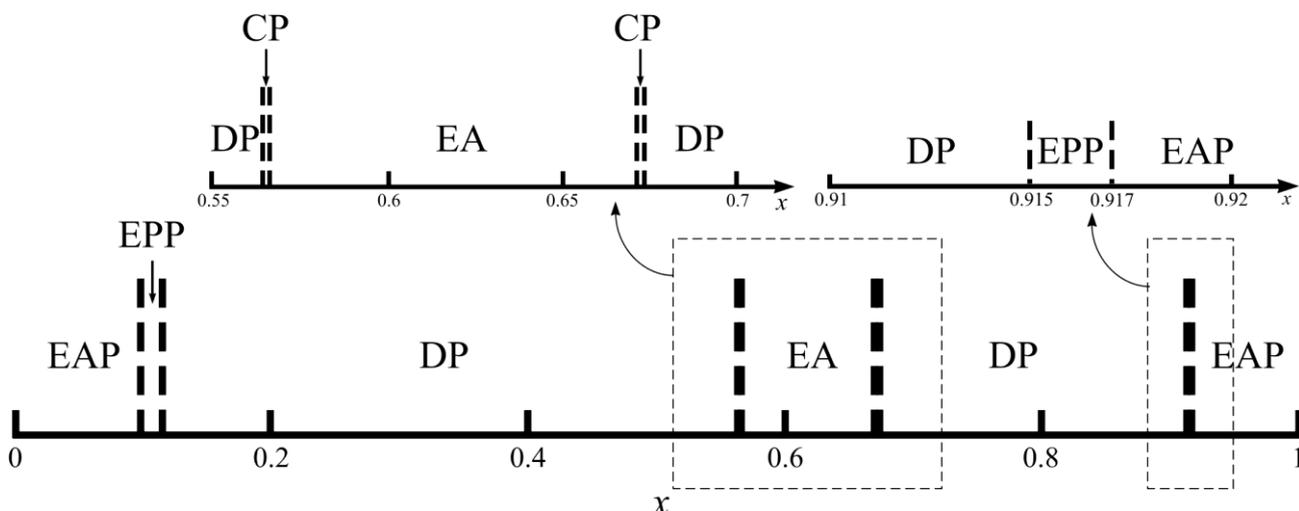


**Рис. 2.7.** . Фазовая диаграмма монослоя  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$  для  $\alpha_1 = 1,5 \text{ МЭ}$ ,  $\alpha_2 = 2 \text{ МЭ}$ ,  $\alpha_3 = 1,75 \text{ МЭ}$ ; EAP – фаза «легкая ось в плоскости», EP – легкоплоскостная фаза, DP – доменная фаза, CP – угловая фаза, EA – легкоосная фаза. Область, обведенная пунктирной рамкой, показана в увеличенном виде.

В предыдущем подразделе, при исследовании фазовых состояний пленки FeCo мы использовали аппроксимацию экспериментальной зависимости константы одноионной анизотропии от концентрации ионов Co для объемного образца [147]. В связи с этим, представляет интерес сравнить результаты, полученные в данном подразделе, с результатами, полученными выше. И в том, и в другом случае могут реализоваться одни и те же фазовые состояния, однако области реализации фазовых состояний существенно отличаются. Для сравнения на рис. 2.8 приведена фазовая диаграмма, полученная в работе [168].

Так, фаза «легкая ось» реализуется при концентрациях Co  $0,3 < x < 0,65$ , т.е. область существования легкоосной фазы значительно шире, чем в предыдущем подразделе. Вследствие этого не только уменьшилась область существования доменной фазы, но также сдвинулись критические значения концентраций для других фаз. Также увеличилась область реализации легкоплоскостной фазы, по сравнению с результатами предыдущего подраздела. Эти отличия можно объяснить следующим образом. Во-первых, зависимость одноионной анизотропии от концентрации ионов Co принципиально различна для монослоя  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$  и объемного образца (см. рис. 2.9). Во-вторых, в предыдущем подраз-

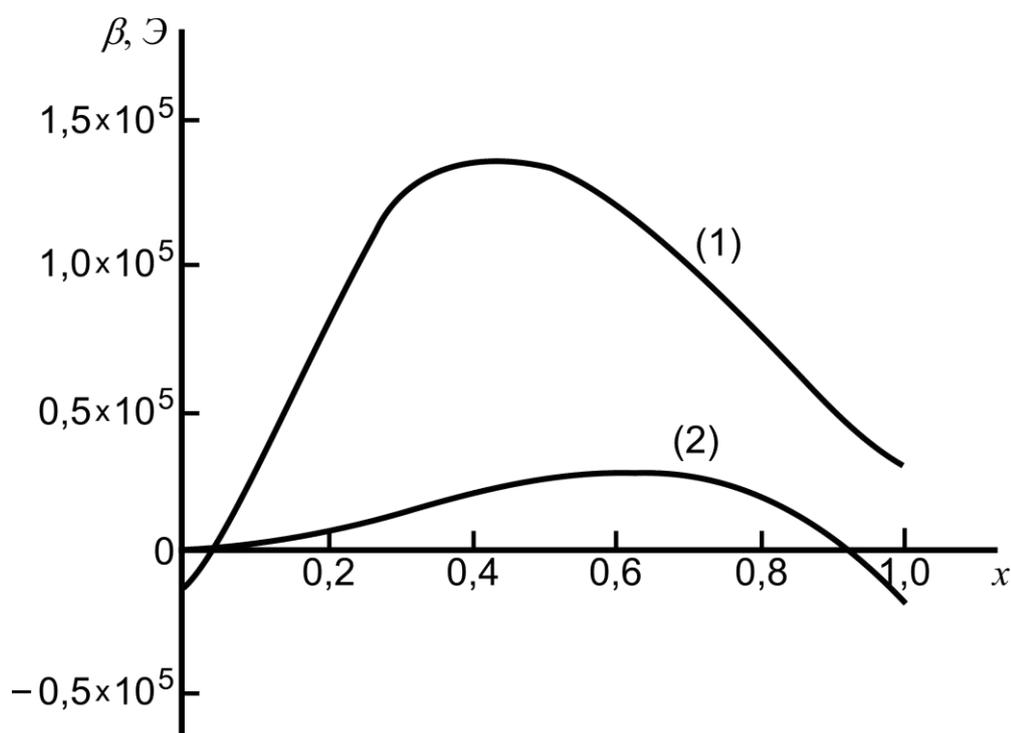
деле не учитывалась зависимость параметров магнитодипольного взаимодействия от концентрации атомов кобальта.



**Рис. 2.8.** Фазовая диаграмма магнитной пленки  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$  для  $\alpha_1 = 1,5 \text{ МЭ}$ ,  $\alpha_2 = 2 \text{ МЭ}$ ,  $\alpha_3 = 1,75 \text{ МЭ}$ . EAP – фаза «легкая ось в плоскости», EPP – легкоплоскостная фаза, DP – доменная фаза, CP – угловая фаза, EA – легкоосная фаза [147,169]. Области, обведенные пунктирной рамкой, показаны в увеличенном виде.

Кроме того, из рис. 2.7 видно, что области существования одних и тех же фаз отличаются при малых и больших концентрациях ионов Co. Это связано с различным поведением константы одноионной анизотропии при малых и больших концентрациях ионов кобальта  $x$ . Вначале, при  $x < 0,5$ , константа одноионной анизотропии резко увеличивается с ростом  $x$  (см. рис. 2.9). Это приводит к увеличению области существования фазы «легкая ось в плоскости» при малых значениях концентрации  $x$ , чему способствует небольшая, но легкоплоскостная анизотропия. С увеличением концентрации Co происходит смена знака одноионной анизотропии (теперь она становится легкоосной), и она быстро возрастает до максимального значения (см. рис. 2.9). Именно поэтому области существования легкоплоскостной и доменной фаз при малых значениях концентрации существенно уже, чем при высоких концентрациях атомов Co ( $x > 0,5$ ), когда константа одноионной анизотропии медленно убывает с ростом  $x$  от своего максимального значения. Благодаря тому, что скорость изменения кон-

станты одноионной анизотропии при больших значениях  $x$  мала, происходит существенное увеличение области существования доменной и легкоплоскостной фаз. А поскольку константа анизотропии больше не меняет знак, область существования фазы «легкая ось в плоскости» уменьшается практически до нуля, и ее реализация объясняется тем, что величина магнитодипольного взаимодействия, создающего эффективную легкоплоскостную анизотропию, уменьшается с ростом концентрации медленнее, чем константа легкоосной одноионной анизотропии (сравните рис. 2.6 и 2.9).



**Рис. 2.9.** Зависимость константы одноионной анизотропии от концентрации  $C_0$ : для монослоя FeCo – кривая (1) (согласно экспериментальным данным [165]); для объемного образца – кривая (2) (экспериментальные данные [147]).

Необходимо отметить еще одно важное обстоятельство. В данной работе мы рассматривали пленки Ленгмюра-Бладжет, которые механически не связаны с подложкой. Однако, эта технология достаточно сложная, и не всегда удобна в реальных устройствах. Поэтому вопрос о влиянии подложки на свойства рассматриваемой системы является важным. Оценим влияние подложки. Наиболее просто это можно сделать в легкоплоскостной фазе. Предположим, что концентрация ионов кобальта такова, что пленка находится в легкоплос-

костной фазе. Учет подложки можно провести, предполагая, что на пленку наложены определенные механические граничные условия. Предположим, что образец жестко закреплен по плоскости пленки (плоскость XOZ), тогда будут отсутствовать деформации вдоль осей OX и OZ. Адекватно учесть механические граничные условия можно в рамках вращательно-инвариантной теории [177-178].

Как отмечалось в [179], магнитная анизотропия приводит к появлению в гамильтониане магнетика слагаемых, зависящих от антисимметричной части тензора градиентов упругих смещений (тензора дисторсии),  $\omega_{ij} = \partial u_i / \partial x_j - \partial u_j / \partial x_i$ , характеризующей бесконечно малые повороты элемента объема тела. При отсутствии механических граничных условий  $\omega_{ij} = 0$  (ввиду наличия только диагональных компонент тензора дисторсии). Однако, стрикционные эффекты в системе с механическими граничными условиями (например, в магнетике с жестко закрепленной гранью), обусловленные искажением элементарной ячейки магнитного кристалла, сопровождаются появлением недиагональных компонент тензора дисторсии, а, следовательно, наличием отличной от нуля антисимметричной части  $\omega_{ij}$ , что влечет за собой поворот (вместе с элементом объема тела) локальной оси анизотропии.

Как упоминалось выше, мы предполагаем, что образец жестко закреплен по плоскости пленки XOZ. Такое закрепление образца соответствует следующим механическим граничным условиям:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yx} = 0; \quad \varepsilon_{yz} = u_{yz} = -\omega_{yz}; \\ \varepsilon_{yy} = u_{yy} + \frac{1}{2}u_{yy}^2 + 2u_{yz}^2, \end{aligned} \quad (2.49)$$

где  $\varepsilon_{ij}$  – тензор конечных деформаций, а  $u_{ij}$  и  $\omega_{ij}$  – симметричная и антисимметричная части тензора дисторсии, соответственно.

Анализ свободной энергии, построенной в рамках вращательно-инвариантной теории и с учетом механических граничных условий (2.49) позволяет получить критические значения материальных параметров системы, при

которых система переходит в фазу «легкая ось в плоскости» и «угловую» фазу (для простоты вычислений мы пренебрегли магнитодипольным взаимодействием, т.е. пространственно неоднородная фаза не реализуется). Численный анализ этих критических значений позволяет найти значения концентрации  $C_0$ , при которых реализуется либо угловая фаза, либо состояние «легкая ось в плоскости».

Таким образом, достаточно простые оценки позволяют получить критические значения концентрации для перехода в фазу «легкая ось в плоскости»:

$$x_1^A = 0,093, \quad x_2^A = 0,996. \quad (2.50)$$

Как видно из (2.50), учет влияния подложки сужает область существования фазы «легкая ось в плоскости». Этот результат вполне предсказуем, поскольку это фазовое состояние определяется достаточно большой стрикцией и малой анизотропией, а влияние подложки приводит к существенному уменьшению магнитострикционных эффектов.

Точка перехода из легкоплоскостной фазы в угловую фазу, оцененная из приведенных выше соображений, практически совпадает с полученными ранее результатами (см. выражение (2.41)). Это свидетельствует об уменьшении влияния подложки, что, в общем-то, очевидно, поскольку в окрестности фазового перехода «легкая плоскость» – «угловая фаза» определяющую роль играет одноионная анизотропия, а магнитострикция оказывает слабое влияние.

### **2.1.3. Влияние объемного магнитоупругого взаимодействия на переориентационные фазовые переходы по концентрации в ультратонких магнитных пленках $Fe_{1-x}Co_x$**

Выше мы рассмотрели влияние плоского магнитоупругого взаимодействия на фазовые переходы по концентрации в ультратонких магнитных пленках сплава  $FeCo$ . Плоские упругие деформации возникают в системе, жестко зафиксированной вдоль оси  $OZ$ , перпендикулярной плоскости пленки [173]. Представляет интерес сравнить результаты, полученные в предыдущем подраз-

деле, с результатами, полученными для тонкой магнитной пленки с учетом всех трех степеней свободы в тензоре упругих деформаций, т.н., объемное магнитоупругое взаимодействие.

В этом случае гамильтониан системы можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} \left\{ \left[ J_{nn'}^{(1)} x^2 + J_{nn'}^{(2)} (1-x)^2 + 2J_{nn'}^{(3)} x(1-x) \right] \delta_{ij} + V_{nn'}^{ij} \right\} S_n^i S_{n'}^j - \\ & - \frac{\beta(x)}{2} \sum_n (S_n^z)^2 + \tilde{v}(x) \sum_{\substack{n, \\ i \neq j}} \left[ u_{ii}(n) (S_n^i)^2 + u_{ij}(n) (S_n^i S_n^j + S_n^j S_n^i) \right] + \\ & + \frac{E}{2(1-\sigma^2)} \sum_{\substack{n, \\ i \neq j}} \left[ u_{ii}^2(n) + 2\sigma u_{ii}(n) u_{jj}(n) + 2(1-\sigma) u_{ij}^2(n) \right], \end{aligned} \quad (2.51)$$

где используются обозначения, введенные выше в формуле (2.15).

Операторы Хаббарда имеют вид (2.20). Для определения критических значений концентраций, соответствующих фазовым переходам из различных состояний рассматриваемой системы, определим спектры элементарных возбуждений.

В рассматриваемом случае, геометрия системы выбрана таким образом, что волновой вектор  $k$  ориентирован вдоль оси ОХ. При этом отличными от нуля компонентами вектора поляризации квазифононов являются:  $e_i^x$ ,  $e_i^y$  и  $e_i^z$ .

Спектры  $t$ - и  $l$ -поляризованных квазифононов остаются линейными по волновому вектору, а спектр  $\tau$ -поляризованных квазифононов имеет следующий вид:

$$\omega^2(k) = \omega_\tau^2(k) \frac{\beta(x) - \frac{3}{2} A_0 + \frac{3}{2} \Omega_0 k + \frac{3}{2} \alpha(x) k^2}{\beta(x) - \frac{3}{2} A_0 + \frac{3\tilde{v}^2(x)(1+\sigma)}{E} + \frac{3}{2} \Omega_0 k + \frac{3}{2} \alpha(x) k^2}. \quad (2.52)$$

Как видно из (2.52), при условии

$$\beta(x) - \frac{3}{2} A_0 = 0, \quad (2.53)$$

спектр квазифононов размягчается и принимает вид:

$$\omega^2(k) = \omega_\tau^2(k) \frac{\Omega_0 k + \alpha(x)k^2}{\frac{2\tilde{\nu}^2(x)(1+\sigma)}{E} + \Omega_0 k + \alpha(x)k^2}. \quad (2.54)$$

В низкочастотной ветви спектра квазимагнонов,

$$\begin{aligned} \varepsilon^2(k) = & \left[ \beta(x) - \frac{3}{2}A_0 + \frac{3\tilde{\nu}^2(x)(1+\sigma)}{E} + \frac{3}{2}\alpha(x)k^2 \right] \times \\ & \times \left[ \beta(x) - \frac{3}{2}A_0 + \frac{3\tilde{\nu}^2(x)(1+\sigma)}{E} + \frac{3}{2}\Omega_0 k + \frac{3}{2}\alpha(x)k^2 \right], \end{aligned} \quad (2.55)$$

в точке, определяемой (2.53), появляется магнитоупругая щель:

$$\varepsilon(0) = \frac{3\tilde{\nu}^2(x)(1+\sigma)}{E}. \quad (2.56)$$

Так как магнитоупругая щель в спектре квазимагнонов не может обратиться в ноль, то фазовый переход из фазы «легкая ось» идет по квазифононной ветви элементарных возбуждений.

Решение уравнения (2.53) позволяет получить значения концентраций ионов  $\text{Co}$ , при которых происходит фазовый переход из состояния «легкая ось». Из (2.53) видно, что «объемное» магнитоупругое взаимодействие не влияет на критические значения концентрации  $x$ . Линия фазового перехода, полученная из решения уравнения (2.53) показана на рис. 2.10 (линия  $EA$ ). Как видно из рис. 2.10, реализация фазы «легкая ось» возможна только при достаточно больших значениях константы одноионной анизотропии, существенно превосходящих энергию магнитодипольного взаимодействия. Это связано с тем, что магнитодипольное взаимодействие создает достаточно большую эффективную анизотропию в плоскости пленки [75]. Поэтому для «выхода» магнитного момента из плоскости необходимо, чтобы энергия одноионной анизотропии типа «легкая ось» превышала энергию магнитодипольного взаимодействия.

Предположим теперь, что концентрация кобальта такова, что система находится в угловой фазе. Рассмотрим сначала ситуацию, когда система находится вблизи линии фазового перехода из угловой фазы в фазу «легкая ось»,

т.е. вектор намагниченности образует малый угол  $\theta$  ( $\theta \ll 1$ ) с осью OZ, (ХОУ – плоскость пленки).

Исследуем плотность свободной энергии в угловой фазе:

$$F = -\frac{9}{8}I_0(x) - \frac{A_0}{4} - \frac{9}{8}\beta(x) - \frac{9\tilde{\nu}^2(x)(11-14\sigma)}{32E} + \frac{3}{4}\left[\beta(x) - \frac{3}{2}A_0 + \frac{3\tilde{\nu}^2(x)(1+\sigma)}{E}\right]\theta^2 - \frac{1}{4}\left[\beta(x) - \frac{3}{2}A_0 - \frac{30\tilde{\nu}^2(x)(1+\sigma)}{E}\right]\theta^4. \quad (2.57)$$

Из условия обращения в ноль коэффициента при  $\theta^2$  можно получить уравнение, определяющее критические концентрации, при которых устойчива угловая фаза:

$$\beta(x) - \frac{3}{2}A_0 + \frac{3\tilde{\nu}^2(x)(1+\sigma)}{E} = 0. \quad (2.58)$$

Поскольку в уравнении (2.57) коэффициенты при  $\theta^2$  и  $\theta^4$  имеют разные знаки, то переход из угловой фазы в фазу «легкая ось» происходит путем фазового перехода второго рода, а линии, определяемые уравнениями (2.53) и (2.57) являются линиями фазовых переходов для соответствующих фаз.

Сравнение выражений (2.53) и (2.58) показывает, что линии фазовых переходов «легкая ось» – «угловая фаза» и «угловая фаза» – «легкая ось» отличаются на величину параметра магнитоупругого взаимодействия  $3\tilde{\nu}^2(x)(1+\sigma)/E$ .

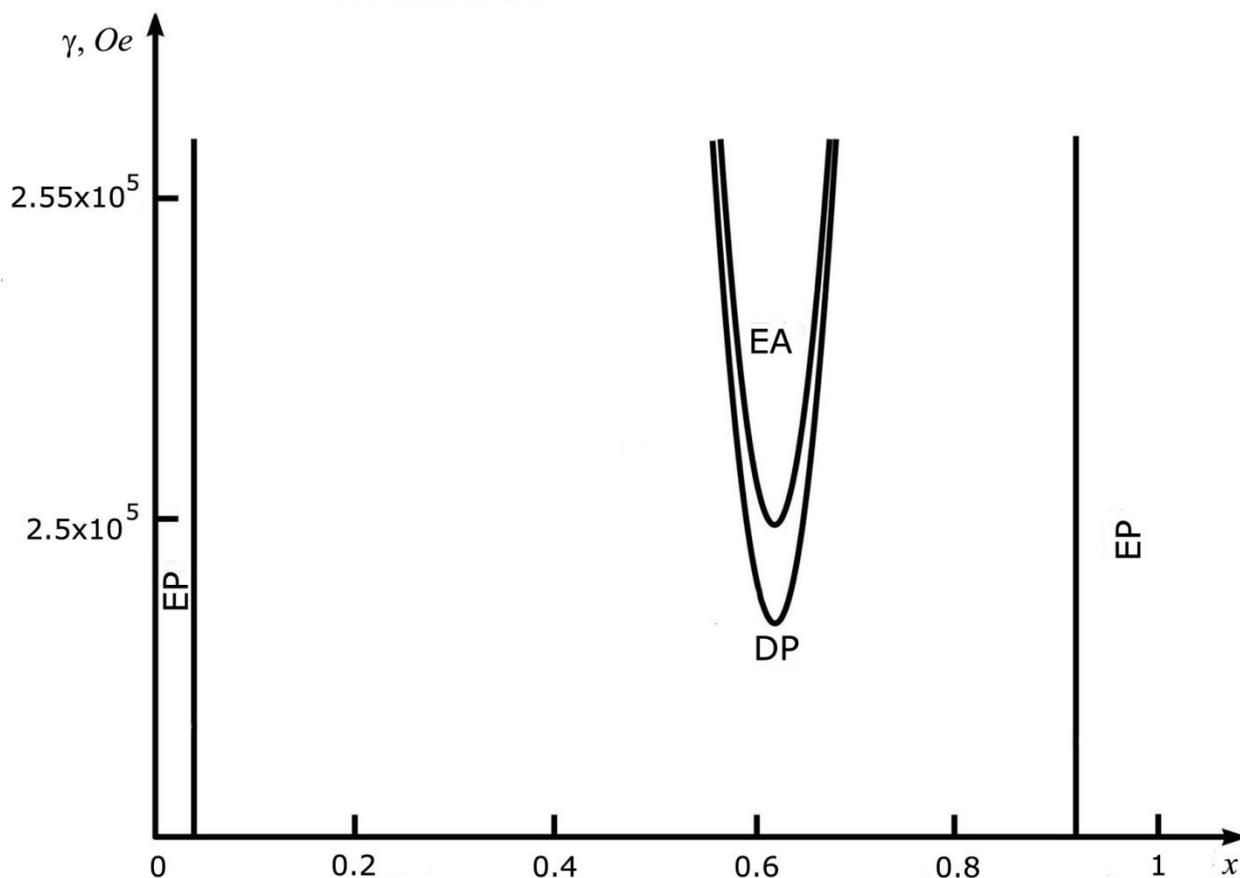
Из анализа плотности свободной энергии (2.57) следует, что существуют два возможных значения равновесного угла  $\theta$ . Первое значение  $\theta = 0$  соответствует реализации фазы «легкая ось». Второе значение определяется уравнением:

$$\frac{3}{2}\beta(x) - \frac{9}{4}A_0 + \frac{3\tilde{\nu}^2(x)(1+\sigma)}{2E} - \left[\beta(x) - \frac{3}{2}A_0 - \frac{30\tilde{\nu}^2(x)(1+\sigma)}{E}\right]\theta^2 = 0. \quad (2.59)$$

Это уравнение имеет один вещественный корень:

$$\theta = \sqrt{\frac{\frac{3}{2}\beta(x) - \frac{9}{4}A_0 + \frac{9\tilde{\nu}^2(x)(1+\sigma)}{2E}}{\beta(x) - \frac{3}{2}A_0 - \frac{30\tilde{\nu}^2(x)(1+\sigma)}{E}}} \approx \sqrt{\frac{3}{2} + \frac{9}{2} \frac{\tilde{\nu}^2(x)(1+\sigma)}{\left[\beta(x) - \frac{3}{2}A_0\right]E}}. \quad (2.60)$$

Численные расчеты показывают, что угол  $\theta$  слабо меняется при изменении концентрации и составляет примерно  $70^\circ$ .



**Рис. 2.10.** Фазовая диаграмма тонкой магнитной пленки  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$  для «объемного» магнитоупругого взаимодействия;  $x_1 = 0,039$ ,  $x_2 = 0,92$ ,  $A_0 = 18$  кЭ,  $\Omega_0 = 14$  кЭ,  $\alpha_1 = 1,5$  МЭ,  $\alpha_2 = 2$  МЭ,  $\alpha_3 = 1,75$  МЭ. EP – линии фазового перехода из легкоплоскостной фазы в доменную фазу, DP – линия устойчивости доменной фазы, EA – линия фазового перехода из легкоосной фазы.

Предположим теперь, что в системе реализуется легкоплоскостная фаза, т.е. концентрация ионов Co такова, что вектор намагниченности лежит в плоскости пленки. Для удобства вычислений совместим плоскость пленки с плоско-

стью XOZ. Гамильтониан такой системы имеет вид (2.51) с заменой оператора одноионной анизотропии следующим выражением:

$$\mathcal{H}_A = \frac{\beta(x)}{2} \sum_n (S_n^y)^2. \quad (2.61)$$

Выделяя среднее поле и диагонализировав одноузельный гамильтониан обобщенным  $u$ - $v$  преобразованием, подробно описанным выше, найдем энергетические уровни магнитного иона в легкоплоскостной фазе:

$$\begin{aligned} E_{\pm\frac{3}{2}} &= \frac{5}{8} \beta(x) + \frac{5}{4} \tilde{v}(x) (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)} + u_{zz}^{(0)}) \mp \frac{\bar{H}}{2} \mp \\ &\quad \mp \left\{ \left[ \pm \bar{H} + \frac{\beta(x)}{4} + \frac{\tilde{v}(x)}{2} (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)} - 2u_{zz}^{(0)}) \right]^2 + \right. \\ &\quad \left. + \left[ \frac{\sqrt{3}}{4} \beta(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \tilde{v}(x) (u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)}) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, \\ E_{\pm\frac{1}{2}} &= \frac{5}{8} \beta(x) + \frac{5}{4} \tilde{v}(x) (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)} + u_{zz}^{(0)}) \pm \frac{\bar{H}}{2} \mp \\ &\quad \mp \left\{ \left[ \mp \bar{H} + \frac{\beta(x)}{4} + \frac{\tilde{v}(x)}{2} (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)} - 2u_{zz}^{(0)}) \right]^2 + \right. \\ &\quad \left. + \left[ \frac{\sqrt{3}}{4} \beta(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \tilde{v}(x) (u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)}) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (2.62)$$

Спонтанные деформации  $u_{ij}^{(0)}$ , определяемые из условия минимума плотности свободной энергии, при низких температурах ( $T \ll T_C$ ) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
u_{xx}^{(0)} &= -\frac{5\tilde{v}(x)(1-\sigma)}{4E(1+\sigma)} + \frac{\tilde{v}(x)(1+\sigma)}{2E} \frac{\bar{H} - \beta(x)/2}{\sqrt{(\bar{H} + \beta(x)/4)^2 + 3\beta^2(x)/16}}, \\
u_{yy}^{(0)} &= -\frac{5\tilde{v}(x)(1-\sigma)}{4E(1+\sigma)} + \frac{\tilde{v}(x)(1+\sigma)}{2E} \frac{\bar{H} + \beta(x)}{\sqrt{(\bar{H} + \beta(x)/4)^2 + 3\beta^2(x)/16}}, \\
u_{zz}^{(0)} &= -\frac{5\tilde{v}(x)(1-\sigma)}{4E(1+\sigma)} - \frac{\tilde{v}(x)(1+\sigma)}{E} \frac{\bar{H} + \beta(x)/4}{\sqrt{(\bar{H} + \beta(x)/4)^2 + 3\beta^2(x)/16}}, \\
u_{ij}^{(0)} &= 0 \quad (i \neq j).
\end{aligned} \tag{2.63}$$

Исследуем спектры элементарных возбуждений в той же геометрии, что и ранее.

Спектры  $l$ - и  $t$ -поляризованных квазифононов остаются линейным по волновому вектору, а спектр  $\tau$ -поляризованных квазифононов имеет вид:

$$\begin{aligned}
\omega^2(k) &= \omega_\tau^2(k) \left\{ \frac{\beta(x)}{3} - \frac{2\tilde{v}^2(x)(1+\sigma)}{E} - \frac{\beta(x)(J_0 + A_0/3)/2}{\bar{H} + \beta(x)/4} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{2\tilde{v}^2(x)(1+\sigma)}{E} \frac{\bar{H} + \beta(x)/4}{\sqrt{(\bar{H} + \beta(x)/4)^2 + 3\beta^2(x)/16}} + \Omega_0 k + \alpha(x)k^2 \right\} \times \\
&\quad \times \left\{ \frac{\beta(x)}{3} - \frac{\beta(x)(J_0 + A_0/3)/2}{\bar{H} + \beta(x)/4} + \frac{2\tilde{v}^2(x)(1+\sigma)}{E} \right\} \times \\
&\quad \times \left. \frac{\bar{H} + \beta(x)/4}{\sqrt{(\bar{H} + \beta(x)/4)^2 + 3\beta^2(x)/16}} + \Omega_0 k + \alpha(x)k^2 \right\}^{-1}.
\end{aligned} \tag{2.64}$$

В длинноволновом пределе спектр квазифононов (2.64) размягчается при условии

$$\begin{aligned}
&\frac{\beta(x)}{3} - \frac{\beta(x)(J_0 + A_0/3)/2}{\bar{H} + \beta(x)/4} - \\
&-\frac{2\tilde{v}^2(x)(1+\sigma)}{E} \left[ 1 - \frac{\bar{H} + \beta(x)/4}{\sqrt{(\bar{H} + \beta(x)/4)^2 + 3\beta^2(x)/16}} \right] = 0
\end{aligned} \tag{2.65}$$

и принимает вид:  $\omega^2(k) = \omega_\tau^2(k) \frac{\Omega_0 k + \alpha(x)k^2}{2\tilde{v}^2(x)(1+\sigma)/E}$ .

Следовательно, фазовый переход из легкоплоскостной фазы идет по  $\tau$ -поляризованной квазифононной ветви (2.64). Решение уравнения (2.65) позволяет определить критические значения концентрации, соответствующие фазовому переходу из легкоплоскостной фазы, которые представлены на рис. 2.10 (линии  $EP$ ). Как видно из (2.65), при малых значениях константы одноионной анизотропии  $\beta(x)$ , последнее слагаемое практически не дает вклада в решения уравнения. Следовательно, «объемное» магнитоупругое взаимодействие практически не влияет на критические значения концентрации  $C_0$  в легкоплоскостной фазе.

Спектры квазимагнонов в легкоплоскостной фазе имеют вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^2(k) = & \left\{ \frac{\beta(x)}{3} - \frac{\beta(x)(J_0 + A_0/3)/2}{\bar{H} + \beta(x)/4} + \frac{2\tilde{v}^2(x)(1+\sigma)}{E} \times \right. \\ & \left. \times \frac{\bar{H} + \beta(x)/4}{\sqrt{(\bar{H} + \beta(x)/4)^2 + 3\beta^2(x)/16}} + \Omega_0 k + \alpha(x)k^2 \right\} \times \\ & \times \left\{ \frac{3}{2} \bar{H} + \frac{3\beta(x)}{4} + \frac{9\tilde{v}^2(x)(1+\sigma)}{2E} \frac{\bar{H} + \beta(x)/4}{\sqrt{(\bar{H} + \beta(x)/4)^2 + 3\beta^2(x)/16}} \right\}, \end{aligned} \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_2^2(k) = & \left\{ \frac{\beta(x)}{3} + A_0 - \frac{\beta(x)(J_0 + A_0/3)/2}{\bar{H} + \beta(x)/4} + \frac{2\tilde{v}^2(x)(1+\sigma)}{E} \times \right. \\ & \left. \times \frac{\bar{H} + \beta(x)/4}{\sqrt{(\bar{H} + \beta(x)/4)^2 + 3\beta^2(x)/16}} - \Omega_0 k + \alpha(x)k^2 \right\} \times \\ & \times \left\{ \frac{3}{2} \bar{H} + \frac{3\beta(x)}{4} + \frac{9\tilde{v}^2(x)(1+\sigma)}{2E} \frac{\bar{H} + \beta(x)/4}{\sqrt{(\bar{H} + \beta(x)/4)^2 + 3\beta^2(x)/16}} \right\}. \end{aligned} \quad (2.67)$$

В спектре квазимагнонов (2.66) при условии (2.65) появляется магнитоупругая щель:

$$\varepsilon_1(0) = \frac{2\tilde{\nu}^2(x)(1+\sigma)}{E}. \quad (2.68)$$

Как видно, наличие щели в спектре квазимагнонов (2.66) обусловлено только учетом влияния «объемного» магнитоупругого взаимодействия.

Наличие линейных по волновому вектору слагаемых в спектре квазимагнонов (2.67) свидетельствует о возможности реализации пространственно неоднородной (доменной) фазы [18]. Щель в спектре (2.67) обращается в ноль не при нулевом значении волнового вектора, а при  $k^* = \frac{\Omega_0}{2\alpha}$ , определяющем период доменной структуры. В результате, уравнение на концентрацию ионов  $C_0$ , при которой происходит фазовый переход из доменной фазы имеет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\beta(x)}{3} + A_0 - \frac{\beta(x)(J_0 + A_0/3)/2}{\bar{H} + \beta(x)/4} + \\ & + \frac{2\tilde{\nu}^2(x)(1+\sigma)}{E} \frac{\bar{H} + \beta(x)/4}{\sqrt{(\bar{H} + \beta(x)/4)^2 + 3\beta^2(x)/16}} - \frac{\Omega_0^2}{4\alpha(x)} = 0. \end{aligned} \quad (2.69)$$

Как видно из рис. 2.10, решение уравнений (2.65) и (2.69) определяет область существования доменной фазы, ограниченную линиями фазового перехода из легкоплоскостной (линии EP) и доменной (линия DP) фаз.

Отметим, что данное фазовое состояние является пространственно неоднородным. Однако, эта пространственная неоднородность распределения параметра порядка (намагниченности) является периодической, с периодом равным  $\frac{1}{k^*} = \frac{2\alpha}{\Omega_0}$ . Поэтому, можно предположить, что данное фазовое состояние представляет собой полосовую доменную структуру [18,139], причем направление магнитного момента в доменах меняется, с ростом концентрации  $C_0$ , от плоскостного до «углового».

Сравним результаты, полученные в данном подразделе, с результатами, полученными в предыдущем подразделе.

В случае «плоского» магнитоупругого взаимодействия в рассматриваемой системе может реализовываться фаза «легкая ось в плоскости». В случае

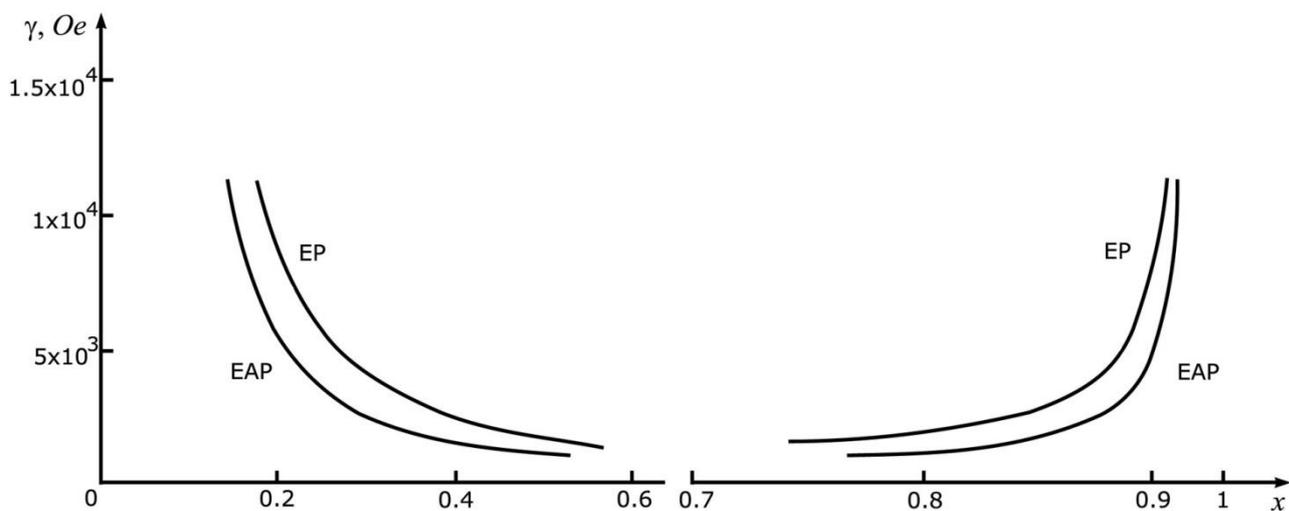
«объемного» магнитоупругого взаимодействия эта фаза не реализуется. Это можно объяснить следующим образом: «плоское» магнитоупругое взаимодействие создает эффективную легкоосную анизотропию в плоскости пленки, которая при достаточно малых значениях одноионной анизотропии приводит к тому, что намагниченность ориентирована в плоскости пленки вдоль направления, определяемого соотношением спонтанных деформаций  $u_{xx}^{(0)}$  и  $u_{zz}^{(0)}$  (см. (2.37)). В случае «объемного» магнитоупругого взаимодействия вклад спонтанных деформаций  $u_{xx}^{(0)}$  и  $u_{yy}^{(0)}$ , действующих в плоскости пленки, компенсируется компонентой  $u_{zz}^{(0)}$  (см. (2.63)).

Согласно полученным фазовым диаграммам (рис. 2.7, 2.8 и 2.10), доменная фаза реализуется в широком интервале концентраций ионов Со и анизотропии  $\beta$ , как для «объемного», так и для «плоского» магнитоупругого взаимодействий.

Как показывают проведенные исследования, при достаточно большом значении константы одноионной анизотропии  $\beta$ , система может перейти в угловую фазу. Анализ фазовых диаграмм для «объемного» (рис. 2.10) и «плоского» (рис. 2.7) магнитоупругого взаимодействий показывает, что угловая фаза реализуется в узком интервале концентраций ионов Со. При дальнейшем увеличении константы одноионной анизотропии  $\beta$  система переходит в легкоосную фазу. В случае «объемного» магнитоупругого взаимодействия фазовый переход из угловой фазы в фазу «легкая ось» является переходом второго рода. При этом поле перехода из легкоосной фазы (2.53) не зависит от параметров «объемного» магнитоупругого взаимодействия. Это связано с тем, что вклад спонтанных деформаций  $u_{xx}^{(0)}$  и  $u_{yy}^{(0)}$ , действующих в плоскости пленки, компенсируется компонентой  $u_{zz}^{(0)}$ . В случае «плоского» магнитоупругого взаимодействия фазовый переход из угловой фазы в фазу «легкая ось» также является переходом второго рода. Как видно из фазовых диаграмм (рис. 2.7 и 2.10), реализация в исследуемой системе фазы «легкая ось» в случае «плоского» и «объем-

ного» магнитоупругих взаимодействий возможна только при достаточно большой константе одноионной анизотропии в узком интервале концентраций ионов Co. В случае «плоского» магнитоупругого взаимодействия фазовый переход из угловой фазы в фазу «легкая ось» является переходом второго рода.

Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными [166,167]. В [166] было показано, что пленки сплава  $Fe_{1-x}Co_x$ , в интервале концентраций  $0,3 < x < 0,65$ , выращенные на подложке Rh(001), толщиной до 15 атомных слоев, обладают четко выраженной большой легкоосной анизотропией, перпендикулярной плоскости пленки, что приводит к реализации легкоосной фазы. Согласно [167], в пленках  $Fe_{0,5}Co_{0,5}$  толщиной в один монослой реализуется фаза «легкая плоскость». Как видно из рис. 2.11 этот результат хорошо согласуется с нашими расчетами для константы одноионной анизотропии  $\sim 1-0,5$  кЭ.



**Рис. 2.11.** Фазовая диаграмма тонкой магнитной пленки  $Fe_{0,5}Co_{0,5}$  для «плоского» магнитоупругого взаимодействия. EAP – линии фазового перехода из фазы «легкая ось в плоскости» в фазу «легкая плоскость», EP – линии фазового перехода из легкоплоскостной фазы в доменную фазу.

Необходимо также отметить, что учет влияния магнитодипольного и магнитоупругого взаимодействий приводит к существенному сужению интервала существования легкоосной фазы по сравнению с трехмерным образцом.

## 2.2. Температурная фазовая диаграмма $U_2Co_{15}Si_2$

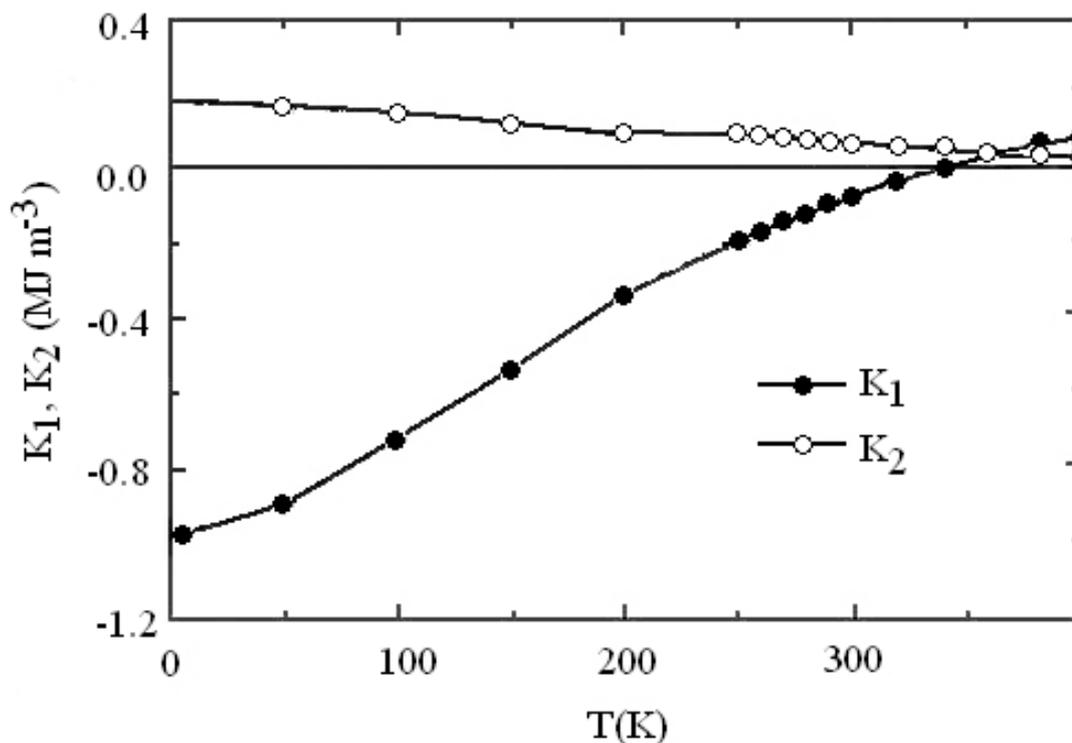
### 2.2.1. Влияние магнитодипольного взаимодействия на переориентационные фазовые переходы по температуре в $U_2Co_{15}Si_2$

В предыдущем разделе нами были рассмотрены переориентационные фазовые переходы по концентрации. Переориентационные переходы характеризуются параметром порядка  $\theta$  – углом поворота магнитного момента относительно осей кристалла. Эти переходы могут быть как фазовыми переходами первого, так и второго рода. При переориентационных переходах первого рода происходит скачкообразное изменение параметра упорядочения  $\theta$ , а при переориентационных переходах второго рода  $\theta$  меняется непрерывно.

Экспериментальные исследования [180] монокристалла  $U_2Co_{15}Si_2$  показали, что в нем наблюдаются два переориентационных фазовых перехода «легкая ось» – «угловая фаза» и «угловая фаза» – «легкая плоскость». В [180] эти переходы рассматриваются как фазовые переходы второго рода. В  $U_2Co_{15}Si_2$  при изменении температуры меняется ориентация магнитного момента относительно кристаллографических осей образца: при низкой температуре вещество находится в фазе «легкая плоскость», из которой с ростом температуры переходит в угловую фазу ( $T_1 = 270\text{ K}$ ), и при дальнейшем росте температуры – в фазу «легкая ось» ( $T_2 = 350\text{ K}$ ). При этом параметр порядка  $\theta$  меняется непрерывно от  $\pi/2$  до 0. Причиной фазовых переходов в рассматриваемом сплаве является конкуренция анизотропий подрешеток урана и кобальта, которые являются функциями температуры. Графически зависимость констант одноионной анизотропии от температуры представлена на рис. 2.12.

Экспериментальные данные, приведенные на рис. 2.12 могут быть аппроксимированы следующими аналитическими выражениями:

$$\begin{aligned} K_1(T) &= -1,001 \cdot 10^6 + 2,062 \cdot 10^3 T + 9,358 T^2 - 0,02 T^3, \\ K_2(T) &= 1,816 \cdot 10^5 - 470,278 T + 0,131 T^2. \end{aligned} \quad (2.70)$$



**Рис. 2.12.** Температурная зависимость констант анизотропии подрешетки урана  $K_1(T)$  и подрешетки кобальта  $K_2(T)$  [180].

В данном разделе мы рассмотрим модель переориентационных фазовых переходов в ферромагнитном монокристалле  $U_2Co_{15}Si_2$  и исследуем ее для определения возможных фазовых состояний и типов фазовых переходов.

Монокристалл  $U_2Co_{15}Si_2$  обладает гексагональной кристаллической структурой. Спины магнитоактивных ионов для упрощения вычислений будем считать одинаковыми и равными 2 ( $S = 2$ ). Как видно из рис. 2.12, константа анизотропии подрешетки урана с ростом температуры меняет знак, а константа анизотропии подрешетки кобальта положительна на всем температурном интервале. Поскольку образец имеет конечные размеры, то следует также учитывать размагничивающие поля, связанные с влиянием диполь-дипольного взаимодействия [1,181]. В эксперименте исследуемый образец представлял собой цилиндр высотой  $a = 25$  мм и диаметром  $b = 4$  мм [180]. Такое соотношение линейных размеров позволяет нам рассматривать образец как вытянутый эллипсоид с эксцентриситетом  $e = \sqrt{1 - b^2/a^2}$ .

Как упоминалось выше, в рассматриваемой системе наблюдается конкуренция между одноионными анизотропиями подрешеток урана и кобальта, которая может приводить к реализации легкоосной и легкоплоскостной фаз. Согласно работе [180], при низких температурах в монокристалле  $U_2Co_{15}Si_2$  преобладает влияние гексагональной анизотропии подрешетки урана, и система находится в фазе «легкая плоскость». С ростом температуры конкуренция между анизотропиями уменьшается, и система переходит в угловую фазу. При дальнейшем увеличении температуры константа анизотропии урана меняет знак, конкуренция между анизотропиями исчезает, и система переходит в легкоосную фазу.

Вначале, рассмотрим систему при низких температурах, т.е. в системе реализуется фаза «легкая плоскость». Выберем систему координат так, чтобы плоскость  $XOY$  была базисной плоскостью. Тогда магнитный момент лежит в плоскости  $XOY$ . Система координат выбрана так, что координатные оси совпадают с главными осями эллипсоида, и тензор размагничивающих коэффициентов имеет только диагональные элементы. Учитывая геометрию образца и направление магнитного момента, отличный от нуля размагничивающий фактор  $N_2$  имеет вид [65]:

$$N_2 = 2\pi \left[ 1 - 2\pi \frac{1-e^2}{e^3} \left( \ln \frac{1+e}{1-e} - 2e \right) \right]. \quad (2.71)$$

Оператор энергии размагничивающего поля можно представить в виде слагаемого, описывающего энергию одноионной анизотропии, [181]:

$$\mathcal{H}_{раз} = -N_2 M_0^2 \sum_n (S_n^z)^2, \quad (2.72)$$

где  $M_0$  – намагниченность системы на один узел.

С учетом (2.72), гамильтониан рассматриваемой системы будет иметь следующий вид:

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} J_{nn'} \vec{S}_n \vec{S}_{n'} + K_1(T) \sum_n \left[ (S_n^x)^2 + (S_n^y)^2 \right]^2 -$$

$$-K_2(T) \sum_n (S_n^z)^2 - N_2 M_0^2 \sum_n (S_n^z)^2, \quad (2.73)$$

где  $K_1(T) < 0$  и  $K_2(T) > 0$  – константы гексагональной анизотропии урана и одноосной анизотропии кобальта, соответственно, и определяются выражениями (2.70).

Данную модель проще исследовать, используя представление Голстейна-Примакова для спиновых операторов [75,143,182]. Не смотря на то, что представление Голстейна-Примакова применимо при больших значениях спина и низких температурах, оно позволяет построить хорошую качественную модель происходящих процессов.

Переходя от проекций спиновых операторов к операторам рождения  $a_n^+$  и уничтожения  $a_n$  магнонов, построим гамильтониан  $\mathcal{H}^{(2)}$ , описывающий идеальный газ магнонов, который в данном случае имеет очень простой вид:

$$\mathcal{H}^{(2)} = \sum_k A_k a_k^+ a_k, \quad (2.74)$$

где  $A_k = 16K_1(T) + 4K_2(T) + 4N_2M_0^2 + 2\alpha k^2$ ;  $a_k^+$  и  $a_k$  – фурье-образы операторов рождения и уничтожения магнонов.

В длинноволновом приближении спектр магнонов имеет следующий вид:

$$\varepsilon(k) = 16K_1(T) + 4K_2(T) + 4N_2M_0^2 + 2\alpha k^2. \quad (2.75)$$

Из условия обращения в ноль щели в спектре (2.75) получим уравнение на значение температуры перехода

$$4K_1(T) + K_2(T) + N_2M_0^2 = 0. \quad (2.76)$$

Численное решение уравнения (2.76) дает следующее значение температуры, соответствующее переходу из легкоплоскостной фазы:

$$T_1 = 266 \text{ K}. \quad (2.77)$$

Как видно из (2.77), найденная нами температура перехода из легкоплоскостной фазы практически совпадает с экспериментальными данными, полученными в работе [180], где температура фазового перехода равна 270 K.

Пусть теперь температура такова, что система находится в угловой фазе, т.е. вектор намагниченности образует угол  $\theta$  с нормалью к базисной плоскости XOY. Поскольку образец имеет конечные размеры, и магнитный момент направлен под углом к большой полуоси эллипсоида, необходимо учитывать влияние размагничивающих полей. Для образца эллипсоидальной формы слабое размагничивающее поле может быть записано в виде зеемановской энергии [183].

В данном случае гамильтониан имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} J_{nn'} \vec{S}_n \vec{S}_{n'} - K_1(T) \sum_n \left[ (S_n^x)^2 + (S_n^y)^2 \right]^2 - \\ & - K_2(T) \sum_n (S_n^z)^2 - H_y \sum_n S_n^y - H_z \sum_n S_n^z, \end{aligned} \quad (2.78)$$

где  $H_y = N_2 M_0^2$ ,  $H_z = N_1 M_0^2$  – компоненты размагничивающего поля;

$$N_1 = 2\pi \frac{1-e^2}{e^3} \left( \ln \frac{1+e}{1-e} - 2e \right).$$

Повернем систему координат вокруг оси OX так, чтобы ось квантования OZ совпадала с направлением магнитного момента. Связь компонент спинового оператора в старой и новой системах координат имеет следующий вид:

$$\tilde{S}_n^x = S_n^x, \quad \tilde{S}_n^y = S_n^y \cos \theta + S_n^z \sin \theta, \quad \tilde{S}_n^z = -S_n^y \sin \theta + S_n^z \cos \theta. \quad (2.79)$$

Используя связь спиновых операторов с операторами рождения и уничтожения бозонов, представим гамильтониан (2.78) в следующем виде:

$$\mathcal{H} \approx W_0 + \mathcal{H}^{(1)} + \mathcal{H}^{(2)}, \quad (2.80)$$

где  $W_0$  не содержит операторов  $a_k^+$  и  $a_k$ ;

$$\mathcal{H}^{(1)} = i \sum_k \left( 2K_2 \sin 2\theta - 16K_1 \sin 2\theta \sin^2 \theta + H_y \cos \theta - H_z \sin \theta \right) (a_k - a_k^+); \quad (2.81)$$

$\mathcal{H}^{(2)} = \sum_k \left[ A_k a_k^+ a_k + (B_k a_k^+ a_{-k}^+ + B_k^* a_{-k} a_k) / 2 \right]$  – гамильтониан идеального газа маг-  
нонов;  $A_k = 2K_2(T)(2\cos^2\theta - \sin^2\theta) - 4K_1(T)(4\sin^2\theta + 3\sin^2 2\theta - 8\sin^4\theta) -$   
 $-H_y \sin\theta - H_z \cos\theta + 2\alpha k^2$ ;  $B_k = B_k^* = 2K_2(T)\sin^2\theta - 4K_1(T)(4\sin^2\theta - 3\sin^2 2\theta)$ .

Гамильтониан  $\mathcal{H}^{(1)}$  является линейным по операторам рождения и уни-  
чтожения магнонов, что не соответствует реальному физическому процессу,  
поэтому коэффициенты при  $a_k$  и  $a_k^+$  в (2.81) должны быть равны нулю [75]. Это  
условие позволяет получить уравнение, определяющее зависимость равнове-  
сного угла  $\theta$  от температуры:

$$2K_2 \sin 2\theta - 16K_1 \sin 2\theta \sin^2 \theta + H_y \cos \theta - H_z \sin \theta = 0 \quad (2.82)$$

В длинноволновом приближении спектр магнонов имеет следующий вид:

$$\varepsilon^2(k) = \left[ 32K_1(T)\sin^2\theta + 32K_1(T)\sin^4\theta + 4K_2(T)\cos^2\theta - H_z \cos\theta - \right. \\ \left. -H_y \sin\theta + 2\alpha k^2 \right] \left[ 32K_1(T)\sin^4\theta - 24K_1(T)\sin^2 2\theta + 4K_2(T)\cos 2\theta - \right. \\ \left. -H_z \cos\theta - H_y \sin\theta + 2\alpha k^2 \right]. \quad (2.83)$$

Если положить в выражении (2.83)  $\theta = \pi/2$ , что соответствует фазе «легкая  
плоскость», то уравнение на температуру перехода из легкоплоскостной фазы  
имеет вид:

$$32K_1(T) - 4K_2(T) - H_y = 0, \quad (2.84)$$

численное решение которого дает температуру

$$T_2 = 300 \text{ K}. \quad (2.85)$$

Если в выражении (2.83) положить  $\theta$  равным нулю, что соответствует реализа-  
ции фазы «легкая ось», то уравнение на температуру перехода из легкоосной  
фазы имеет вид:

$$4K_2(T) - H_z = 0, \quad (2.86)$$

численное решение которого дает температуру

$$T_3 = 320 \text{ K}. \quad (2.87)$$

Можно предположить, что температуры  $T_2$  и  $T_3$  соответствуют точкам устойчивости угловой фазы.

Рассмотрим теперь случай высоких температур, когда знаки констант одноионной анизотропии подрешеток урана и кобальта совпадают. В этом случае в системе реализуется легкоосная фаза. Выберем ось OZ вдоль направления намагничивания. Магнитный момент, в свою очередь, направлен вдоль большой полуоси эллипсоида образца, поэтому в легкоосной фазе можно не учитывать влияние размагничивающего поля, т.к. высота образца значительно больше его диаметра.

Гамильтониан системы можно представить в следующем виде:

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} J_{nn'} \vec{S}_n \vec{S}_{n'} - K_1(T) \sum_n \left[ (S_n^x)^2 + (S_n^y)^2 \right]^2 - K_2(T) \sum_n (S_n^z)^2, \quad (2.88)$$

Используя киральное соотношение для проекции спиновых операторов,  $(S_n^x)^2 + (S_n^y)^2 + (S_n^z)^2 = S(S+1)$ , перепишем гамильтониан (2.88) в следующем виде:

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} J_{nn'} \vec{S}_n \vec{S}_{n'} - K_1(T) \sum_n \left[ S(S+1) - (S_n^z)^2 \right]^2 - K_2(T) \sum_n (S_n^z)^2. \quad (2.89)$$

В легкоосной фазе для исследования переориентационных фазовых переходов мы воспользуемся техникой операторов Хаббарда. Выделяя в гамильтониане (2.89) среднее поле, получим одноузельный гамильтониан:

$$\mathcal{H}_0(n) = -\bar{H} \sum_n S_n^z + \left[ 2S(S+1)K_1 - K_2 \right] (S_n^z)^2 - K_1 (S_n^z)^4, \quad (2.90)$$

где  $\bar{H} = J_0 \langle S^z \rangle$ . Решая с гамильтонианом (2.90) одноузельную задачу, найдем энергетические уровни магнитного иона

$$\begin{aligned} E_{\pm 2} &= \mp 2\bar{H} + \left[ 8S(S+1) - 16 \right] K_1 - 4K_2, \\ E_{\pm 1} &= \mp \bar{H} + \left[ 2S(S+1) - 1 \right] K_1 - K_2, \\ E_0 &= 0, \end{aligned} \quad (2.91)$$

и его собственные функции

$$\Psi_n(M) = |M\rangle \quad (M = -2, \dots, 2). \quad (2.92)$$

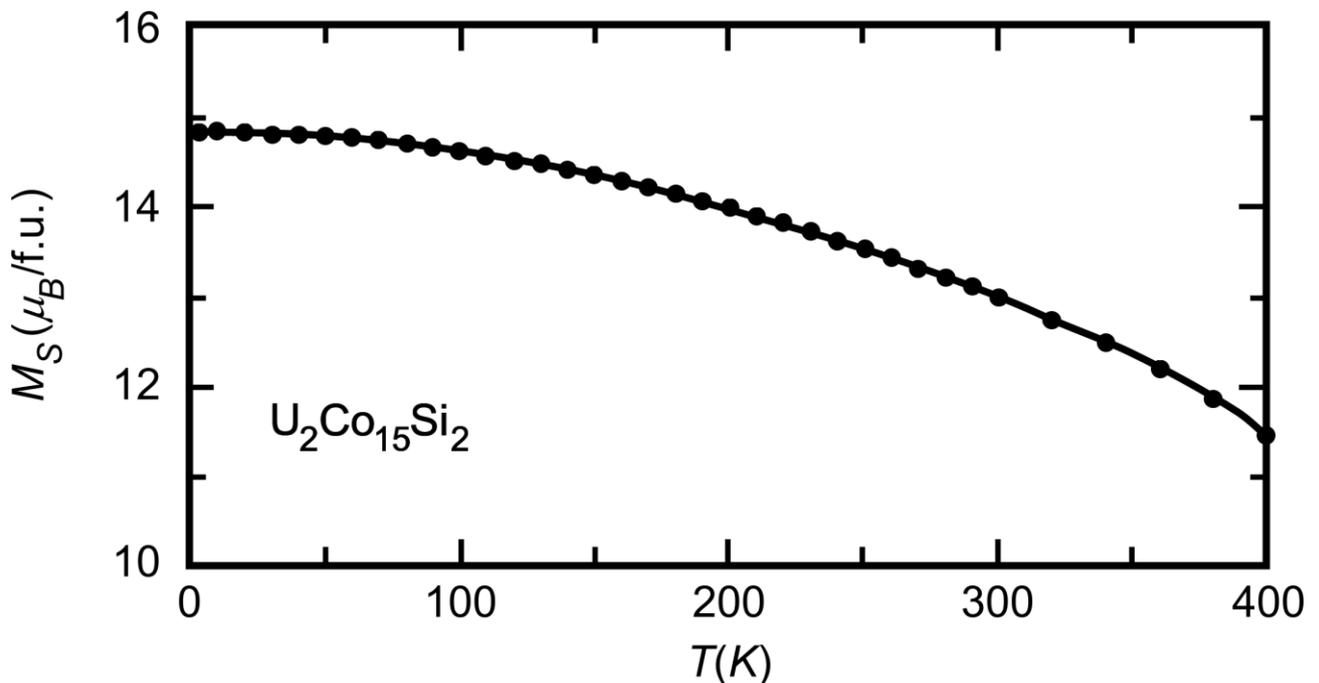
Связь спиновых операторов с операторами Хаббарда имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} S_n^z &= 2(X_n^{22} + X_n^{-2-2}) + X_n^{11} - X_n^{-1-1}, \\ S_n^+ &= 2(X_n^{12} + X_n^{-1-2}) + \sqrt{6}(X_n^{10} + X_n^{0-1}), \quad S_n^- = (S_n^+)^+. \end{aligned} \quad (2.93)$$

Выражение (2.93) позволяет получить среднее значение намагниченности (на один узел) как функцию температуры.

$$\langle S_n^z \rangle = \frac{2 \exp\left(-\frac{E_2}{T}\right) + 2 \exp\left(-\frac{E_{-2}}{T}\right) + \exp\left(-\frac{E_1}{T}\right) - \exp\left(-\frac{E_{-1}}{T}\right)}{\exp\left(-\frac{E_2}{T}\right) + \exp\left(-\frac{E_1}{T}\right) + \exp\left(-\frac{E_0}{T}\right) + \exp\left(-\frac{E_{-1}}{T}\right) + \exp\left(-\frac{E_{-2}}{T}\right)}. \quad (2.94)$$

Однако для определения конкретного значения намагниченности необходимо знать материальные параметры системы, в частности константу обменного взаимодействия, которую можно найти, проанализировав экспериментальный график зависимости намагниченности от температуры (см. рис. 2.13).



**Рис. 2.13.** Температурная зависимость спонтанной намагниченности в  $U_2Co_{15}Si_2$  [180].

Величину обменного взаимодействия можно найти из известного выражения  $\mu_0 J_0 = kT_C$ , где  $\mu_0$  – магнетон Бора,  $k$  – постоянная Больцмана. Экстраполируя данные, приведенные на рис. 2.13, можно найти температуру Кюри ( $T_C$ ), и, соответственно, численное значение обменной константы, которое равно приблизительно 1,49 МЭ. Пользуясь, найденной величиной обменного взаимодействия, мы можем численно решить уравнение (2.94), при этом значение температуры Кюри  $T_C = 601 \text{ K}$ , что соответствует экспериментальным данным работы [180] и величине полученной в результате экстраполяции экспериментальных данных, приведенных на рис. 2.13.

Используя диаграммную технику для операторов Хаббарда [142,184], был получен спектр низкочастотных магнонов, который имеет следующий вид:

$$\varepsilon(k) = 3K_2(T) - 21K_1(T) + 2\alpha k^2. \quad (2.95)$$

Из условия обращения в ноль щели в спектре (2.95) получим уравнение на значение температуры перехода

$$K_2(T) = 7K_1(T), \quad (2.96)$$

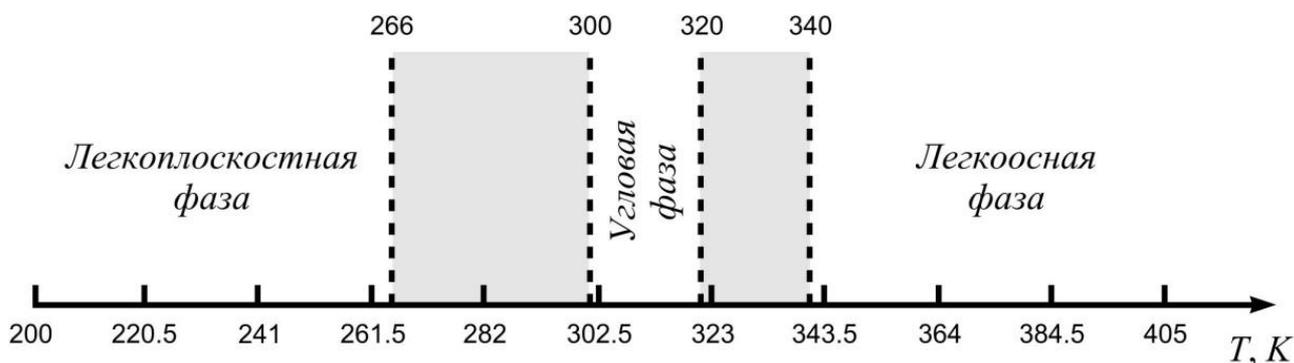
численное решение которого дает следующее значение температуры, соответствующее переходу из легкоосной фазы:

$$T_4 = 340 \text{ K}. \quad (2.97)$$

Как видно из (2.97), полученная температура перехода из легкоосной фазы хорошо согласуется с экспериментальными данными, определенными в [180], где переход происходил при 350 K.

Проведенные исследования показывают, что построенная теоретическая модель монокристалла  $U_2Co_{15}Si_2$ , хорошо согласуется с экспериментальными данными работы [180]. Как показывают наши расчеты, в рассматриваемой системе имеет место два фазовых перехода первого рода. Фазовый переход из легкоплоскостной фазы в угловую фазу осуществляется при температуре  $T_1 = 266 \text{ K}$ , а из легкоосной фазы в угловую – при температуре  $T_4 = 340 \text{ K}$ . При этом, температуры устойчивости угловой фазы равны  $T_2 = 300 \text{ K}$  и  $T_3 = 320 \text{ K}$ . Фазо-

вая диаграмма исследованной системы, построенная по нашим расчетам, представлена на рис. 2.14.



**Рис. 2.14.** Фазовая диаграмма рассмотренной модели. Затемненные области представляют области сосуществования соответствующих фаз.

Следует отметить, что в работе [180] предполагается, что фазовые переходы «легкая плоскость» – «угловая фаза» и «легкая ось» – «угловая фаза» являются фазовыми переходами второго рода. Такое различие в типе фазовых переходов, но хорошее совпадение численных значений, по-видимому, связано с тем, что в [180] не исследовалась угловая фаза, а выражение для зависимости угла  $\theta$  от температуры, приведенное в [180], некорректно взято из [73].

Небольшие отличия полученных нами критических температур от экспериментальных данных [180] связаны с выбором модели и используемой при расчетах техникой. Однако результаты, полученные в ходе исследования предложенной нами модели, отличаются от экспериментальных данных всего на несколько градусов.

### 2.2.2. Влияние магнитоупругого взаимодействия на переориентационные фазовые переходы по температуре в $U_2Co_{15}Si_2$

Как было показано в предыдущем подразделе, магнитодипольное взаимодействие оказывает существенное влияние на фазовые переходы в объемном образце  $U_2Co_{15}Si_2$ , имеющим конечные размеры. В данном разделе мы исследуем модель переориентационных фазовых переходов в двумерной ферромагнитной пленке сплава  $U_2Co_{15}Si_2$  с учетом магнитоупругого взаимодействия.

При учете магнитной анизотропии мы воспользуемся экспериментальной зависимостью констант анизотропии подрешетки урана  $K_1(T)$  и кобальта  $K_2(T)$  для трехмерного образца, полученной выше – (2.70). Очевидно, что это грубое приближение, однако оно позволит исследовать происходящие процессы качественно. Кроме того, к сожалению, до сих пор нет экспериментальных работ, в которых исследованы зависимость констант анизотропии от температуры в тонких пленках  $U_2Co_{15}Si_2$ . Кроме того, в данном подразделе мы уделим особое внимание рассмотрению влияния магнитоупругого взаимодействия, поскольку известно, что некоторые соединения урана обладают гигантской магнитострикцией [185].

Как отмечалось ранее, в рассматриваемой системе наблюдается конкуренция между одноионными анизотропиями подрешеток урана и кобальта, которая может приводить к реализации легкоосной или легкоплоскостной фаз. Рассмотрим случай низких температур, когда преобладает гексагональная анизотропия подрешетки урана, и в системе реализуется фаза “легкая плоскость”. Выберем систему координат так, чтобы плоскость  $XOZ$  была базисной плоскостью. Тогда магнитный момент лежит в плоскости  $XOZ$ , и гамильтониан рассматриваемой системы можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} (J_{nn'} \delta_{ij} + V_{nn'}^{ij}) S_n^i S_{n'}^j + K_1(T) \sum_n \left[ (S_n^x)^2 + (S_n^y)^2 \right]^2 - \\ & - K_2(T) \sum_n (S_n^z)^2 + \nu \sum_{\substack{n, \\ i \neq j}} \left[ u_{ii}(n) (S_n^i)^2 + u_{ij}(n) (S_n^i S_n^j + S_n^j S_n^i) \right] + \\ & + \frac{E}{2(1-\sigma^2)} \sum_{\substack{n, \\ i \neq j}} \left[ u_{ii}^2(n) + 2\sigma u_{ii}(n) u_{jj}(n) + 2(1-\sigma) u_{ij}^2(n) \right], \end{aligned} \quad (2.98)$$

где  $\nu$  – константа магнитоупругой связи,  $u_{ij} = (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) / 2$  – симметричная часть тензора деформаций;  $E$  – модуль Юнга;  $\sigma$  – коэффициент Пуассона. Фурье-образы компонент тензора магнитодипольного взаимодействия совпадают с выражениями (1.18) с учетом замены индекса  $y$  на  $z$  и наоборот.

Как и в предыдущем подразделе, мы воспользуемся представлением Голстейна-Примакова [75,143,182] для анализа рассматриваемой модели.

Представим компоненты тензора деформаций в виде  $u_{ij} = u_{ij}^{(0)} + u_{ij}^{(1)}$ , где  $u_{ij}^{(0)}$  – спонтанные деформации,  $u_{ij}^{(1)}$  – динамическая часть тензора деформаций, описывающая колебания узлов кристаллической решетки. Спонтанные деформации определяются из условия минимума плотности свободной энергии. В данном случае спонтанные деформации имеют следующий вид:

$$u_{xx}^{(0)} = u_{yy}^{(0)} = \frac{4\nu\sigma(1-\sigma)}{E}, \quad u_{zz}^{(0)} = -\frac{4\nu}{E}, \quad u_{ij}^{(0)} = 0. \quad (2.99)$$

Компоненты  $u_{ij}^{(1)}$  связаны с операторами рождения ( $b_{k,\lambda}^+$ ) и уничтожения ( $b_{k,\lambda}$ )  $\lambda$ -поляризованных фононов соотношением [186]:

$$u_{ij}^{(1)} = \frac{i}{2} \sum_{k,\lambda} \frac{\exp(i\vec{k}\vec{n})}{\sqrt{2Nm\omega_\lambda(k)}} (b_{k,\lambda} + b_{-k,\lambda}^+) (e_\lambda^i k_j + e_\lambda^j k_i), \quad (2.100)$$

где  $\vec{k}$  – волновой вектор;  $N$  – число узлов кристаллической решетки;  $m$  – масса магнитного иона;  $\omega_\lambda(k) = c_\lambda k$  – закон дисперсии невзаимодействующих  $\lambda$ -поляризованных фононов;  $\vec{e}_\lambda(k)$  – единичный вектор поляризации фононов, индекс  $\lambda = l$  соответствует продольной поляризации звука,  $t, \tau$  – поперечной.

Переходя от проекций спиновых операторов к операторам рождения  $a_n^+$  и уничтожения  $a_n$  магнетонов, а также учитывая выражения (2.98)-(2.100), построим гамильтониан  $\mathcal{H}^{(2)}$ , описывающий идеальный газ магнетонов:

$$\mathcal{H}^{(2)} = \sum_k \left[ A_k a_k^+ a_k + \omega_t b_k^+ b_k + \frac{1}{2} (B_k a_k^+ a_{-k}^+ + B_k^* a_{-k} a_k) + C_k (a_k^+ b_{-k}^+ + b_k^+ a_k) + C_k^* (a_k^+ b_k + a_k b_{-k}) \right], \quad (2.101)$$

где  $A_k = A_0 - 16K_1(T) - 2K_2(T) + \frac{16\nu^2}{E}(1+\sigma) + 2\alpha k^2$ ;  $B_k = B_k^* = -A_0 + 16K_1(T) +$

$+2K_2(T) + 2\Omega_0 k$ ;  $C_k = -\frac{i\nu S}{2} \sqrt{\frac{Sk}{mc_t}}$ ; где  $a_k^+$ ,  $a_k$ ,  $b_k^+$ ,  $b_k$  – фурье-образы операторов рождения и уничтожения магнонов и фононов, соответственно.

Гамильтониан (2.101) необходимо привести к диагональному виду, что можно сделать, используя метод функций Грина [143]. Рассмотрим запаздывающие функции Грина

$$\begin{aligned} G_{-+}(t) &= -i\theta(t) \langle [a_k(t), a_k^+(0)] \rangle, & G_{++}(t) &= -i\theta(t) \langle [a_{-k}^+(t), a_k^+(0)] \rangle, \\ D_{-+}(t) &= -i\theta(t) \langle [b_k(t), a_k^+(0)] \rangle, & D_{++}(t) &= -i\theta(t) \langle [b_{-k}^+(t), a_k^+(0)] \rangle, \end{aligned} \quad (2.102)$$

где  $\theta(t)$  – функция Хэвисайда. Учитывая (2.102), уравнение движения для функций Грина имеет вид:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial G_{-+}(t)}{\partial t} &= 1 + A_k G_{-+}(t) + B_k G_{++}(t) + C_k^* D_{-+}(t) + C_k D_{++}(t), \\ i \frac{\partial G_{++}(t)}{\partial t} &= -B_k G_{-+}(t) - A_k G_{++}(t) - C_k^* D_{-+}(t) - C_k D_{++}(t), \\ i \frac{\partial D_{-+}(t)}{\partial t} &= C_k G_{-+}(t) + C_k G_{++}(t) + \omega_t D_{-+}(t), \\ i \frac{\partial D_{++}(t)}{\partial t} &= -C_k^* G_{-+}(t) - C_k^* G_{++}(t) - \omega_t D_{++}(t). \end{aligned} \quad (2.103)$$

Выполнив Фурье-преобразование выражений (2.103), получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 1 + (A_k - \omega) G_{-+}(\omega) + B_k G_{++}(\omega) + C_k^* D_{-+}(\omega) + C_k D_{++}(\omega) = 0, \\ B_k G_{-+}(\omega) + (A_k + \omega) G_{++}(\omega) + C_k^* D_{-+}(\omega) + C_k D_{++}(\omega) = 0, \\ C_k G_{-+}(\omega) + C_k G_{++}(\omega) + (\omega_t - \omega) D_{-+}(\omega) = 0, \\ C_k^* G_{-+}(\omega) + C_k^* G_{++}(\omega) + (\omega_t + \omega) D_{++}(\omega) = 0. \end{cases} \quad (2.104)$$

Как известно [143], полюсы функций Грина определяют дисперсионное уравнение связанных магнитоупругих волн, которое в данном случае имеет вид главного определителя системы (2.104):

$$\begin{vmatrix} A_k - \omega & B_k & C_k^* & C_k \\ B_k & A_k + \omega & C_k^* & C_k \\ C_k & C_k & \omega_t - \omega & 0 \\ C_k^* & C_k^* & 0 & \omega_t + \omega \end{vmatrix} = 0. \quad (2.105)$$

Решением (2.105) является

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left\{ A_k^2 - B_k^2 + \omega_t^2 \pm \sqrt{(A_k^2 - B_k^2 - \omega_t^2)^2 + 16|C_k|^2 \omega_t (A_k + B_k)} \right\}. \quad (2.106)$$

Знак «+» соответствует квазимагنونной ветви возбуждений, знак «-» – квази-фононной ветви. Спектры квазичастиц в выражении (2.106) имеют следующий вид:

$$\omega^2(k) = \omega_t^2(k) \frac{A_0 - 16K_1(T) - 2K_2(T) + \alpha k^2 - \Omega_0 k}{A_0 - 16K_1(T) - 2K_2(T) + \frac{8v^2}{E}(1 + \sigma) + \alpha k^2 - \Omega_0 k}, \quad (2.107)$$

$$\varepsilon^2(k) = 4 \left[ \frac{8v^2}{E}(1 + \sigma) + \alpha k^2 + \Omega_0 k \right] \times \left[ A_0 - 16K_1(T) - 2K_2(T) + \frac{8v^2}{E}(1 + \sigma) + \alpha k^2 - \Omega_0 k \right]. \quad (2.108)$$

Выражение (2.107) определяет спектр квазифононов, а (2.108) – низкочастотных квазимагнонов.

Наличие линейных по волновому вектору слагаемых в спектре квазифононов (2.107) свидетельствует о том, что спектр становится неустойчивым не при  $k = 0$ , а при  $k^* = \frac{\Omega_0}{2\alpha}$ . Это обстоятельство указывает на то, что в системе возможна реализация пространственно-неоднородной (доменной) фазы [18]. Критическое значение волнового вектора  $k^*$  перенормирует щель в спектре квазифононов (2.107), а также определяет период доменной структуры. Из обращения в ноль перенормированной щели в спектре квазифононов, получим уравнение на температуру фазового перехода:

$$A_0 - 16K_1(T) - 2K_2(T) - \frac{\Omega_0^2}{4\alpha} = 0. \quad (2.109)$$

При условии (2.109) спектр квазифононов (2.107) в длинноволновом пределе ( $\alpha k^2 - \Omega_0 k \ll 8v^2(1 + \sigma)/E$ ) размягчается

$$\omega^2(k^*) = \omega_i^2(k) \frac{\alpha k^2 - \Omega_0 k}{8v^2(1 + \sigma)/E}, \quad (2.110)$$

в то время как в спектре квазимагнонов (2.108) появляется магнитоупругая щель:

$$\varepsilon(k^*) = \frac{16v^2}{E}(1 + \sigma). \quad (2.111)$$

Используя температурную зависимость констант анизотропии подрешетки урана  $K_1(T)$  и подрешетки кобальта  $K_2(T)$  (2.70), а также значения параметров магнитодипольного взаимодействия [18], и численно решая уравнение (2.110) получим температуру фазового перехода из легкоплоскостной фазы  $T_1 = 366,4 \text{ K}$ .

Как было показано выше, в трехмерном образце сплава  $\text{U}_2\text{Co}_{15}\text{Si}_2$  может реализовываться угловая фаза. Предположим, что рассматриваемая двумерная система также может находиться в угловой фазе. Тогда вектор намагниченности образует некоторый угол  $\theta$  с нормалью к базисной плоскости  $\text{XOY}$ .

Повернем систему координат вокруг оси  $\text{OX}$  так, чтобы ось квантования  $\text{OZ}$  совпадала с направлением магнитного момента. Связь компонент спинового оператора в старой системе координат через компоненты в новой системе координат имеет следующий вид (2.79).

Как и ранее, будем исследовать систему, используя представление Голстейна-Примакова. Используя связь спиновых операторов с операторами рождения и уничтожения магнонов (2.79) и компонентом тензора  $u_{ij}^{(1)}$  с операторами рождения  $b_{k,\lambda}^+$  и уничтожения  $b_{k,\lambda}$  фононов (2.100), представим гамильтониан (2.98) в виде (2.80). Как отмечалось ранее, гамильтониан  $\mathcal{H}^{(1)}$  не соответствует реальному физическому процессу, поэтому коэффициенты при  $a_k^+$ ,  $a_k$ ,

$b_k^+$ ,  $b_k$  в нем должны быть равны нулю. Это условие позволяет определить связь равновесного угла  $\theta$  с материальными константами:

$$\left[ -A_0 - 16K_1(T)\sin^2\theta + 2K_2(T) \right] \sin 2\theta = 0. \quad (2.112)$$

Как видно из (2.112), имеется два возможных решения на угол  $\theta$ :

$$\sin 2\theta = 0, \quad (2.113)$$

$$\sin^2\theta = \frac{2K_2(T) - A_0}{16K_1(T)}. \quad (2.114)$$

Из уравнения (2.113) следует, что магнитный момент либо лежит в плоскости пленки ( $\theta = \pi/2$ ), либо перпендикулярен плоскости ( $\theta = 0$ ). Численный анализ выражения (2.114) показал, что не существует таких значений констант анизотропии и параметра магнитодипольного взаимодействия, при которых  $0 < \sin^2\theta \leq 1$ . Следовательно, угловая фаза в ферромагнитной пленке сплава  $U_2Co_{15}Si_2$  не реализуется.

Рассмотрим теперь случай высоких температур, когда знаки констант одноионной анизотропии подрешеток урана и кобальта совпадают. В этом случае в системе реализуется легкоосная фаза. Выберем ось OZ вдоль направления намагничивания, а плоскость XOY – базисной плоскостью.

Гамильтониан системы совпадает с (2.98), где  $K_1(T) > 0$  и  $K_2(T) > 0$  – положительные константы гексагональной анизотропии урана и одноосной анизотропии кобальта, соответственно, определяемые выражением (2.70). Фурье-образы компонент тензора магнитодипольного взаимодействия в рассматриваемой геометрии ( $\vec{k} \parallel OX$ ) имеют вид (1.18).

Используя киральное соотношение для проекции спиновых операторов, перепишем гамильтониан в следующем виде:

$$\begin{aligned}
\mathcal{H} = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} (J_{nn'} \delta_{ij} + V_{nn'}^{ij}) S_n^i S_{n'}^j - K_1(T) \sum_n \left[ S(S+1) - (S_n^z)^2 \right]^2 - \\
& - K_2(T) \sum_n (S_n^z)^2 + \nu \sum_{\substack{n, \\ i \neq j}} \left[ u_{ii}(n) (S_n^i)^2 + u_{ij}(n) (S_n^i S_n^j + S_n^j S_n^i) \right] + \\
& + \frac{E}{2(1-\sigma^2)} \sum_{\substack{n, \\ i \neq j}} \left[ u_{ii}^2(n) + 2\sigma u_{ii}(n) u_{ij}(n) + 2(1-\sigma) u_{ij}^2(n) \right].
\end{aligned} \tag{2.115}$$

В легкоосной фазе для исследования фазовых переходов мы воспользуемся техникой операторов Хаббарда. Выделяя в гамильтониане (2.115) среднее поле, получим одноузельный гамильтониан:

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_0 = & -\bar{H} \sum_n S_n^z + \left[ 2S(S+1)K_1 - K_2 \right] (S_n^z)^2 - K_1 (S_n^z)^4 + \\
& + \nu \left[ u_{xx} (S_n^x)^2 + u_{yy} (S_n^y)^2 + u_{zz} (S_n^z)^2 + u_{xy} (S_n^x S_n^y + S_n^y S_n^x) + \right. \\
& \left. + u_{xz} (S_n^x S_n^z + S_n^z S_n^x) + u_{yz} (S_n^y S_n^z + S_n^z S_n^y) \right],
\end{aligned} \tag{2.116}$$

Решая с гамильтонианом (2.116) уравнение Шредингера, найдем энергетические уровни магнитного иона:

$$\begin{aligned}
E_{\pm 2} = & \mp 2\bar{H} + \left[ 8S(S+1) - 16 \right] K_1 - 4K_2 + \nu \left( u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)} + 4u_{zz}^{(0)} \right), \\
E_{\pm 1} = & \mp \sqrt{\bar{H}^2 + \frac{9}{4} \nu^2 \left( u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)} \right)^2} + \left[ 2S(S+1) - 1 \right] K_1 - K_2 + \\
& + \nu \left( \frac{5}{2} u_{xx}^{(0)} + \frac{5}{2} u_{yy}^{(0)} + u_{zz}^{(0)} \right), \\
E_0 = & \frac{3}{2} \nu \left( u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)} \right),
\end{aligned} \tag{2.117}$$

и его собственные функции, которые имеют вид (2.92).

Спонтанные деформации, входящие в энергетические уровни магнитного иона (2.117), имеют вид:

$$u_{xx}^{(0)} = u_{yy}^{(0)} = -\frac{\nu(1-5\sigma)}{E}, \quad u_{zz}^{(0)} = -\frac{2\nu(2-\sigma)}{E}, \quad u_{ij}^{(0)} = 0. \tag{2.118}$$

Связь спиновых операторов с операторами Хаббарда имеет вид (2.93).

Используя диаграммную технику для операторов Хаббарда [142,184], были получены спектры квазичастиц. Спектр квазифононов

$$\omega^2(k) = \omega_\tau^2(k) \frac{-21K_1 + 3K_2 - 2A_0 + 2\alpha k^2 + 2\Omega_0 k}{-21K_1 + 3K_2 - 2A_0 + \frac{9\nu^2}{E}(1 + \sigma) + 2\alpha k^2 + 2\Omega_0 k} \quad (2.119)$$

размягчается при условии

$$3K_2 - 21K_1 - 2A_0 = 0 \quad (2.120)$$

и принимает вид:

$$\omega^2(k) = \omega_\tau^2(k) \frac{2\alpha k^2 + 2\Omega_0 k}{\frac{9\nu^2}{E}(1 + \sigma)}. \quad (2.121)$$

В низкочастотной ветви спектра квазимагнонов

$$\varepsilon^2(k) = \left( 3K_2 - 21K_1 - 2A_0 + \frac{9\nu^2}{E}(1 + \sigma) + 2\alpha k^2 \right) \times \left( 3K_2 - 21K_1 - 2A_0 + \frac{9\nu^2}{E}(1 + \sigma) + 2\alpha k^2 + 2\Omega_0 k \right) \quad (2.122)$$

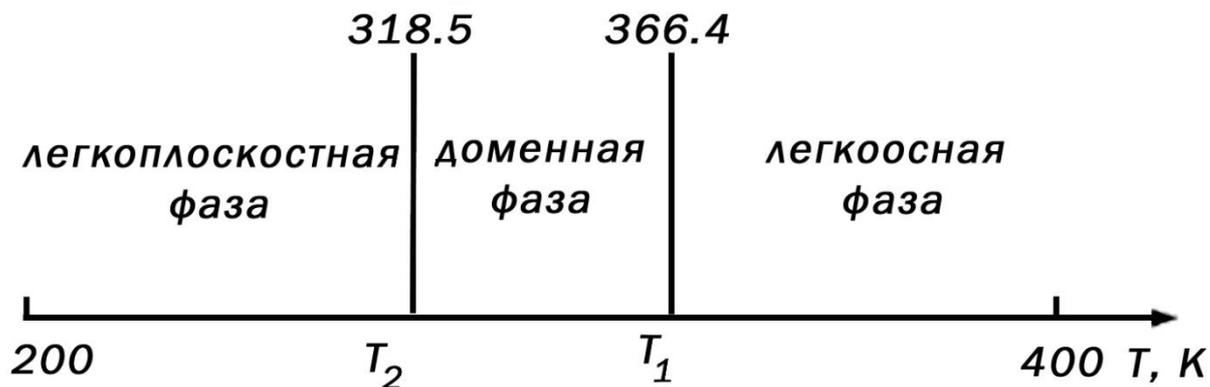
в точке, определяемой (2.120), появляется магнитоупругая щель:

$$\varepsilon(0) = \frac{9\nu^2(x)}{E}(1 + \sigma). \quad (2.123)$$

Так как магнитоупругая щель в спектре квазимагнонов не может обратиться в ноль, то фазовый переход из фазы “легкая ось” идет по квазифононной ветви элементарных возбуждений.

Решение уравнения (2.120) позволяет получить значения температуры, при которой происходит фазовый переход из состояния “легкая ось”  $T_2 = 318,5K$ .

Проведенные исследования показали, что в пленке сплава  $U_2Co_{15}Si_2$  имеет место фазовый переход первого рода из легкоплоскостной в легкоосную фазу, который протекает через пространственно-неоднородную (доменную) фазу. При этом, температура устойчивости легкоплоскостной фазы равна  $T_1 = 366,4K$ , а легкоосной –  $T_2 = 318,5 K$ . Схематично фазовая диаграмма системы представлена на рис. 2.15.



**Рис. 2.15.** Фазовая диаграмма двумерной пленки сплава  $U_2Co_{15}Si_2$ .

Как видно из рис. 2.15, в данной системе не реализуется угловая фаза, как это наблюдалось для случая трехмерного образца. Отсутствие угловой фазы связано, прежде всего, с двухмерностью исследуемого объекта, т.е. с существенным влиянием магнитодипольного взаимодействия.

Исследования модели трехмерного образца сплава  $U_2Co_{15}Si_2$  показали, что в системе имеет место два фазовых перехода первого рода: «легкая плоскость» – «угловая фаза» ( $T_1 = 266$  K) и «угловая фаза» – «легкая ось» ( $T_4 = 340$  K). В рассматриваемом случае в системе происходит один фазовый переход первого рода через пространственно-неоднородное (доменное) состояние. Подобные различия связаны с физической размерностью образца, а также учетом магнитодипольного взаимодействия.

Учет магнитоупругого взаимодействия в фазах «легкая плоскость» и «легкая ось» приводит к образованию гибридной магнитоупругой волны. При этом, как видно из (2.107) и (2.119) мягкой модой является квазиупругая ветвь возбуждений, и, соответственно, температуры устойчивости легкоплоскостной и легкоосной фаз определяется из квазифононных спектров. В спектрах же квазимагнонов (2.108) и (2.122) возникает магнитоупругая щель.

## **2.3. Фазовые переходы по материальным константам и температуре в интерметаллических соединениях типа терфенол-Д**

В настоящее время исследования систем с большим влиянием магнитоупругого взаимодействия являются весьма актуальными. Это связано с возможностью широкого применения таких систем для производства мощных приводов малых перемещений (например, адаптивная оптика крупных телескопов-рефлекторов), источников звука огромной мощности, сверхмощных ультразвуковых излучателей и т.п. К таким системам относятся сплав лантаноидов тербия и диспрозия с железом, кобальтом [60,61].

Известно, что анизотропная магнитострикция редкоземельных металлов тербия Tb, диспрозия Dy, их сплавов и феррит-гранатов при низких температурах превышает анизотропную магнитострикцию железа Fe, кобальта Co, никеля Ni и их сплавов в десятки, сотни и даже тысячи раз. Так гигантская магнитострикция (эффективное поле которой может достигать нескольких килоэрстед, что на 3 порядка превосходит типичные значения) была обнаружена в интерметаллических соединениях TbFe<sub>2</sub>, DyFe<sub>2</sub>, которая реализуется не только при низких температурах, но и выше комнатных температур [60]. Влияние такого гигантского магнитоупругого взаимодействия имеет особое значение в случае, когда константа магнитной анизотропии обращается в ноль или существенно уменьшается в результате конкуренции анизотропий разных подрешеток или при изменении температуры или концентрации магнитоактивных ионов [61,62].

### **2.3.1. Фазовые переходы по материальным константам**

В качестве исследуемой системы рассмотрим изотропный трехмерный негейзенберговский ферромагнетик, в котором можно пренебречь влиянием магнитной анизотропии [61,62]. Кроме биквадратичного обменного взаимодействия, влияние которого характерно для редкоземельных металлов и сплавов, учтем также магнитоупругое и упругое взаимодействия, которые существенны в рассматриваемой системе. Для упрощения дальнейших вычислений предпо-

ложим, что спин магнитного иона равен единице. Кроме того, это минимальное значение спина, при котором может возникнуть биквадратичное обменное взаимодействие. Гамильтониан такой системы можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} J_{m'} \vec{S}_n \vec{S}_{n'} - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} K_{m'} (\vec{S}_n \vec{S}_{n'})^2 + \\ & + D_1 \sum_{n,i=x,y,z} u_{ii}(n) (S_n^i)^2 + 2D_2 \sum_{n,i \neq j} u_{ij}(n) (S_n^i S_n^j + S_n^j S_n^i) + \\ & + \frac{C_{11}}{2} \sum_{n,i=x,y,z} u_{ii}^2 + C_{12} \sum_{n,i \neq j} u_{ii}(n) u_{jj}(n) + 2C_{44} \sum_{n,i \neq j} u_{ij}^2(n), \end{aligned} \quad (2.124)$$

где  $K_{m'} > 0$  – константа биквадратичного обменного взаимодействия,  $D_1$  и  $D_2$  – константы магнитоупругой связи;  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{44}$  – упругие модули. Третье и четвертое слагаемые в гамильтониане (2.124) описывают магнитоупругую энергию, а последние три слагаемых описывают упругую энергию системы.

Выделяя в обменной части гамильтониана (2.124) среднее поле  $\langle S_n^z \rangle$ , связанное с упорядочением магнитного момента, а также дополнительные поля  $\langle O_n^p \rangle = q_2^p$  ( $p = 0, 2$ ), определяемые квадрупольными моментами, получим одноузельный гамильтониан:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0(n) = & -\bar{H} S_n^z - B_2^0 O_n^0 - B_2^2 O_n^2 + D_1 \left[ u_{xx}(n) (S_n^x)^2 + u_{yy}(n) (S_n^y)^2 + \right. \\ & \left. + u_{zz}(n) (S_n^z)^2 \right] + 2D_2 \left[ u_{xy}(n) (S_n^x S_n^y + S_n^y S_n^x) + u_{xz}(n) (S_n^x S_n^z + S_n^z S_n^x) + \right. \\ & \left. + u_{yz}(n) (S_n^y S_n^z + S_n^z S_n^y) \right], \end{aligned} \quad (2.125)$$

где  $\bar{H} = (J_0 - K_0/2) \langle S^z \rangle$ ,  $B_2^0 = K_0 q_2^0/6$ ,  $B_2^2 = K_0 q_2^2/2$ ,  $K_0$  – нулевые фурье-компоненты биквадратичного обменного взаимодействия,

$O_n^0 = 3(S_n^z)^2 - S(S+1)$  и  $O_n^2 = \left[ (S_n^+)^2 + (S_n^-)^2 \right]$  – операторы Стивенса.

Решая с гамильтонианом (2.125) одноузельную задачу, найдем энергетические уровни магнитного иона

$$\begin{aligned}
E_1 &= -B_2^0 + \frac{1}{2}D_1(u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)} + 2u_{zz}^{(0)}) - \kappa, \\
E_0 &= 2B_2^0 + D_1(u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}), \\
E_{-1} &= -B_2^0 + \frac{1}{2}D_1(u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)} + 2u_{zz}^{(0)}) + \kappa,
\end{aligned} \tag{2.126}$$

и собственные функции гамильтониана (2.125)

$$\Psi(1) = \cos \psi |1\rangle + \sin \psi |-1\rangle, \quad \Psi(0) = |0\rangle, \quad \Psi(-1) = -\sin \psi |1\rangle + \cos \psi |-1\rangle, \tag{2.127}$$

$$\text{где } \kappa = \sqrt{\bar{H}^2 + \left[ B_2^2 - \frac{D_1}{2}(u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)}) \right]^2}, \quad \sin \psi = \sqrt{\frac{\kappa - \bar{H}}{2\kappa}}, \quad \cos \psi = \sqrt{\frac{\chi + \bar{H}}{2\chi}}.$$

Спонтанные деформации  $u_{ij}^{(0)}$ , входящие в выражение (2.126), определяются из условия минимума плотности свободной энергии и при низких температурах имеют вид:

$$\begin{aligned}
u_{xx}^{(0)} &= -\frac{D_1}{2} \frac{C_{11} - 2C_{12} + \frac{B_2^2(C_{11} + 2C_{12})}{\sqrt{\bar{H}^2 + (B_2^2)^2}}}{(C_{11} - C_{12})(C_{11} + 2C_{12})}, \\
u_{yy}^{(0)} &= -\frac{D_1}{2} \frac{C_{11} - 2C_{12} - \frac{B_2^2(C_{11} + 2C_{12})}{\sqrt{\bar{H}^2 + (B_2^2)^2}}}{(C_{11} - C_{12})(C_{11} + 2C_{12})}, \\
u_{zz}^{(0)} &= -D_1 \frac{C_{11}}{(C_{11} - C_{12})(C_{11} + 2C_{12})}, \quad u_{ij}^{(0)} = 0 \quad (i \neq j).
\end{aligned} \tag{2.128}$$

Связь спиновых операторов с операторами Хаббарда имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
S_n^+ &= \sqrt{2} \left[ \sin \psi (X_n^{01} - X_n^{-10}) + \cos \psi (X_n^{0-1} + X_n^{10}) \right], \quad S_n^- = (S_n^+)^+, \\
S_n^z &= \cos 2\psi (X_n^{11} - X_n^{-1-1}) - \sin 2\psi (X_n^{1-1} + X_n^{-11}).
\end{aligned} \tag{2.129}$$

Параметры порядка рассматриваемой системы имеют вид:

$$\langle S_n^z \rangle = \cos 2\psi, \quad q_2^0 = \langle O_n^0 \rangle = 1, \quad q_2^2 = \langle O_n^2 \rangle = \sin 2\psi. \tag{2.130}$$

Рассмотрим поведение параметров порядка при различных соотношениях материальных констант. Предположим, что в системе преобладает гейзенбер-

говское обменное взаимодействие, т.е.  $J_0 > K_0$ . При этом  $\cos 2\psi = 1$ , следовательно, параметры порядка имеют следующий вид:

$$\langle S_n^z \rangle = 1, \quad q_2^0 = 1, \quad q_2^2 = 0, \quad (2.131)$$

т.е. в системе реализуется ферромагнитная фаза [66]. Низжайшим энергетическим уровнем является  $E_1$ , а волновая функция основного состояния имеет вид  $\Psi(1) = |1\rangle$ . Спонтанные деформации в ферромагнитной фазе равны:

$$u_{xx}^{(0)} = u_{yy}^{(0)} = -\frac{D_1}{2} \frac{C_{11} - 2C_{12}}{(C_{11} - C_{12})(C_{11} + 2C_{12})}, \quad u_{zz}^{(0)} = -D_1 \frac{C_{11}}{(C_{11} - C_{12})(C_{11} + 2C_{12})}. \quad (2.132)$$

Предположим теперь, что в системе преобладает биквадратичное обменное взаимодействие, т.е.  $K_0 > J_0$ . В этом случае  $\cos 2\psi = 0$ , следовательно, параметры порядка имеют следующий вид:

$$\langle S_n^z \rangle = 0, \quad q_2^0 = q_2^2 = 1, \quad (2.133)$$

т.е. в системе реализуется квадрупольная фаза [54,66]. Низжайшим энергетическим уровнем в квадрупольной фазе также является  $E_1$ , а спонтанные деформации определяются следующими выражениями:

$$u_{xx}^{(0)} = u_{zz}^{(0)} = -D_1 \frac{C_{11}}{(C_{11} - C_{12})(C_{11} + 2C_{12})}, \quad u_{yy}^{(0)} = 2D_1 \frac{C_{12}}{(C_{11} - C_{12})(C_{11} + 2C_{12})}. \quad (2.134)$$

Такая связь между спонтанными деформациями в квадрупольной фазе приводит к вырождению возбужденных энергетических уровней магнитного иона,  $E_0 = E_{-1}$ , а основное состояние описывается волновой функцией  $\Psi(1) = (|1\rangle + |-1\rangle) / \sqrt{2}$ .

Нашей задачей является исследование фазовых состояний и областей устойчивости соответствующих фаз рассматриваемой системы. Для этого, определим спектры элементарных возбуждений системы. Отметим, что учет магнитоупругого взаимодействия приводит к возникновению гибридной магнитоупругой волны, связывающей упругие и магнитные возбуждения в магнетике [21,22,171,187]. Для упрощения математических вычислений будем рас-

смаатривать нашу систему в следующей геометрии: волновой вектор  $\vec{k}$  параллелен оси ОХ, а компоненты вектора поляризации квазифононов следующие:  $e_l^x, e_l^y, e_l^z$ .

В случае реализации ферромагнитной фазы ( $J_0 > K_0$ ), спектр  $\tau$ -поляризованных квазифононов остается линейным по волновому вектору  $k$ , а спектр  $t$ -поляризованных квазифононов имеет следующий вид:

$$\omega_1^2(k) = \omega_t^2(k) \frac{b_0/2 - 4a_0 + \alpha k^2}{b_0/2 + \alpha k^2}, \quad (2.135)$$

где  $a_0 = \frac{D_2^2}{2C_{44}}$ ,  $b_0 = \frac{D_1^2}{C_{11} - C_{12}}$  – параметры магнитоупругой связи. Как следует из

(2.135), в длинноволновом пределе скорость  $t$ -поляризованных квазифононов перенормируется, а их спектр остается линейным по волновому вектору, и имеет вид:

$$\omega_1^2(k) \approx \omega_t^2(k)(1 - 8a_0/b_0). \quad (2.136)$$

Спектр  $l$ -поляризованных квазифононов в ферромагнитной фазе можно представить, как:

$$\omega_2^2(k) = \omega_l^2(k) \frac{2(J_0 - K_0) - a_0^l + \xi k^2}{2(J_0 - K_0) + \xi k^2}, \quad (2.137)$$

где  $\xi = K_0 \tilde{R}_0^2$ ,  $\tilde{R}_0$  – радиус биквадратичного обменного взаимодействия,  $a_0^l = D_1^2/C_{44}$ . Легко видеть, что спектр продольно поляризованных квазифононов в длинноволновом пределе размягчается при

$$K_0^{\Phi M} = J_0 - \frac{a_0^l}{2}, \quad (2.138)$$

и принимает вид:

$$\omega_2^2(k) \approx \omega_l^2(k) \frac{\xi k^2}{a_0^l}. \quad (2.139)$$

Спектр высокочастотных квазимагнонов имеет вид:

$$\varepsilon_{\parallel}(k) = 2(J_0 - K_0) + \xi k^2. \quad (2.140)$$

В спектре квазимагнонов (2.140) в точке фазового перехода, определяемой (2.138), появляется магнитоупругая щель, причем величина этой щели определена только магнитоупругим взаимодействием

$$\varepsilon_{\parallel}(0) = a_0^l. \quad (2.141)$$

Анализ спектров показывает, что фазовый переход идет по квазифононной ветви возбуждений, и точка фазового перехода определяется выражением (2.138).

Спектр низкочастотных поперечных квазимагнонов имеет вид:

$$\varepsilon_{\perp}(k) = \frac{b_0}{2} + \alpha k^2. \quad (2.142)$$

Как видно из выражения (2.142), учет магнитоупругого взаимодействия приводит к тому, что в спектре квазимагнонов появляется магнитоупругая щель, которая не обращается в ноль.

В случае реализации в рассматриваемой системе квадрупольной фазы ( $K_0 > J_0$ ), спектры квазифононов остаются линейными по волновому вектору, а в квадрупольной фазе происходит вырождение возбужденных энергетических уровней магнитного иона, поэтому спектры квазимагнонов совпадают:

$$\varepsilon_{\parallel}(k) = \varepsilon_{\perp}(k) = \sqrt{(2K_0 - 2J_0 + b_0)(b_0 + \xi k^2)}. \quad (2.143)$$

Из условия обращения в ноль щели в спектре квазимагнонов получим величину «поля», при котором происходит фазовый переход из квадрупольной фазы:

$$K_0^{KY} = J_0 - \frac{b_0}{2}. \quad (2.144)$$

Сравнивая выражения (2.138) и (2.144), видно, что точки фазовых переходов, которым соответствуют значения констант биквадратичного обменного взаимодействия  $K_0^{\Phi M}$  и  $K_0^{KY}$ , отличаются друг от друга. Следовательно, фазовый переход из ферромагнитной фазы в квадрупольную фазу является переходом первого рода. Полученные значения  $K_0^{\Phi M}$  и  $K_0^{KY}$  соответствуют линиям устойчивости ферромагнитной и квадрупольной фаз, соответственно.

Можно предположить, что фазовый переход между ферромагнитной и квадрупольной фазами протекает через квадрупольно-ферромагнитное состояние. Квадрупольно-ферромагнитная фаза является смешанным состоянием, в котором реализуются одновременно и ферромагнитная и квадрупольная фазы. В квадрупольно-ферромагнитной фазе относительный вклад ферромагнитных и квадрупольных составляющих в параметры порядка меняется в зависимости от величины материальных констант. Область существования квадрупольно-ферромагнитной фазы:  $\Delta K_0 = K_0^{\Phi M} - K_0^{KV} = (b_0 - a_0^l)/2 > 0$ .

### 2.3.2. Фазовые переходы по температуре

Теперь исследуем влияние магнитоупругого взаимодействия на температурные фазовые переходы в негейзенберговском магнетике со скомпенсированной магнитной анизотропией.

Как было показано выше, в системе может реализовываться дальний магнитный порядок как ферромагнитного, так и квадрупольного типа. Предположим, что при низких температурах в системе реализуется ферромагнитная фаза. С ростом температуры параметр порядка  $\langle S_n^z \rangle$  уменьшается и при  $T = T_{\Phi M}$  обращается в ноль, при этом система переходит в квадрупольную фазу. Дальнейшее увеличение температуры приводит к изменению квадрупольных параметров порядка  $(q_2^0, q_2^2)$ , которые при температуре  $T = T_{KV}$  обращаются в ноль, и система переходит в парамагнитное состояние.

Для оценки температуры фазового перехода воспользуемся методом бозонизации хаббардовских операторов [140]. Основная идея метода заключается в построении бозевского аналога гамильтониана (2.124). Первый этап заключается в приведении гамильтониана к диагональному виду и представлению спиновых операторов через операторы Хаббарда. Далее хаббардовским операторам  $X_n^\alpha$  ставятся в соответствие псевдохаббардовские операторы  $\tilde{X}_n^\alpha$ , которые связаны с бозевскими операторами, следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}
\tilde{X}_n^{10} = \tilde{X}_n^{10} &= (1 - a_n^+ a_n - b_n^+ b_n) a_n, & \tilde{X}_n^{01} &= a_n^+, \\
\tilde{X}_n^{1-1} &= (1 - a_n^+ a_n - b_n^+ b_n) b_n, & \tilde{X}_n^{-11} &= b_n^+, \\
\tilde{X}_n^{0-1} &= a_n^+ b_n, & \tilde{X}_n^{-10} &= b_n^+ a_n, \\
\tilde{H}_n^0 &= a_n^+ a_n & \tilde{H}_n^{-1} &= b_n^+ b_n & \tilde{H}_n^1 &= 1 - a_n^+ a_n - b_n^+ b_n.
\end{aligned} \tag{2.145}$$

Здесь  $a$  – бозе-операторы, соответствующие переходу иона из состояния  $E_1$  в состояние  $E_0$ ,  $b$  – соответствуют переходу из состояния  $E_1$  в состояние  $E_{-1}$ .

Вообще говоря, операторы Хаббарда, а, следовательно, и гамильтониан (2.124) не могут быть выражены ни через какие комбинации бозевских операторов. В то же время, можно построить бозевский аналог гамильтониана (2.124), т.е. оператор, действующий в бесконечномерном гильбертовом пространстве, причем определенная часть его матричных элементов оказывается равной матричным элементам гамильтониана (2.124).

Перепишем гамильтониан (2.124) в ферромагнитной фазе через бозевские операторы, ограничиваясь квадратичными членами по операторам рождения и уничтожения квазичастиц, и диагонализуем полученный гамильтониан стандартным  $u$ - $v$  преобразованием Боголюбова:

$$\mathcal{H}^{(2)} = E_0 + \sum_k \varepsilon_\alpha(k) \alpha_k^+ \alpha_k + \sum_k \varepsilon_\beta(k) \beta_k^+ \beta_k. \tag{2.146}$$

Легко показать, что спектры  $\alpha$ - и  $\beta$ -квазичастиц совпадают с выражениями (2.140) и (2.142).

Для определения температуры фазового перехода из ферромагнитной фазы в квадрупольную фазу рассмотрим среднее значение намагниченности  $\langle S_n^z \rangle$ . Учитывая связь спиновых операторов с операторами Хаббарда (2.129) и переходя к псевдохаббардовским операторам посредством (2.145), найдем среднее значение намагниченности:

$$\langle S_n^z \rangle = \frac{1}{N} \sum_n 1 - \langle a_n^+ a_n \rangle - 2 \langle b_n^+ b_n \rangle. \tag{2.147}$$

Выражение (2.147) можно представить следующим образом:

$$\langle S_n^z \rangle = 1 - \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{(u_{k_\alpha}^2 + v_{k_\alpha}^2) k^2 dk}{\exp(\varepsilon_\alpha(k)/T) - 1} - \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{(u_{k_\beta}^2 + v_{k_\beta}^2) k^2 dk}{\exp(\varepsilon_\alpha(k)/T) - 1}, \quad (2.148)$$

где  $(u_k^2 + v_k^2) \propto \varepsilon^{-1}(k)$ . Температуру фазового перехода  $T_{\Phi M}$  определим из условия  $\langle S_n^z \rangle = 0$ . Численное решение уравнения (2.148) позволяет определить температуру перехода из ферромагнитной фазы  $T_{\Phi M}$ . На рис. 2.15 показана зависимость температуры  $T_{\Phi M}$  от величины константы билинейного обменного взаимодействия для двух значений величины магнитоупругого взаимодействия:  $b_0 = 150 \text{ Э}$  и  $b_0 = 1500 \text{ Э}$ .

Как видно из рис. 2.15, влияние магнитоупругого взаимодействия в ферромагнитной фазе увеличивается с ростом гейзенберговского обменного взаимодействия. Это влияние становится заметным только при больших значениях обменного взаимодействия. Данную теоретическую зависимость можно использовать для определения значения константы обменного взаимодействия, зная значения температуры  $T_{\Phi M}$  для исследуемой системы.

Аналогично найдем температуру перехода из квадрупольной фазы в парамагнитную фазу. Для этого перепишем гамильтониан (2.124) через бозевские операторы в квадрупольной фазе. Полученный гамильтониан будет иметь вид (2.146), а спектры  $\alpha$ - и  $\beta$ -квазичастиц совпадают с выражением (2.143).

Для определения температуры  $T_{KV}$  перехода из квадрупольной фазы рассмотрим тензорный параметр порядка  $q_2^0$ :

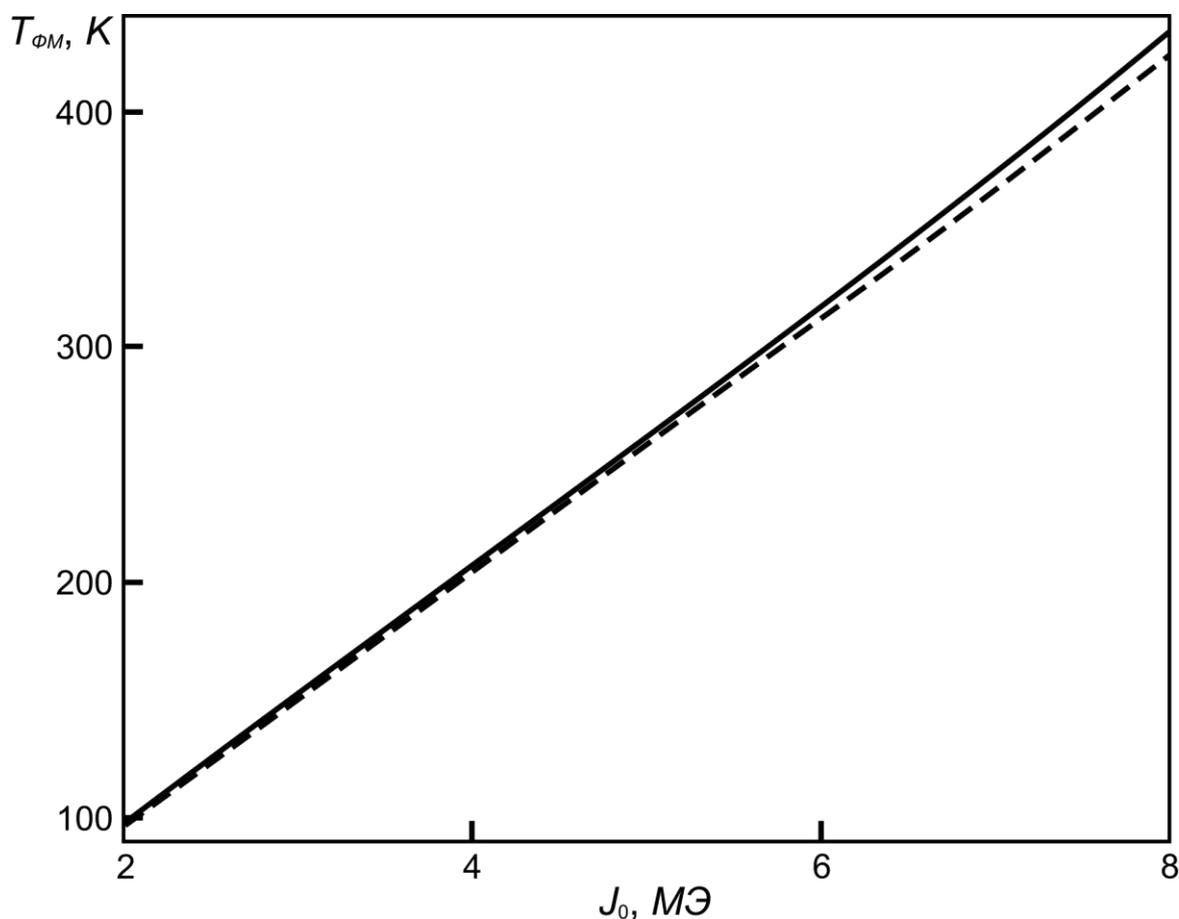
$$q_2^0 = \langle O_{2n}^0 \rangle = \frac{1}{N} \sum_n 1 - 3 \langle a_n^+ a_n \rangle. \quad (2.149)$$

Выражение (2.149) можно переписать следующим образом:

$$q_2^0 = 1 - \frac{3}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{(u_k^2 + v_k^2) k^2 dk}{\exp(\varepsilon_\alpha(k)/T) - 1}. \quad (2.150)$$

Исчезновению квадрупольного упорядочения соответствует значение параметра порядка  $q_2^0 = 0$ , когда система переходит в парамагнитное состояние. Численное решение полученного уравнения позволяет определить температуру пе-

перехода из квадрупольной фазы  $T_{KY}$ . График зависимости температуры перехода  $T_{KY}$  от величины константы биквадратичного обменного взаимодействия ( $b_0 = 150$  Э и  $b_0 = 1500$  Э) представлен на рис. 2.16.

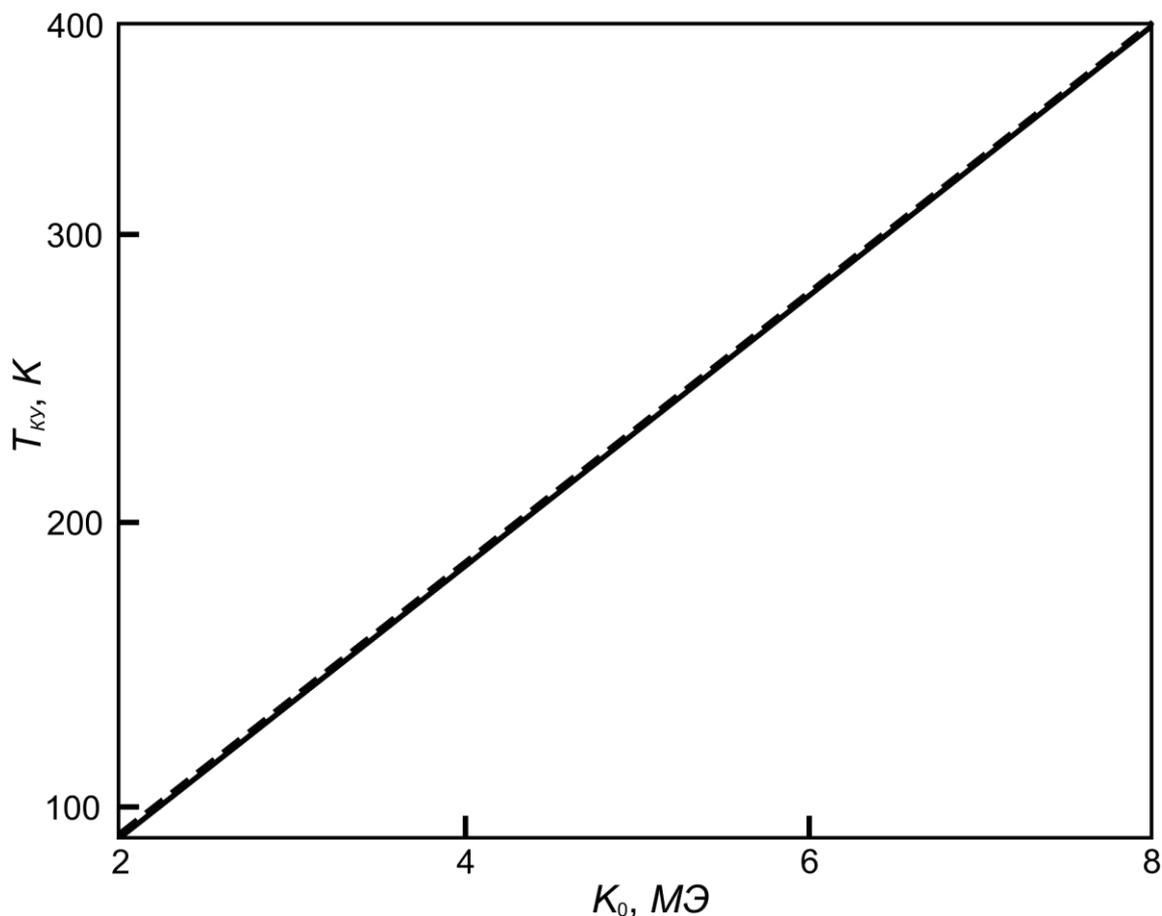


**Рис. 2.15.** Зависимость температуры фазового перехода  $T_{\phi M}$  от величины константы гейзенберговского обменного взаимодействия  $J_0$  при различных значениях параметра магнитоупругой связи  $b_0$ . Сплошная линия соответствует  $b_0 = 1500$  Э, пунктирная – 150 Э.

Как видно из рис. 2.16, в квадрупольной фазе параметр магнитоупругого взаимодействия практически не влияет на температуру фазового перехода. Можно предположить, что слабая зависимость температуры перехода из квадрупольной фазы от параметра магнитоупругого взаимодействия связана с тем, что данный фазовый переход протекает по квазимагنونной ветви возбуждений (2.143). Как видно из спектра (2.143), параметр магнитоупругой связи входит в данное выражение как аддитивная добавка к энергетической щели и, даже не

смотря на свою сравнительно большую величину, пренебрежимо мал по сравнению с обменными константами.

Данная зависимость может быть использована для определения константы биквадратичного обменного взаимодействия в интерметаллических соединениях.



**Рис. 2.16.** Зависимость температуры фазового перехода  $T_{KV}$  от величины константы биквадратичного обменного взаимодействия  $K_0$  при различных значениях параметра магнитоупругой связи  $b_0$ . Сплошная линия соответствует  $b_0 = 1500$  Э, пунктирная – 150 Э.

## Основные результаты второго раздела

1. Впервые исследованы фазовые переходы по концентрации в сплаве  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$  с учетом магнитоупругого и магнитодипольного взаимодействий. Показано, что в двумерной системе, в отличие от трехмерной системы, может реализоваться новое фазовое состояние – «легкая ось в плоскости». Найдены критические значения концентрации ионов кобальта, соответствующие фазовым переходам, и показано, что эти величины существенно зависят от размерности системы.
2. Впервые был проведен точный учет влияния магнитоупругого и магнитодипольного взаимодействий на фазовые переходы по температуре в ультратонком сплаве  $\text{U}_2\text{Co}_{15}\text{Si}_2$ . Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными, что позволяет применить использованный подход при исследованиях температурных фазовых переходов как в двухмерных, так и в трехмерных образцах сплава  $\text{U}_2\text{Co}_{15}\text{Si}_2$ .
3. Впервые исследовано влияние биквадратичного обменного взаимодействия на фазовые состояния и фазовые переходы в магнетиках типа терфенол-Д со скомпенсированной одноионной анизотропией. Показано, что в данных системах может реализоваться дальний магнитный порядок как ферромагнитного, так и квадрупольного типа. Также исследовано влияние магнитоупругого взаимодействия на температурные фазовые переходы, причем было впервые показано, что влияние магнитоупругого взаимодействия увеличивается с ростом константы билинейного обменного взаимодействия. Полученные результаты могут быть использованы для экспериментального определения констант билинейного и биквадратичного обменного взаимодействий.

### Раздел 3. Фазовые состояния гейзенберговского и негейзенберговского магнетика с анизотропным обменным взаимодействием

Как отмечалось выше, ориентационные фазовые переходы могут происходить под действием различных факторов, например, поля, давления, температуры и др. Можно также рассматривать фазовые переходы по материальным константам, поскольку последние зависят от температуры, и при ее изменении могут изменяться соотношения между константами. При этом предполагается, что зависимости разных материальных констант от внешних параметров различны. Это предположение хорошо согласуется с экспериментальными данными [83].

Одной из наиболее простых моделей, которая содержит в своем гамильтониане тензорные обмены, является модель Изинга для спина 1 с билинейным ( $J$ ) и биквадратичным ( $K$ ) взаимодействиями во внешнем магнитном поле, так называемая модель Блюма-Эмери-Грифитса:

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} \left[ J_{nn'} S_n^z S_{n'}^z + K_{nn'} (S_n^z S_{n'}^z)^2 \right] + \frac{\beta}{2} \sum_n (S_n^z)^2 - H \sum_n S_n^z. \quad (3.1)$$

где  $\beta$  – константа одноионной анизотропии. Данная модель была предложена для описания поведения смеси  $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$  [85].

В настоящем разделе мы обобщим модель Блюма-Эмери-Грифитса, рассматривая анизотропные обменные взаимодействия. В зависимости от параметра обменной анизотропии система является либо изотропным негейзенберговским ферромагнетиком, либо – изинговским ферромагнетиком с биквадратичным обменным взаимодействием.

Помимо изинговской модели, одной из наиболее популярных моделей в теории низкоразмерных магнетиков также является так называемая XY-модель, описываемая следующим гамильтонианом:

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} J_{nn'} (S_n^x S_{n'}^x + S_n^y S_{n'}^y). \quad (3.2)$$

Представляет интерес исследовать двумерную магнитную систему с анизотропными обменными взаимодействиями, предельными случаями которой являются двумерная XY-модель с биквадратичным обменным взаимодействием и изотропный двумерный негейзенберговский ферромагнетик. Поскольку исследуемая система является двумерной, очевидно, что на ее спиновое состояние будет также влиять и распределение поверхностных зарядов, т.е. магнитодипольное взаимодействие. Таким образом, исследуемая нами система представляет собой двумерный ферромагнетик с анизотропными гейзенберговским и биквадратичным взаимодействиями и учетом магнитодипольного и магнитоупругого взаимодействий.

**В первом подразделе** будет изучено влияние магнитоупругого взаимодействия на фазовые состояния и фазовые переходы в двумерном ферромагнетике с конкурирующими одноионной и обменной анизотропиями.

**Во втором подразделе** мы исследуем фазовые переходы по материальным константам, внешнему магнитному полю и температуре в изингоподобной системе.

**Третий подраздел** посвящен исследованиям фазовых переходов по материальным параметрам и температуре в ферромагнитных системах, описываемых XY-моделью.

**В четвертом подразделе** мы исследуем влияние магнитоупругого и магнитодипольного взаимодействий на фазовые состояния в негейзенберговском ферромагнетике с анизотропным обменным взаимодействием.

### **3.1. Влияние магнитоупругого взаимодействия на фазовые переходы в двухмерном ферромагнетике с конкурирующими одноионной и обменной анизотропиями**

#### **3.1.1. Случай большой одноионной анизотропии**

Как уже отмечалось выше, нас интересует не только конкуренция одноионной и межионной анизотропий, но и влияние магнитоупругого взаимодействия. Хотя в данном случае стабилизация дальнего магнитного порядка обеспечивается автоматически наличием легкоосной одноионной анизотропии и магнитодипольного взаимодействия, тем не менее, учет магнитоупругого взаимодействия представляет определенный интерес. Этот интерес обусловлен тем, что учет магнитоупругого взаимодействия может изменить тип фазового, и существенно влияет на динамику системы. В качестве модели исследуемой системы можно выбрать либо пленку с «плоскими» магнитоупругим и упругим взаимодействиями, либо с «объемными». Мы рассмотрим оба случая. В случае «плоской» упругой системы мы будем учитывать только те компоненты тензора деформаций, которые лежат в плоскости пленки, в случае «объемной» упругости будут учитываться все компоненты тензора деформаций.

Предположим, что одноионная анизотропия достаточно велика ( $\beta > J_0$ ), так, что средняя намагниченность (на один узел) ориентирована вдоль легкой оси OZ. Гамильтониан такой системы имеет вид:

$$\begin{aligned}
\mathcal{H} = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} J_{nn'} \left[ \Delta (S_n^x S_{n'}^x + S_n^y S_{n'}^y) + S_n^z S_{n'}^z \right] - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} V_{nn'}^{ij} S_n^i S_{n'}^j - \frac{\beta}{2} \sum_n (S_n^z)^2 + \\
& + \nu \sum_n \left\{ u_{xx}(n) (S_n^x)^2 + u_{yy}(n) (S_n^y)^2 + u_{xy}(n) (S_n^x S_n^y + S_n^y S_n^x) + \right. \\
& \left. + \xi \left[ u_{zz}(n) (S_n^z)^2 + u_{xz}(n) (S_n^x S_n^z + S_n^z S_n^x) + u_{yz}(n) (S_n^y S_n^z + S_n^z S_n^y) \right] \right\} + \quad (3.3) \\
& + \frac{E}{2(1-\sigma^2)} \sum_n \left\{ u_{xx}^2(n) + u_{yy}^2(n) + 2\sigma u_{xx}(n) u_{yy}(n) + \right. \\
& + 2(1-\sigma) u_{xy}^2(n) + \xi \left[ u_{zz}^2(n) + 2\sigma (u_{xx}(n) u_{zz}(n) + \right. \\
& \left. + u_{yy}(n) u_{zz}(n)) + 2(1-\sigma) (u_{xz}^2(n) + u_{yz}^2(n)) \right] \left. \right\},
\end{aligned}$$

где  $J > 0$  – константа гейзенберговского обмена;  $\Delta$  – параметр обменной анизотропии;  $\beta > 0$  – константа одноионной анизотропии типа «легкая ось»;  $V_{nn'}^{ij}$  – компоненты тензора магнитодипольного взаимодействия ( $i, j = x, y, z$ ), фурье-образы которых в легкоосной фазе имеют вид (1.18);  $u_{ij}(n)$  – компоненты тензора деформаций;  $\nu$  – константа магнитоупругого взаимодействия;  $E$  – модуль Юнга;  $\sigma$  – коэффициент Пуассона. Параметр  $\xi$  определяет «размерность» упругого и магнитоупругого взаимодействий:  $\xi = 0$  соответствует «плоской» упругой подсистеме,  $\xi = 1$  – «объемной».

Гамильтониан (3.3) описывает обменную анизотропию в плоскости пленки (плоскость  $XOY$ ) и одноионную анизотропию, действующую перпендикулярно плоскости пленки. Двухмерность системы учтена нами в фурье-компонентах тензора магнитодипольного взаимодействия – (1.18).

Нас интересует соотношение материальных констант, при котором в системе произойдет фазовый переход типа «порядок-порядок», т.е. то значение параметров системы, при котором намагниченность системы изменит свое направление и не будет перпендикулярна плоскости пленки. Это значение материальных констант можно получить из условия размягчения спектров элементарных возбуждений, которые мы получим, используя технику операторов Хаббарда [142,146] и математический аппарат функций Грина [75,184].

Рассмотрим вначале случай, когда в системе отсутствуют колебания узлов кристаллической решетки в направлении, перпендикулярном плоскости пленки ( $u_{zi} = 0$ ,  $i = x, y, z$ , т.е.  $\xi = 0$ ). Гамильтониан (3.3) в этом случае имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} J_{nn'} \left[ \Delta (S_n^x S_{n'}^x + S_n^y S_{n'}^y) + S_n^z S_{n'}^z \right] - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} V_{nn'}^{ij} S_n^i S_{n'}^j - \frac{\beta}{2} \sum_n (S_n^z)^2 + \\ & + \nu \sum_n \left[ u_{xx}(n) (S_n^x)^2 + u_{yy}(n) (S_n^y)^2 + u_{xy}(n) (S_n^x S_n^y + S_n^y S_n^x) \right] + \\ & + \frac{E}{2(1-\sigma^2)} \sum_n \left[ u_{xx}^2(n) + u_{yy}^2(n) + 2\sigma u_{xx}(n) u_{yy}(n) + 2(1-\sigma) u_{xy}^2(n) \right]. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Выделяя в обменной части гамильтониана (3.4) среднее поле, получим выражение для одноузельного гамильтониана системы:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0(n) = & -\bar{H} S_n^z - \frac{\beta}{2} (S_n^z)^2 + \nu \left[ u_{xx}(n) (S_n^x)^2 + u_{yy}(n) (S_n^y)^2 + \right. \\ & \left. + u_{xy}(n) (S_n^x S_n^y + S_n^y S_n^x) \right], \end{aligned} \quad (3.5)$$

где  $\bar{H} = (J_0 + V_0^{zz}) \langle S^z \rangle$ . Собственные значения гамильтониана (3.5) имеют вид:

$$\begin{aligned} E_{\pm 1} = & -\frac{\beta}{2} + \frac{\nu}{2} (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}) \mp \chi, \quad E_0 = \nu (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}), \\ \chi = & \sqrt{\bar{H}^2 + \frac{\nu^2}{4} \left[ (u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)})^2 + 4u_{xy}^2 \right]}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Собственные функции гамильтониана (3.5) определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \Psi(1) = & \cos \varphi |1\rangle + \sin \varphi |-1\rangle, \quad \Psi(0) = |0\rangle, \quad \Psi(-1) = -\sin \varphi |1\rangle + \cos \varphi |-1\rangle, \\ \cos \varphi = & \frac{\frac{\nu}{2} (u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)} - 2iu_{xy}^{(0)})}{\sqrt{\frac{\nu^2}{4} (u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)} - 2iu_{xy}^{(0)})^2 + (\chi - \bar{H})^2}}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

В выражениях (3.6) и (3.7) учтен тот факт, что спин магнитного иона  $S = 1$ , а, следовательно,  $M = -1, 0, 1$ ;  $u_{ij}^{(0)}$  – спонтанные деформации.

Компоненты тензора деформаций представим в виде суммы двух слагаемых:  $u_{ij} = u_{ij}^{(0)} + u_{ij}^{(1)}$ . Первое слагаемое в этом выражении определяет спонтан-

ные деформации магнитоупорядоченного кристалла, обусловленные наличием магнитоупругого взаимодействия. Именно с этим слагаемым мы провели вычисления энергетических уровней магнитного иона, определяемых формулой (3.6). В случае низких температур спонтанные деформации  $u_{ij}^{(0)}$  имеют вид:

$$u_{xx}^{(0)} = u_{yy}^{(0)} = -\frac{\nu}{2E}(1 - \sigma), \quad u_{xy}^{(0)} = 0. \quad (3.8)$$

Используя выражения (3.6)-(3.8) можно получить связь спиновых операторов с операторами Хаббарда, которая в данном случае имеет вид (2.129).

Слагаемое  $u_{ij}^{(1)}$  описывает динамическую часть тензора деформаций и соответствует колебаниями узлов кристаллической решетки. После квантования колебаний решетки по стандартной схеме [186], в одноузельной части гамильтониана (3.4) выделяем слагаемое, которое содержит как фононные операторы, так и хаббардовские. Эту часть гамильтониана назовем гамильтонианом трансформаций, поскольку он описывает процессы превращения фононов в магныны и обратно.

Гамильтониан трансформаций можно представить в виде:

$$\mathcal{H}_{tr} = \sum_n \left( \sum_M \mathcal{P}_M X_n^M + \sum_\alpha \mathcal{P}_\alpha X_n^\alpha \right), \quad (3.9)$$

где  $\mathcal{P}_{M(\alpha)} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{q,\lambda} (b_{q,\lambda} + b_{-q,\lambda}^+) \cdot T_n^{M(\alpha)}(q,\lambda)$ ;  $\alpha$  – корневые векторы, определяемые алгеброй операторов Хаббарда [142];  $T^{M(\alpha)}(q,\lambda)$  – амплитуды трансформаций;  $b_{q,\lambda}$  ( $b_{q,\lambda}^+$ ) – операторы уничтожения (рождения) фононов.

Как уже отмечалось, нас интересуют спектры элементарных возбуждений, определяемые полюсами функции Грина:

$$G^{\alpha\alpha'}(n, \tau; n', \tau') = -\langle \hat{T} \tilde{X}_n^\alpha(\tau) \tilde{X}_{n'}^{\alpha'}(\tau') \rangle, \quad (3.10)$$

где  $\hat{T}$  – оператор Вика;  $\tilde{X}_n^\alpha(\tau) = \exp(-\mathcal{H}\tau)X_n^\alpha \exp(\mathcal{H}\tau)$  – оператор Хаббарда в представлении Гейзенберга, усреднение ведется с полным гамильтонианом  $\mathcal{H} = \mathcal{H}_{int}^\perp + \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{tr}$ .

Поскольку вычисления проводятся в приближении среднего поля, нам в дальнейшем понадобится лишь «поперечная» часть обменного гамильтониана, которую в терминах операторов Хаббарда можно представить следующим образом

$$\mathcal{H}_{int}^\perp = -\frac{1}{2} \sum_{\substack{n,n' \\ \alpha,\beta}} B_n(\alpha) \hat{A}_{nn'} B_{n'}^T(\beta) X_n^\alpha X_{n'}^\beta. \quad (3.11)$$

В (3.11) введены следующие обозначения:

$$\hat{A}_{nn'} = \begin{pmatrix} J_{nn'} + V_{nn'}^{zz} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{V_{nn'}^{xx} - V_{nn'}^{yy}}{4} & \frac{1}{2} \left( J_{nn'} \Delta + \frac{V_{nn'}^{xx} + V_{nn'}^{yy}}{2} \right) \\ 0 & \frac{1}{2} \left( J_{nn'} \Delta + \frac{V_{nn'}^{xx} + V_{nn'}^{yy}}{2} \right) & \frac{V_{nn'}^{xx} - V_{nn'}^{yy}}{4} \end{pmatrix};$$

$\vec{B}(\alpha) = (\gamma_{\parallel}(\alpha) \quad \gamma_{\perp}(\alpha) \quad \gamma_{\perp}^*(\alpha))$ ;  $\gamma_{\parallel(\perp)}(\alpha)$  определяются из связи спиновых операторов с операторами Хаббарда (2.129). В рассматриваемом случае, как следует из (3.7) и (3.8), отличными от нуля коэффициентами  $\gamma_{\parallel(\perp)}(\alpha)$  являются только:

$$\gamma_{\perp}(1,0) = \gamma_{\perp}(0,-1) = \sqrt{2}. \quad (3.12)$$

Полюсы функции Грина определяют дисперсионное уравнение связанных магнитоупругих волн [143,184]. Дисперсионное уравнение, определяющее спектры связанных магнитоупругих волн, аналогично уравнению Ларкина (с учетом магнитоупругой связи) и справедливо во всем температурном интервале существования магнитоупорядоченного состояния и при произвольных соотношениях материальных констант:

$$\det \|\delta_{ij} + x_{ij}\| = 0, \quad (3.13)$$

где  $x_{ij} = b(\alpha)G_0^\alpha(\omega)B_i^+(\alpha)\hat{A}_{pj}B_p(-\alpha) +$

$$\Phi^0(k, \lambda, \lambda')T^{-\alpha}(k, \lambda)b(\alpha)G_0^\alpha(\omega)T^\beta(-k, \lambda')b(\beta)G_0^\beta(\omega)B_i^+(\alpha)\hat{A}_{pj}B_p(-\beta);$$

$b(\alpha) = \langle \vec{\alpha} \vec{H} \rangle_0$  – концевые множители;  $G_0^\alpha(\omega) = (\omega + (\vec{\alpha} \vec{E}))^{-1}$  – нулевая функция

Грина;  $\Phi^0(k, \lambda, \lambda') = \frac{D_\lambda(k, \omega)}{1 - Q_{\lambda\lambda'}D_\lambda(k, \omega)}$ ;  $D_\lambda(k, \omega) = \frac{2\omega_\lambda(k)}{\omega^2 - \omega_\lambda^2(k)}$  – функция Грина

свободного  $\lambda$ -поляризованного фонона;  $Q_{\lambda\lambda'} = T^\alpha(-k, \lambda)G_0^\alpha(\omega)T^{-\alpha}(k, \lambda')$ .

Так как коэффициенты  $\gamma_{\parallel(\perp)}(1, -1) = \gamma_{\parallel(\perp)}(-1, 1) = 0$ , а отличными от нуля амплитудами трансформаций являются  $T^{1-1}(k, \lambda)$  и  $T^{-11}(k, \lambda)$ , то в легкоосной фазе не происходит гибридизации упругих и магнитных возбуждений. При этом спектры продольно и поперечно поляризованных фононов остаются без изменений,  $\omega_\lambda(k) = c_\lambda k$ ,  $\lambda = l, t$ .

Решая уравнение (3.13), найдем спектр магнонов:

$$\begin{aligned} \varepsilon^2(k) = & \left[ \beta/2 - J_0(\Delta - 1) - A_0 - c_0 + \Delta\alpha k^2 \right] \times \\ & \times \left[ \beta/2 - J_0(\Delta - 1) - A_0 - c_0 + \Omega_0 k + \Delta\alpha k^2 \right], \end{aligned} \quad (3.14)$$

где  $c_0 = v^2(1 - \sigma)/(2E)$ ;  $\alpha = J_0 R_0^2$ ,  $R_0$  – радиус обменного взаимодействия.

Хотя в рассматриваемом состоянии (легкоосная фаза, «плоская» упругая подсистема) не происходит гибридизации упругих и магнитных возбуждений, что связано с отсутствием деформаций, в направлении магнитного момента (вдоль оси OZ), тем не менее, упругая подсистема существенно влияет на динамику магнонов. Это влияние проявляется в статической перенормировке щели в спектре (3.14) спонтанными деформациями:

$$\varepsilon(0) = \beta/2 - J_0(\Delta - 1) - A_0 - c_0. \quad (3.15)$$

Из обращения в ноль щели в спектре квазимагнонов (3.15) можно определить точку перехода из легкоосной фазы:

$$\beta_1^* = 2J_0(\Delta - 1) + 2A_0 + 2c_0. \quad (3.16)$$

Как видно из выражения (3.16), для реализации легкоосной фазы одноионная анизотропия системы должна быть достаточно большой, а параметр обменной анизотропии  $\Delta > 1 - (A_0 + c_0)/J_0$ , т.е. больше величины порядка единицы.

Теперь рассмотрим случай «объемной» упругой подсистемы ( $\xi = 1$ ). В этом случае гамильтониан системы имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} J_{nn'} \left[ \Delta (S_n^x S_{n'}^x + S_n^y S_{n'}^y) + S_n^z S_{n'}^z \right] - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} V_{nn'}^{ij} S_n^i S_{n'}^j - \frac{\beta}{2} \sum_n (S_n^z)^2 + \\ & + \nu \sum_n \left[ u_{xx}(n) (S_n^x)^2 + u_{yy}(n) (S_n^y)^2 + u_{zz}(n) (S_n^z)^2 + u_{xy}(n) (S_n^x S_n^y + S_n^y S_n^x) + \right. \\ & + u_{xz} (S_n^x S_n^z + S_n^z S_n^x) + u_{yz} (S_n^y S_n^z + S_n^z S_n^y) \left. \right] + \frac{E}{2(1-\sigma^2)} \sum_n \{ u_{xx}^2(n) + u_{yy}^2(n) + \\ & + u_{zz}^2(n) + 2\sigma [u_{xx}(n)u_{yy}(n) + u_{xx}(n)u_{zz}(n) + u_{yy}(n)u_{zz}(n)] + \\ & + 2(1-\sigma) [u_{xy}^2(n) + u_{xz}^2(n) + u_{yz}^2(n)] \}. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Компоненты тензора магнитодипольного взаимодействия имеют вид (1.18).

Энергетические уровни магнитного иона в этом случае равны:

$$\begin{aligned} E_{1,-1} = & -\frac{\beta}{2} + \frac{\nu}{2} \left( u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)} + 2u_{zz}^{(0)} \right) \mp \chi, \quad E_0 = \nu \left( u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)} \right), \\ \chi = & \sqrt{\bar{H}^2 + \frac{\nu^2}{4} \left[ \left( u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)} \right)^2 + 4u_{xy}^2 \right]}, \end{aligned} \quad (3.18)$$

а спонтанные деформации имеют вид:

$$u_{xx}^{(0)} = u_{yy}^{(0)} = -\frac{\nu(1-3\sigma)}{2E}, \quad u_{zz}^{(0)} = -\frac{\nu(1-\sigma)}{E}, \quad u_{xy}^{(0)} = 0. \quad (3.19)$$

Собственные функции одноузельного гамильтониана имеют вид (3.7), с учетом того, что  $\cos 2\varphi = 1$ ,  $\sin 2\varphi = 0$ .

Дисперсионное уравнение имеет вид (3.13). Рассмотрим его решения, предполагая, что волновой вектор лежит в плоскости пленки вдоль оси OX. В такой геометрии отличными от нуля являются следующие компоненты единич-

ного вектора поляризации  $e_l^x$ ,  $e_\tau^y$ ,  $e_t^z$  а, следовательно, отличными от нуля будут следующие амплитуды трансформаций:

$$T_n^{01}(k, t) = T_n^{10}(k, t) = i \frac{V}{2\sqrt{2}} T_n^0(k, t) e_t^z k_x (\cos \varphi - \sin \varphi),$$

$$T_n^0(k, t) = \frac{\exp(i\vec{k}\vec{n})}{\sqrt{2m\omega_t(k)}}. \quad (3.20)$$

При этом,  $\tau$ - и  $l$ -поляризованные квазифононы с магнитной подсистемой не взаимодействуют, а спектры квазимагнонов и  $t$ -поляризованных квазифононов имеют, соответственно, вид:

$$\varepsilon^2(k) = (E_{10} + \Delta J_k + V_k^{yy})(E_{10} + \Delta J_k + V_k^{xx}),$$

$$\omega^2(k) = \omega_t^2(k) \frac{E_{10} + \Delta J_k + V_k^{xx} + 4a_0}{E_{10} + \Delta J_k + V_k^{xx}}, \quad (3.21)$$

где  $a_0 = v^2(1 + \sigma)/(8E)$ .

С учетом формул (1.18), (3.18) и (3.19) спектры (3.21) в длинноволновом пределе ( $\Delta\alpha k^2 + \Omega_0 k \ll 4a_0$ ) имеют вид:

$$\varepsilon^2(k) = \left[ \frac{\beta}{2} - J_0(\Delta - 1) - A_0 - 4a_0 + \Delta\alpha k^2 + \Omega_0 k \right] \times$$

$$\times \left[ \frac{\beta}{2} - J_0(\Delta - 1) - A_0 - 4a_0 + \Delta\alpha k^2 \right], \quad (3.22)$$

$$\omega^2(k) = \omega_t^2(k) \frac{\beta/2 - J_0(\Delta - 1) - A_0 + \Delta\alpha k^2 + \Omega_0 k}{\beta/2 - J_0(\Delta - 1) - A_0 - 4a_0 + \Delta\alpha k^2 + \Omega_0 k}. \quad (3.23)$$

Как следует из (3.23), в длинноволновом пределе при

$$\tilde{\beta}_1^* = 2J_0(\Delta - 1) + 2A_0 \quad (3.24)$$

спектр  $t$ -поляризованных квазифононов размягчается

$$\omega^2(k) = \omega_t^2(k) (\Delta\alpha k^2 + \Omega_0 k_0) / (4a_0), \quad (3.25)$$

а в спектре квазимагнонов (3.22) появляется магнитоупругая щель,  $\varepsilon(0) = v^2(1 + \sigma)/(2E)$ . Таким образом, соотношение (3.24) определяет точку

фазового перехода из легкоосной фазы в случае «объемных» магнитоупругого и упругого взаимодействий.

В предыдущем разделе было показано, что фазовый переход из легкоосной фазы происходит по магнотной ветви возбуждений. В данном случае, из-за трехмерности упругой подсистемы происходит гибридизация упругих и магнитных возбуждений в легкоосной фазе, и мягкой модой являются уже  $t$ -поляризованные квазифононы. Таким образом, «размерность» упругой подсистемы существенно влияет на фазовый переход из легкоосной фазы.

### 3.1.2. Случай слабой одноионной анизотропии

Рассмотрим теперь случай слабой легкоосной одноионной анизотропии меньшей величины магнитодипольного взаимодействия ( $\beta < A_0$ ). В этом случае, магнитный момент будет ориентирован в плоскости пленки. Выберем систему координат так, что плоскость пленки будет совпадать с плоскостью XOZ. В такой геометрии гамильтониан системы можно записать в виде (3.3), заменив во всех слагаемых индекс  $y$  на  $z$  и наоборот. В дальнейшем, для простоты вычислений, будем считать, что магнитный момент параллелен оси OZ, а волновой вектор параллелен оси OX, тогда компоненты тензора магнитодипольного взаимодействия имеют вид (1.18), с учетом замены индексов  $y$  на  $z$  и наоборот.

В случае «плоской» упругой подсистемы гамильтониан (3.4) принимает вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} J_{nn'} \left[ \Delta (S_n^x S_{n'}^x + S_n^z S_{n'}^z) + S_n^y S_{n'}^y \right] - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} V_{nn'}^{ij} S_n^i S_{n'}^j - \frac{\beta}{2} \sum_n (S_n^y)^2 + \\ & + \nu \sum_n \left[ u_{xx}(n) (S_n^x)^2 + u_{zz}(n) (S_n^z)^2 + u_{xz}(n) (S_n^x S_n^z + S_n^z S_n^x) \right] + \\ & + \frac{E}{2(1-\sigma^2)} \sum_n \left[ u_{xx}^2(n) + u_{zz}^2(n) + 2\sigma u_{xx}(n) u_{zz}(n) + 2(1-\sigma) u_{xz}^2(n) \right]. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Выделяя в обменной части гамильтониана (3.26) среднее поле, получим одноузельный гамильтониан:

$$\mathcal{H}_0(n) = -\bar{H}S_n^z - \frac{\beta}{2}(S_n^y)^2 + \nu \left[ u_{xx}(n)(S_n^x)^2 + u_{zz}(n)(S_n^z)^2 + u_{xz}(n)(S_n^x S_n^z + S_n^z S_n^x) \right], \quad (3.27)$$

где  $\bar{H}$  имеет тот же вид, что и в (3.5).

Энергетические уровни магнитного иона имеют следующий вид:

$$E_{\pm 1} = -\frac{\beta}{4} + \frac{\nu}{2} \left( u_{xx}^{(0)} + 2u_{zz}^{(0)} \right) \mp \chi, \quad E_0 = -\frac{\beta}{2} + \nu u_{xx}^{(0)}, \quad (3.28)$$

где  $\chi^2 = \bar{H}^2 + \left( \beta/4 + \nu u_{xx}^{(0)} \right)^2$ . Собственные функции одноузельного гамильтониана (3.27) совпадают с выражением (3.7), а связь спиновых операторов с операторами Хаббарда совпадает с (2.129) с учетом того, что в данном случае  $\cos^2 \varphi = (\chi + \bar{H}) / (2\chi)$ .

Спонтанные деформации имеют вид

$$u_{xx}^{(0)} = -\frac{\nu(1-2\sigma)}{2E}, \quad u_{zz}^{(0)} = -\frac{\nu(2-\sigma)}{2E}, \quad u_{xz}^{(0)} = 0. \quad (3.29)$$

Дисперсионное уравнение связанных магнитоупругих волн определяется выражением (3.13), с учетом того, что матрица  $\hat{A}_{mn'}$  в рассматриваемом случае имеет вид:

$$\hat{A}_{mn'} = \begin{pmatrix} \Delta J_{mn'} + V_{mn'}^{zz} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} [J_{mn'}(\Delta - 1) + V_{mn'}^{xx} - V_{mn'}^{yy}] & \frac{1}{4} [J_{mn'}(\Delta + 1) + V_{mn'}^{xx} + V_{mn'}^{yy}] \\ 0 & \frac{1}{4} [J_{mn'}(\Delta + 1) + V_{mn'}^{xx} + V_{mn'}^{yy}] & \frac{1}{4} [J_{mn'}(\Delta - 1) + V_{mn'}^{xx} - V_{mn'}^{yy}] \end{pmatrix},$$

а отличные от нуля коэффициенты  $\gamma_{\parallel(\perp)}(\alpha)$  имеют вид:

$$\begin{aligned} \gamma_{\perp}(0,1) &= -\gamma_{\perp}(-1,0) = \sqrt{2} \sin \varphi, \quad \gamma_{\perp}(1,0) = \gamma_{\perp}(0,-1) = \sqrt{2} \cos \varphi, \\ \gamma_{\parallel}(1,-1) &= \gamma_{\parallel}(-1,1) = -\sin 2\varphi. \end{aligned} \quad (3.30)$$

В случае, когда волновой вектор  $\vec{k} \parallel OX$ , отличными от нуля компонентами вектора поляризации фононов являются  $e_i^x$ ,  $e_i^z$ , а отличные от нуля ам-

плитуды трансформаций, которые понадобятся нам для дальнейших вычислений, имеют вид:

$$T_n^{01}(k, t) = T_n^{10}(k, t) = \frac{iv \exp(i\vec{k}\vec{n})}{4 \sqrt{m\omega_t(k)}} ke_i^z (\cos \varphi - \sin \varphi). \quad (3.31)$$

В рассматриваемом случае упругая и магнитная подсистемы активно взаимодействуют. Это следует из того, что амплитуды трансформаций и соответствующие им коэффициенты  $\gamma_{\perp}(\alpha)$  отличны от нуля.

Рассмотрим решения дисперсионного уравнения (3.13), с учетом сделанных выше пояснений, предполагая, что константа одноионной анизотропии мала, т.е. меньше величины магнитоупругого взаимодействия ( $\beta < v^2/E < A_0 \ll \Delta J_0$ ). Фактически, условие малости константы одноионной анизотропии означает, что  $\sin 2\varphi = \sqrt{\chi^2 - \bar{H}^2} / \chi \approx 0$ . В этом случае спектры квазифононов имеют вид:

$$\begin{aligned} \omega_1^2(k) &= \omega_t^2(k) \frac{E_{10} + \Delta J_k + V_k^{xx} + 4a_0}{E_{10} + \Delta J_k + V_k^{xx}}, \\ \omega_2(k) &= \omega_l(k). \end{aligned} \quad (3.32)$$

В выражении для  $\omega_1(k)$  мы воспользовались обозначениями для  $a_0$ , введенными выше в (3.24).

В длинноволновом пределе ( $\Delta \alpha k^2 + \Omega_0 k \ll 4a_0$ ) спектр  $t$ -поляризованных квазифононов (3.32) можно представить в виде:

$$\omega_1^2(k) = \omega_t^2(k) \frac{\Delta \alpha k^2 + \Omega_0 k + b_0 - 4a_0 - \beta/4}{\Delta \alpha k^2 + \Omega_0 k + b_0 - \beta/4}, \quad (3.33)$$

где  $b_0 = 3v^2/4E$ . Спектр продольно поляризованных квазифононов  $\omega_2(k)$  остается линейным по волновому вектору. Спектр квазимагнонов, в этой области параметров, имеет вид:

$$\varepsilon^2(k) = \left[ J_0(\Delta - 1) - \beta/4 + A_0 + b_0 - \Omega_0 k + \alpha k^2 \right] \left[ b_0 - \beta/4 + \Omega_0 k + \Delta \alpha k^2 \right]. \quad (3.34)$$

Спектр  $t$ -поляризованных квазифононов (3.33) при

$$\beta_2^* = v^2 (1 - 2\sigma) / E \quad (3.35)$$

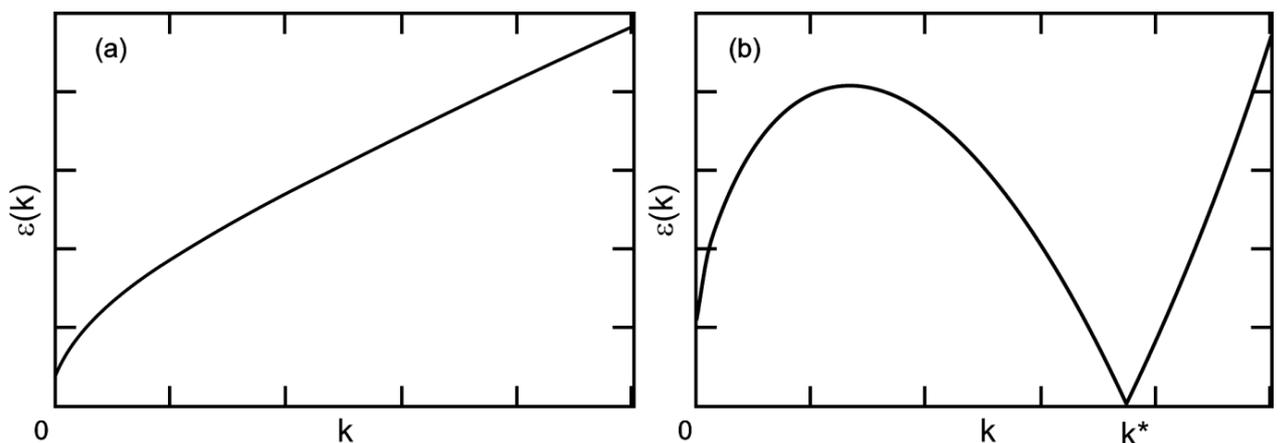
размягчается

$$\omega^2(k) = \omega_t^2(k) \frac{\Delta \alpha k^2 + \Omega_0 k}{4a_0}, \quad (3.36)$$

что соответствует точке фазового перехода. Данный фазовый переход является переходом типа «порядок-порядок», когда при малых значениях константы одноионной анизотропии ( $\beta < \beta_2^*$ ) система переходит из фазы «легкая ось в плоскости», в которой магнитоупругое взаимодействие играет роль одноосной анизотропии, в легкоплоскостную фазу, определяемую влиянием магнитодипольного взаимодействия. При этом в фазе «легкая ось в плоскости» обменная анизотропия выделяет легкую плоскость (плоскость XOZ), а легкой осью является ось OZ (см. (3.29)).

Как видно из рис. 3.1(a), при малых значениях константы одноионной анизотропии ( $\beta \sim \beta_2^*$ ), в спектре квазимагнонов (3.34) появляется магнитоупругая щель, усиленная обменной анизотропией:

$$\varepsilon^2(0) \approx 4a_0 [J_0(\Delta - 1) + A_0]. \quad (3.37)$$



**Рис. 3.1.** (а) Спектр квазимагнонов при  $\beta \sim \beta_2^*$ ; (б) Спектр квазимагнонов при  $\beta = \beta_3^*$ .

Увеличение легкоосной одноионной анизотропии ( $\beta > \beta_2^*$ ) приводит к тому, что система переходит в изотропное легкоплоскостное состояние, кото-

рое обеспечивается влиянием магнитодипольного взаимодействия. При этом магнитодипольное взаимодействие не влияет на поле перехода, а лишь перенормирует щель в спектре квазимагнонов. Этот результат вполне понятен, поскольку размагничивающее поле бесконечной пленки, намагниченной в плоскости равно нулю.

Дальнейшее увеличение константы легкоосной одноионной анизотропии приводит к необходимости учета  $\sin 2\varphi$ , которым мы могли пренебречь выше, пока  $\beta$  было меньше  $v^2/E$ :

$$\sin 2\varphi \approx \frac{\beta/4 - v^2(1 - 2\sigma)/(2E)}{\Delta J_0 + A_0/3}. \quad (3.38)$$

В этом случае спектры квазимагнонов и  $t$ -поляризованных квазифононов имеют вид:

$$\varepsilon^2(k) = \left[ E_{10} + (J_k + V_k^{yy})(1 - \sin 2\varphi) \right] \left[ E_{10} + (\Delta J_k + V_k^{xx})(1 + \sin 2\varphi) \right], \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} \omega^2(k) = \omega_t^2(k) & \left\{ E_{10} \left[ E_{10} + (\Delta J_k + V_k^{xx})(1 + \sin 2\varphi) \right] + \right. \\ & \left. + 4a_0 \left[ E_{10} + (\Delta J_k + V_k^{xx})(1 + \sin 2\varphi) \sin 2\varphi \right] \right\} \left\{ E_{10} \left[ E_{10} + (\Delta J_k + V_k^{xx})(1 + \sin 2\varphi) \right] \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Из анализа спектра квазимагнонов (3.39) следует, что увеличение константы легкоосной одноионной анизотропии приводит к возникновению пространственно-неоднородной (доменной) фазы [18]. С учетом выражения (3.38) спектр квазимагнонов (3.39) принимает вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon^2(k) = & \left[ J(\Delta - 1) - \beta/2 + A_0 + v^2(5 - 4\sigma)/(4E) - \Omega_0 k + \alpha k^2 \right] \times \\ & \times \left[ v^2(1 + 4\sigma)/(4E) + \Omega_0 k + \Delta \alpha k^2 \right], \end{aligned} \quad (3.41)$$

а спектр квазифононов (3.40) становится линейным по волновому вектору.

Как видно из выражения (3.41), спектр квазимагнонов имеет минимум не при  $k = 0$ , а при  $k^* = \Omega_0/2\alpha$ . Т.е. с увеличением константы  $\beta$ , спектр квазимагнонов (3.41) деформируется, что схематично показано на рис. 3.1(б). При  $k = k^*$  щель в спектре квазимагнонов имеет вид:

$$\varepsilon^2(k^*) = \left[ J_0(\Delta - 1) + A_0 + \frac{v^2(5 - 4\sigma)}{4E} - \frac{\beta}{2} - \frac{\Omega_0^2}{4\alpha} \right] \left[ \frac{v^2(1 + 4\sigma)}{4E} + \Delta \frac{\Omega_0^2}{4\alpha} + \frac{\Omega_0^2}{2\alpha} \right], \quad (3.42)$$

откуда следует, что при  $\beta_3^* = 2J_0(\Delta - 1) + 2A_0 + \frac{v^2(5 - 4\sigma)}{2E} - \frac{\Omega_0^2}{2\alpha}$  система переходит в доменную фазу. Этот результат можно объяснить следующим образом. При достаточно большой одноионной анизотропии ( $\beta > \beta_3^*$ ) возникает ненулевая компонента намагниченности, перпендикулярная плоскости пленки, и, как следствие, ненулевое размагничивающее поле, наличие которого делает энергетически выгодным пространственно-неоднородное состояние. Период доменной структуры пропорционален  $\frac{1}{k^*} = \frac{2\alpha}{\Omega_0}$ . Увеличение константы одноионной анизотропии приводит к тому, что система переходит в легкоосную фазу при  $\beta = \beta_1^*$ , величина которой определяется формулой (3.16).

На рис. 3.2 схематично представлена фазовая диаграмма исследуемой системы для случая «плоской» упругой подсистемы.



**Рис. 3.2.** Фазовая диаграмма ультратонкой магнитной пленки с конкурирующими одноионной и обменной анизотропиями и «плоским» магнитоупругим взаимодействием.

Теперь рассмотрим случай «объемной» упругой подсистемы. Как и в случае «плоской» упругой подсистемы, геометрия задачи остается прежней. Гамильтониан системы можно представить в виде:

$$\begin{aligned}
\mathcal{H} = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} J_{nn'} \left[ S_n^y S_{n'}^y + \Delta (S_n^x S_{n'}^x + S_n^z S_{n'}^z) \right] - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} V_{nn'}^{ij} S_n^i S_{n'}^j - \frac{\beta}{2} \sum_n (S_n^y)^2 + \\
& + \nu \sum_n \left[ u_{xx}(n) (S_n^x)^2 + u_{yy}(n) (S_n^y)^2 + u_{zz}(n) (S_n^z)^2 + u_{xy}(n) (S_n^x S_n^y + S_n^z S_n^y) + \right. \\
& + u_{xz}(n) (S_n^x S_n^z + S_n^z S_n^x) + u_{yz}(n) (S_n^y S_n^z + S_n^z S_n^y) \left. \right] + \frac{E}{2(1-\sigma^2)} \sum_n \left[ u_{xx}^2(n) + \right. \\
& + u_{yy}^2(n) + u_{zz}^2(n) + 2\sigma (u_{xx}(n) u_{yy}(n) + u_{xx}(n) u_{zz}(n) + u_{yy}(n) u_{zz}(n)) + \\
& \left. + 2(1-\sigma) (u_{xy}^2(n) + u_{xz}^2(n) + u_{yz}^2(n)) \right]. \quad (3.43)
\end{aligned}$$

Энергетические уровни магнитного иона определяются выражениями

$$E_{\pm 1} = -\frac{\beta}{4} + \frac{\nu}{2} (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)} + 2u_{zz}^{(0)}) \mp \chi, \quad E_0 = -\frac{\beta}{2} + \nu (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}), \quad (3.44)$$

где  $\chi^2 = \bar{H}^2 + \left[ \frac{\beta}{4} + \nu (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)} - 2iu_{xy}^{(0)}) \right]^2$ . Спонтанные деформации имеют следующий вид:

$$u_{xx}^{(0)} = u_{yy}^{(0)} = -\frac{\nu(1-3\sigma)}{2E}, \quad u_{zz}^{(0)} = -\frac{\nu(1-\sigma)}{E}, \quad u_{xy}^{(0)} = 0. \quad (3.45)$$

Собственные функции одноузельного гамильтониана определяются формулами

$$(3.7), \text{ при этом, } \sin 2\varphi \approx \frac{\beta/4}{J_0 + V_0^{zz}}.$$

Спектры  $l$ -,  $\tau$ - и  $t$ -поляризованных фононов с магнитной подсистемой не взаимодействуют, а спектр квазимагнонов в данном случае имеет вид:

$$\varepsilon^2(k) = \left[ J_0(\Delta - 1) - \frac{\beta}{2} + A_0 + 4a_0 - \Omega_0 k + \alpha k^2 \right] \left[ 4a_0 + \Omega_0 k + \Delta \alpha k^2 \right]. \quad (3.46)$$

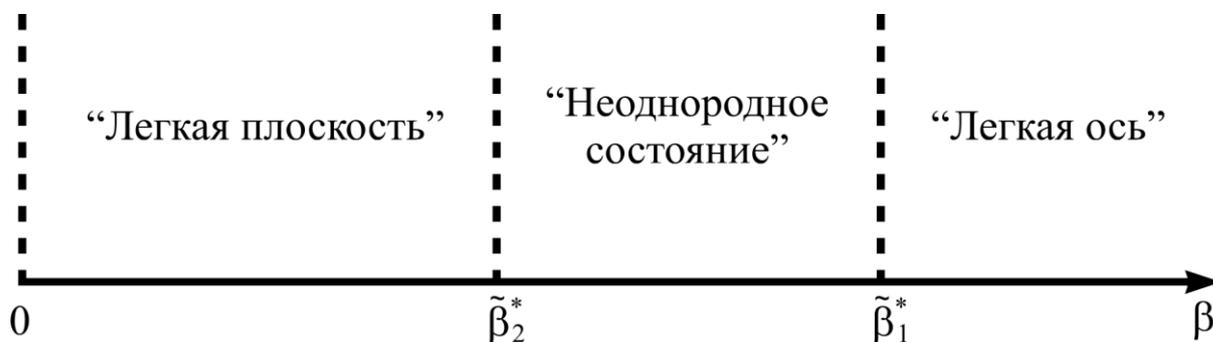
Как видно из выражения (3.46), спектр квазимагнонов имеет минимум не при  $k = 0$ , а при  $k^* = \frac{\Omega_0}{2\alpha}$ . Т.е. с увеличением константы  $\beta$ , спектр квазимагнонов

(3.46) деформируется, что схематично показано на рис. 3.1(б). При  $k = k^*$  спектр квазимагнонов имеет вид:

$$\varepsilon^2(k^*) = \left[ J_0(\Delta - 1) - \frac{\beta}{2} + A_0 + 4a_0 - \frac{\Omega_0^2}{4\alpha} \right] \left[ 4a_0 + \frac{\Omega_0^2(2 + \Delta)}{4\alpha} \right], \quad (3.47)$$

откуда следует, что при  $\tilde{\beta}_2^* = 2J_0(\Delta - 1) + 2A_0 + 8a_0 - \frac{\Omega_0^2}{2\alpha}$  система переходит в доменную фазу. Следует отметить, что в случае «объемного» упругого взаимодействия не реализуется легкоосная фаза в плоскости пленки, как в случае «плоского» упругого взаимодействия. Более того, взаимодействие упругой и магнитной подсистем сводится лишь к статической перенормировке магнетонной щели, а фононные спектры остаются линейными по волновому вектору. Кроме того, как в случае «плоского», так и в случае «объемного» упругого взаимодействия, фазовый переход из легкоплоскостной фазы в доменную происходит по магнетонной ветви возбуждений. Это связано с тем, что формирование неоднородной по распределению намагниченности фазы связано, конечно же, с магнетонной подсистемой (поведение которой определяется магнетонными спектрами) и определяется влиянием магнитодипольного взаимодействия.

На рис. 3.3 схематично показана фазовая диаграмма исследуемой системы для случая «объемной» упругой подсистемы.



**Рис. 3.3.** Фазовая диаграмма ультратонкой магнитной пленки с конкурирующими одноионной и обменной анизотропиями и «объемным» магнитоупругим взаимодействием.

## 3.2. Фазовые состояния и фазовые переходы в негейзенберговском ферромагнетике с изингоподобным обменным взаимодействием

### 3.2.1. Спектры элементарных возбуждений и анализ плотности свободной энергии

В этом разделе мы рассмотрим модифицированную модель Блюма-Эмери-Грифитса [85] с анизотропными обменными взаимодействиями. Рассматриваемая модель представляет собой магнитоупорядоченную систему со спином магнитного иона 1. Такой выбор величины спина обусловлен тем, что это минимальное значение спина, при котором в системе может реализовываться как биквадратичное обменное взаимодействие, так и одноионная анизотропия. В данном случае мы рассматриваем ферромагнетик, обладающий легкоплоскостной одноионной анизотропией с базисной плоскостью ХОУ. Билинейное и биквадратичное обменные взаимодействия являются анизотропными, причем параметр обменной анизотропии  $0 \leq \Delta \leq 1$ . При  $\Delta = 1$  обменные взаимодействия становятся изотропными, а при  $\Delta = 0$  система становится изинговской. Гамильтониан такой системы можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} J_{nn'} \left[ \Delta (S_n^x S_{n'}^x + S_n^y S_{n'}^y) + S_n^z S_{n'}^z \right] - \\ & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} K_{nn'} \left[ \Delta (S_n^x S_{n'}^x + S_n^y S_{n'}^y) + S_n^z S_{n'}^z \right]^2 + \frac{\beta}{2} \sum_n (S_n^z)^2, \end{aligned} \quad (3.48)$$

где  $J > 0$ ,  $K > 0$  и  $\beta > 0$ .

Необходимо отметить, что в работе [188] исследовалась магнитоупорядоченная система, описываемая гамильтонианом (3.48). Однако, как нам кажется, некоторые результаты [188] противоречат известным предельным случаям, а новые результаты не совсем очевидны. Также отметим, что рассматриваемая система с  $\Delta = 1$  уже исследовалась, например, в работе [189]. Это позволяет провести сравнение полученных результатов с известными предельными случаями.

Для адекватного описания исследуемой системы воспользуемся методом операторов Хаббарда [142,146]. Для этого, прежде всего, в слагаемом, описывающем биквадратичное взаимодействие, выделим билинейную по спиновым операторам часть. В связи с тем, что обменное взаимодействие в рассматриваемой системе является анизотропным (и нарушается вращательная инвариантность), данная процедура требует некоторого уточнения. Стандартно [66], выделение билинейной части проводится с помощью операторов Стивенса, которые являются генераторами группы  $SO(n)$ . В рассматриваемом случае некоторые из операторов Стивенса ( $O_2^0, O_2^{zi}, i = x, y$ ) не будут являться генераторами группы вращений. Поэтому для выделения билинейного слагаемого мы перейдем к «новым» спиновым операторам<sup>1</sup>:

$$\tilde{S}^x = \sqrt{\Delta} S^x, \quad \tilde{S}^y = \sqrt{\Delta} S^y, \quad \tilde{S}^z = S^z, \quad (\tilde{S}^x)^2 + (\tilde{S}^y)^2 + (\tilde{S}^z)^2 = M^2, \quad (3.49)$$

в которых все операторы Стивенса являются генераторами группы вращений. В результате, гамильтониан (3.48) примет вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} \left[ \left( J_{nn'} - \frac{K_{nn'}}{2} \right) (\tilde{S}_n^x \tilde{S}_{n'}^x + \tilde{S}_n^y \tilde{S}_{n'}^y) + \left( J_{nn'} - \frac{\Delta^2}{2} K_{nn'} \right) \tilde{S}_n^z \tilde{S}_{n'}^z \right] - \\ & -\frac{1}{4} \sum_{n,n'} K_{nn'} \left( \frac{1}{3} \tilde{O}_{2n}^0 \tilde{O}_{2n'}^0 + \sum_{\substack{p=2,xy, \\ xz,yz}} \tilde{O}_{2n}^p \tilde{O}_{2n'}^p \right) - \frac{1}{6} \sum_{n,n'} K_{nn'} M_n^2 M_{n'}^2 + \frac{\beta}{2} \sum_n (\tilde{S}_n^z)^2 \end{aligned} \quad (3.50)$$

где  $\tilde{O}_2^0 = 3(\tilde{S}^z)^2 - M^2$ ,  $\tilde{O}_2^2 = (\tilde{S}^x)^2 - (\tilde{S}^y)^2$ ,  $\tilde{O}_2^{ij} = [\tilde{S}^i, \tilde{S}^j]_+$  ( $i \neq j = x, y, z$ ) – «новые» операторы Стивенса.

Необходимо отметить, что при использовании стандартной (немодифицированной) процедуры выделения билинейного слагаемого появляется оператор вида  $\Delta^2 K_0 \sum_n (S_n^z)^2$ , который соответствует оператору одноосной одноионной анизотропии [38]. Как нам кажется, появление такого рода слагаемых из обменного гамильтониана связано с формальным применением операторов

<sup>1</sup> Выражения (3.49) были получены Космачевым О.А. в работе [132].

Стивенса. Использование «модифицированных» операторов, как видно из гамильтониана (3.50), устраняет это недоразумение.

В зависимости от соотношения материальных констант система может находиться в различных фазовых состояниях. Например, намагниченность системы может быть ориентирована либо перпендикулярно базисной плоскости, либо – в базисной плоскости. Также система может находиться в одной из квадрупольных фаз с намагниченностью равной нулю (КУ-фазы) [66,190], либо в промежуточном состоянии – квадрупольно-ферромагнитной фазе (КФМ-фаза). Нашей задачей является определение условий реализации этих фазовых состояний.

Предположим, что материальные параметры системы таковы, что исследуемая система находится в ферромагнитной фазе, и намагниченность перпендикулярна базисной плоскости ХОУ. В дальнейшем будем обозначать эту фазу – ФМ<sub>z</sub>-фаза.

Выделяя в обменной части гамильтониана (3.53) среднее поле, пропорциональное  $\langle \tilde{S}^z \rangle$  и дополнительные поля, связанные с тензорными параметрами порядка, получим одноузельный гамильтониан системы:

$$\mathcal{H}_0(n) = \varepsilon_0^z - \bar{H}_z \tilde{S}_n^z - B_2^0 \tilde{O}_{2n}^0 - B_2^2 \tilde{O}_{2n}^2 - B_2^m M_n^2 + (\beta/2) (\tilde{S}_n^z)^2, \quad (3.51)$$

$$\text{где} \quad \varepsilon_0^z = (J_0 - \Delta^2 K_0/2) \langle \tilde{S}^z \rangle^2 / 2 + K_0 \left[ (\tilde{q}_2^0)^2 + 3(\tilde{q}_2^2)^2 + 2m^2 \right] / 12; \quad \tilde{q}_2^0 = \langle \tilde{O}_2^0 \rangle,$$

$$\tilde{q}_2^2 = \langle \tilde{O}_2^2 \rangle; \quad \bar{H}_z = (J_0 - \Delta^2 K_0/2) \langle \tilde{S}^z \rangle; \quad B_2^0 = K_0 \tilde{q}_2^0 / 6; \quad B_2^2 = K_0 \tilde{q}_2^2 / 2; \quad B_2^m = K_0 m / 3.$$

Как видно из гамильтониана (3.51), биквадратичное обменное взаимодействие приводит к перенормировке одноионной анизотропии. Возникновение такой эффективной анизотропии связано исключительно с влиянием биквадратичного обменного взаимодействия, а ее величина существенно зависит от величины параметра обменной анизотропии  $\Delta$ . Этот результат совпадает с результатами других работ [54,66,189].

На базисе собственных векторов оператора  $\tilde{S}^z$  ( $|1\rangle$ ,  $|0\rangle$  и  $|-1\rangle$ ) построим операторы Хаббарда [142,146]. Энергетические уровни магнитного иона определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} E_{\pm 1} &= \varepsilon_0^z + \beta/2 - (2 - \Delta)B_2^0 - (1 + \Delta)B_2^m \mp (\bar{H}_z \cos 2\varphi + \Delta B_2^2 \sin 2\varphi), \\ E_0 &= \varepsilon_0^z + 2\Delta(B_2^0 - B_2^m), \quad \bar{H}_z \sin 2\varphi = \Delta B_2^2 \cos 2\varphi. \end{aligned} \quad (3.52)$$

Собственные функции одноузельного гамильтониана имеют вид (3.7). Связь спиновых операторов с операторами Хаббарда имеет вид (2.129). Используя выражения (2.129) и учитывая, что при низких температурах нижайшим энергетическим уровнем является  $E_1$ , найдем параметры порядка в ФМ<sub>z</sub>-фазе:

$$\langle \tilde{S}^z \rangle = \cos 2\varphi, \quad \tilde{q}_2^0 = 2 - \Delta, \quad \tilde{q}_2^2 = \Delta \sin 2\varphi, \quad m = 1 + \Delta. \quad (3.53)$$

Параметры порядка (3.53) определяют не чистую ФМ<sub>z</sub>-фазу, а смешанное квадрупольно-ферромагнитное состояние, поскольку  $\langle \tilde{S}^z \rangle = \cos 2\varphi$  может быть меньше единицы, а  $\tilde{q}_2^2 \neq 0$ . Однако, можно показать (см. ниже анализ плотности свободной энергии), что, если намагниченность системы ориентирована вдоль оси OZ, то параметры порядка (3.53) принимают следующий вид:  $\langle \tilde{S}^z \rangle = 1$ ,  $\tilde{q}_2^0 = 2 - \Delta$ ,  $\tilde{q}_2^2 = 0$ ,  $m = 1 + \Delta$ , т.е. в системе реализуется чистая ФМ<sub>z</sub>-фаза.

Как и в предыдущем разделе, дисперсионное уравнение, определяющее спектры элементарных возбуждений, имеет вид (3.13), однако теперь учет биквадратичного обменного взаимодействия приводит к следующим изменениям в обозначениях:

$\vec{B}(\alpha) = (\gamma_{\parallel}(\alpha) \quad \gamma_{\perp}(\alpha) \quad \gamma_{\perp}^*(-\alpha) \quad \gamma_2^{\parallel}(\alpha) \quad \gamma_2^{\perp}(\alpha) \quad \gamma_2^{\perp*}(-\alpha) \quad \gamma_3^{\perp}(\alpha) \quad \gamma_3^{\perp*}(-\alpha))$  – восьмимерный вектор;  $\hat{A}_{m'}$  – матрица, распадающаяся на прямую сумму двух матриц,  $\hat{A}_{m'} = \hat{A}_{m'}^{(3)} \oplus \hat{A}_{m'}^{(5)}$ , где

$$\hat{A}_{m'm'}^{(3)} = \left[ J_{m'm'} - \frac{K_{m'm'}}{2} \right] \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{A}_{m'm'}^{(5)} = \frac{K_{m'm'}}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.54)$$

Решения дисперсионного уравнения в ФМ<sub>z</sub>-фазе определяют спектры элементарных возбуждений:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1(k) &= (1-\Delta)J_0 + (1-\Delta^2)K_0 - \beta/2 + \Delta\alpha k^2, \\ \varepsilon_2(k) &= 2(J_0 - \Delta^2 K_0) + \Delta^2 \gamma k^2. \end{aligned} \quad (3.55)$$

где  $\alpha = J_0 R_0^2$  и  $\gamma = J_0 \tilde{R}_0^2$ ,  $R_0$  и  $\tilde{R}_0$  – радиусы билинейного и биквадратичного обменов, соответственно.

Из спектров элементарных возбуждений (3.55) следует, что ФМ<sub>z</sub>-фаза не реализуется в системах с легкоплоскостной анизотропией (когда  $\beta > 0$ ) при  $\Delta = 1$ , т.к. спектр  $\varepsilon_1(k)$  становится нефизичным. Это совпадает с результатами исследования плотности свободной энергии (см. ниже) и результатами работы [189], и это очевидно, поскольку в случае изотропного по обменным взаимодействиям магнетика не может возникнуть ФМ<sub>z</sub>-фаза. Кроме того, для изинговского ферромагнетика ( $\Delta = 0$ ) спектры магнонов становятся бездисперсионными, что также не является неожиданностью, поскольку в модели Изинга флуктуации магнитного момента малы.

Для произвольного значения  $\Delta < 1$  ФМ<sub>z</sub>-фаза может быть неустойчивой, т.е. в исследуемой системе возможны фазовые переходы по константе одноионной анизотропии  $\beta$ . При этом, низкочастотная ветвь  $\varepsilon_1(k)$  является мягкой магнонной модой, т.к. щель в этом спектре обращается в ноль при

$$\beta_1^* = 2(1-\Delta)J_0 + 2(1-\Delta^2)K_0. \quad (3.56)$$

Последнее уравнение определяет линию абсолютной неустойчивости ФМ<sub>z</sub>-фазы: если  $\beta < \beta_1^*$ , то в системе устойчива ФМ<sub>z</sub>-фаза; если  $\beta > \beta_1^*$ , то ФМ<sub>z</sub>-фаза становится неустойчивой.

Выше мы рассмотрели случай, когда легкоплоскостная анизотропия мала по сравнению с обменными взаимодействиями. Теперь рассмотрим случай большой легкоплоскостной одноионной анизотропии ( $\beta > J_0, K_0$ ). В этом случае, можно предположить, что в системе реализуется фаза с намагниченностью, ориентированной в базисной плоскости. Рассмотрим более подробно возможность реализации этой фазы.

Предположим, что магнитный момент ориентирован вдоль оси ОХ. Выделяя в обменной части гамильтониана (3.50) среднее поле пропорциональное  $\langle \tilde{S}^x \rangle$  и дополнительные поля, связанные с тензорными параметрами порядка, получим одноузельный гамильтониан:

$$\mathcal{H}_0(n) = \varepsilon_0^x - \bar{H}_x \tilde{S}_n^x - B_2^0 \tilde{O}_{2n}^0 - B_2^2 \tilde{O}_{2n}^2 - B_2^m M_n^2 + (\beta/2) (\tilde{S}_n^z)^2, \quad (3.57)$$

$$\text{где } \varepsilon_0^x = \frac{1}{2} \left( J_0 - \frac{K_0}{2} \right) \langle \tilde{S}^x \rangle^2 + \frac{K_0}{12} \left[ (\tilde{q}_2^0)^2 + 3(\tilde{q}_2^2)^2 + 2m^2 \right]; \quad \bar{H}_x = \left( J_0 - \frac{K_0}{2} \right) \langle \tilde{S}^x \rangle.$$

В данном случае удобно строить операторы Хаббарда на базисе собственных векторов оператора  $\tilde{S}^x$ , которые можно представить в виде разложения по базису оператора  $S^z$  ( $| -1 \rangle, | 0 \rangle, | 1 \rangle$ ):

$$|\pm \tilde{1}\rangle = \frac{1}{2} |1\rangle \pm \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{2} |-1\rangle, \quad |\tilde{0}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle - |-1\rangle). \quad (3.58)$$

Энергетические уровни магнитного иона в данном случае имеют вид:

$$\begin{aligned} E_{\pm 1} &= \varepsilon_0^x + \frac{\beta}{4} - \frac{2-3\Delta}{2} B_2^0 - \frac{\Delta}{2} B_2^2 - \frac{1+3\Delta}{2} B_2^m \mp \left[ \sqrt{\Delta} \bar{H}_x \cos 2\varphi - \right. \\ &\quad \left. - \left( \frac{2+\Delta}{2} B_2^2 + \frac{\Delta}{2} B_2^2 + \frac{1-\Delta}{2} B_2^m - \frac{\beta}{4} \right) \sin 2\varphi \right], \\ E_0 &= \varepsilon_0^x + \frac{\beta}{2} - (2-\Delta) B_2^0 + \Delta B_2^2 - (1+\Delta) B_2^m, \\ \sqrt{\Delta} \bar{H}_x \sin 2\varphi &= \left( \frac{2+\Delta}{2} B_2^2 + \frac{\Delta}{2} B_2^2 + \frac{1-\Delta}{2} B_2^m - \frac{\beta}{4} \right) \cos 2\varphi, \end{aligned} \quad (3.59)$$

а собственные функции гамильтониана (3.57) имеют вид (3.7) с заменой  $|i\rangle$  на  $|\tilde{i}\rangle$  ( $i = -1, 0, 1$ ). Спиновые операторы связаны с операторами Хаббарда следующим образом<sup>2</sup>:

$$\begin{aligned}\tilde{S}^z &= \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right)(X^{-10} + X^{0-1}) + \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right)(X^{01} + X^{10}), \\ S^+ &= \sin 2\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right)(X^{11} - X^{-1-1}) + \cos 2\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right)(X^{1-1} + X^{-11}) + \\ &+ \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right)(X^{01} - X^{10}) + \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right)(X^{-10} - X^{0-1}), \quad S^- = (S^+)^+.\end{aligned}\quad (3.60)$$

Как видно из (3.59), при низких температурах нижайшим энергетическим уровнем является  $E_1$ . Тогда параметры порядка в рассматриваемой фазе имеют вид:

$$\begin{aligned}\langle \tilde{S}^x \rangle &= \sqrt{\Delta} \cos 2\varphi, \quad \tilde{q}_2^2 = \frac{\Delta}{2}(1 + \sin 2\varphi), \\ \tilde{q}_2^0 &= 1 + \sin 2\varphi - \frac{\Delta}{2}(3 - \sin 2\varphi), \quad m = \frac{1 + \sin 2\varphi}{2} + \frac{\Delta}{2}(3 - \sin 2\varphi).\end{aligned}\quad (3.61)$$

Анализ плотности свободной энергии показывает, что в данном случае  $\langle \tilde{S}^x \rangle < 1$ , т.е. в системе реализуется смешанное квадрупольно-ферромагнитное состояние. Поэтому в дальнейшем мы будем обозначать эту фазу – КФМ<sub>x</sub>-фаза.

Решения дисперсионного уравнения (3.13) в КФМ<sub>x</sub>-фазе имеют вид:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1^2(k) &= \left[ E_{10} + \Delta \left( J_k - \frac{1-\Delta}{2} K_k \right) - \Delta \left( J_k - \frac{1+\Delta}{2} K_k \right) \sin 2\varphi \right] \times \\ &\times \left[ E_{10} + J_k + \frac{\Delta(1-\Delta)}{2} K_k + \left( J_k - \frac{\Delta(1+\Delta)}{2} K_k \right) \sin 2\varphi \right], \\ \varepsilon_2^2(k) &= (E_{-1} + \Delta K_k) \left[ E_{-1} + \frac{1+\Delta^2}{2} K_k + \left( 2\Delta J_k - \frac{(1-\Delta)^2}{2} K_k \right) \sin^2 2\varphi \right],\end{aligned}\quad (3.62)$$

где  $E_{ij} = E_i - E_j$  ( $i, j = 0, \pm 1$ ), и  $E_i$  определяются выражениями (3.59).

<sup>2</sup> Выражения (3.60) были получены Космачевым О.А. в работе [132].

Спектры магнонов (3.62) обращаются в ноль в случае изинговского ферромагнетика, т.е. КФМ<sub>x</sub>-фаза не реализуется при  $\Delta = 0$ . Этот результат также подтверждается анализом плотности свободной энергии в КФМ<sub>x</sub>-фаза. Если  $\Delta \neq 0$ , то мягкой модой является  $\varepsilon_2(k)$ , причем щель в этом спектре обращается в ноль при

$$\beta_2^* = 4\Delta J_0 - 2\Delta(1 + \Delta)K_0. \quad (3.63)$$

Т.к. мягкой модой в КФМ<sub>x</sub>-фаза является спектр высокочастотных магнонов  $\varepsilon_2(k)$ , то фазовый переход из КФМ<sub>x</sub>-фазы не ориентационный, а происходит в результате квантового сокращения модуля намагниченности. Уравнение (3.63) определяет линию абсолютной неустойчивости КФМ<sub>x</sub>-фазы: если  $\beta < \beta_2^*$ , то КФМ<sub>x</sub>-фаза устойчива; если  $\beta > \beta_2^*$ , то КФМ<sub>x</sub>-фаза неустойчива.

Как известно [54], в квадрупольной фазе намагниченность системы равна нулю, т.е.  $\langle \tilde{S}^x \rangle = 0$ , но квадрупольные параметры порядка  $\tilde{q}_2^0$ ,  $\tilde{q}_2^2$  и  $m$  отличны от нуля. Таким решениям удовлетворяют следующие значения параметра унитарного преобразования  $\varphi$ , которые в свою очередь определяются материальными константами рассматриваемой системы (см. (3.60)):

1.  $\varphi = \pi/4$ . При этом  $\langle \tilde{S}^x \rangle = 0$ ,  $\tilde{q}_2^0 = 2 - \Delta$ ,  $\tilde{q}_2^2 = \Delta$ ,  $m = 1 + \Delta$ . Мы будем обозначать эту фазу – КУ<sub>1</sub>-фаза.
2.  $\varphi = -\pi/4$ . В этом случае  $\langle \tilde{S}^x \rangle = 0$ ,  $\tilde{q}_2^0 = -2\Delta$ ,  $\tilde{q}_2^2 = 0$ ,  $m = 2\Delta$ . Эту фазу будем обозначать – КУ<sub>2</sub>-фаза.

Рассмотрим спектры элементарных возбуждений в квадрупольных фазах. Энергетический спектр магнитного иона в КУ<sub>1</sub>-фаза легко получить, подставив параметры порядка в этой фазе в выражения (3.59):

$$E_1 = \frac{\beta}{2} - \frac{1 + \Delta^2}{2} K_0, \quad E_0 = \frac{\beta}{2} - \frac{1 - \Delta^2}{2} K_0, \quad E_{-1} = \frac{1 - \Delta^2}{2} K_0. \quad (3.64)$$

В свою очередь, решения дисперсионного уравнения (3.13) в КУ<sub>1</sub>-фаза имеют вид:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1^2(k) &= \left[ (1-\Delta)K_0 - \frac{\beta}{2} + \Delta\gamma k^2 \right] \left[ (1+\Delta)K_0 - 2\Delta J_0 - \frac{\beta}{2} + \Delta(2\alpha - \gamma)k^2 \right], \\ \varepsilon_2^2(k) &= \Delta^2\gamma k^2 (2\Delta^2 K_0 - 2J_0 + 2\alpha k^2 - \Delta^2\gamma k^2).\end{aligned}\quad (3.65)$$

Как видно из выражения для  $\varepsilon_1(k)$ , щель в этом спектре может обратиться в ноль при

$$\beta_3^* = 2(1-\Delta)K_0. \quad (3.66)$$

Это выражение определяет линию неустойчивости КУ<sub>1</sub>-фазы. Если  $\beta < \beta_3^*$ , то КУ<sub>1</sub>-фаза устойчива; при  $\beta > \beta_3^*$  КУ<sub>1</sub>-фаза становится неустойчивой. Ветвь  $\varepsilon_2(k)$  является безактивационной. Как и прежде, спектры в КУ<sub>1</sub>-фазе становятся бездисперсионными при  $\Delta = 0$ .

Необходимо отметить, что для  $\Delta = 1$  КУ<sub>1</sub>-фаза может реализоваться только при  $\beta < 0$ . Этот результат совпадает с результатами работы [189].

В КУ<sub>2</sub>-фазе энергетические уровни магнитного иона имеют вид:

$$E_1 = \beta/2 - \Delta^2 K_0, \quad E_0 = -2\Delta^2 K_0, \quad E_{-1} = \beta/2 - \Delta^2 K_0. \quad (3.67)$$

Из (3.67) видно, что в КУ<sub>2</sub>-фазе происходит инверсия энергетических уровней, т.е. нижайшим уровнем является  $E_0$ . При этом происходит вырождение возбужденных энергетических уровней ( $E_1 = E_{-1}$ ), что приводит к совпадению спектров магнонов в КУ<sub>2</sub>-фазе:

$$\varepsilon_{1,2}^2(k) = \left( \frac{\beta}{2} - \Delta(1-\Delta)K_0 + \Delta\gamma k^2 \right) \left( \frac{\beta}{2} - 2\Delta J_0 + \Delta(1+\Delta)K_0 + \Delta(2\alpha - \gamma)k^2 \right). \quad (3.68)$$

Щель в спектре (3.68) обращается в ноль при

$$\beta_4^* = 4\Delta J_0 - 2\Delta(1+\Delta)K_0. \quad (3.69)$$

Выражение (3.69) определяет линию неустойчивости КУ<sub>2</sub>-фазы: если  $\beta > \beta_4^*$ , то КУ<sub>2</sub>-фаза устойчива; при  $\beta < \beta_4^*$  КУ<sub>2</sub>-фаза становится неустойчивой. Этот результат также согласуется с работой [189]. Кроме того, из (3.69) видно, что величина обменной анизотропии существенно влияет на область существования КУ<sub>2</sub>-фазы. Эта фаза реализуется лишь при условии:

$$\Delta < 2J_0/K_0 - 1. \quad (3.70)$$

Последнее условие определяет область значений  $\Delta$ , при которых  $\beta_4^* > 0$ . Из последнего неравенства в частности видно, что КУ<sub>2</sub>-фаза не реализуется при  $K_0 > 2J_0$ .

Спектры элементарных возбуждений позволяют определить либо линии устойчивости фаз (в случае фазовых переходов первого рода), либо линии фазовых переходов (для фазовых переходов второго рода). Определить тип фазового перехода можно, исследовав плотность свободной энергии системы.

Плотности свободных энергий в ФМ<sub>z</sub>-фазе и КФМ<sub>x</sub>-фазе при низких температурах, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} F_z &= \beta/2 - (1 + \Delta^2)K_0/2 - (J_0 - \Delta^2 K_0)\cos^2 2\varphi/2, \\ F_x &= \beta/4 - (1 + 5\Delta^2)K_0/8 - \Delta(J_0 - K_0/2)/2 + [\beta - (1 - \Delta^2)K_0]\sin 2\varphi/4 + \\ &+ [\Delta J_0 - (1 + \Delta)^2 K_0/4]\sin^2 2\varphi/2. \end{aligned} \quad (3.71)$$

Анализ первого соотношения (3.71) показывает, что если

$$J_0 - \Delta^2 K_0 > 0, \quad (3.72)$$

то устойчивой является ФМ<sub>z</sub>-фаза с параметрами порядка:  $\langle \tilde{S}^z \rangle = 1$ ,  $\tilde{q}_2^0 = 2 - \Delta$ ,  $\tilde{q}_2^2 = 0$ ,  $m = 1 + \Delta$ . В противном случае

$$J_0 - \Delta^2 K_0 < 0, \quad (3.73)$$

будет устойчива КУ<sub>1</sub>-фаза с параметрами порядка:  $\langle \tilde{S}^x \rangle = 0$ ,  $\tilde{q}_2^0 = 2 - \Delta$ ,  $\tilde{q}_2^2 = \Delta$ ,  $m = 1 + \Delta$ . Анализ второго соотношения (3.72) дает сразу два условия. Если

$$\Delta J_0 - (1 + \Delta)^2 / 4 > 0 \quad (3.74)$$

и

1.  $\sin^2 2\varphi < 1$ , то устойчивой фазой является смешанная КФМ<sub>x</sub>-фаза с параметрами порядка:  $\langle \tilde{S}^x \rangle = \sqrt{\Delta} \cos 2\varphi$ ,  $\tilde{q}_2^2 = \Delta(1 + \sin 2\varphi)/2$ ,  $\tilde{q}_2^0 = 1 + \sin 2\varphi - \Delta(3 - \sin 2\varphi)/2$ ,  $2m = 1 + \sin 2\varphi + \Delta(3 - \sin 2\varphi)$ .
2.  $\sin 2\varphi = \pm 1$ , то система переходит, соответственно, либо в КУ<sub>1</sub>-фазу с параметрами порядка  $\langle \tilde{S}^x \rangle = 0$ ,  $\tilde{q}_2^0 = 2 - \Delta$ ,  $\tilde{q}_2^2 = \Delta$ ,  $m = 1 + \Delta$ , либо в КУ<sub>2</sub>-

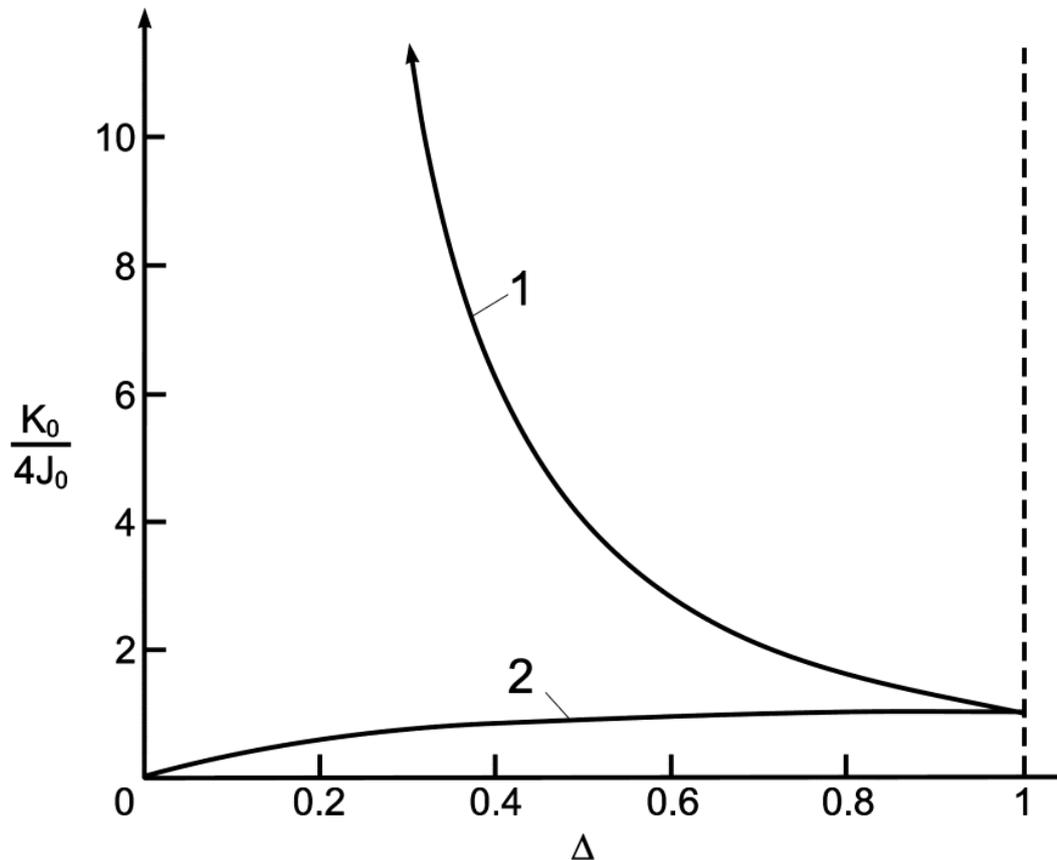
фазу ( $\langle \tilde{S}^x \rangle = 0$ ,  $\tilde{q}_2^0 = -2\Delta$ ,  $\tilde{q}_2^2 = 0$ ,  $m = 2\Delta$ ). Однако, как было сказано выше, КУ<sub>1</sub>-фаза устойчива, только при выполнении неравенства (3.73), которое противоречит (3.74). Поэтому КУ<sub>1</sub>-фаза является неустойчивой.

Если выполняется неравенство обратное (3.74),

$$\Delta J_0 - (1 + \Delta)^2 / 4 < 0, \quad (3.75)$$

то КФМ<sub>x</sub>-фаза неустойчива, и может реализоваться только КУ<sub>2</sub>-фаза.

Все перечисленные выше условия существования соответствующих фаз можно изобразить графически (см. рис. 3.4). Область над кривой 1 соответствует реализации КФМ<sub>x</sub>-фазы. В области под кривой 2 реализуется КУ<sub>2</sub>-фаза. Область между кривыми 1 и 2 занимает ФМ<sub>z</sub>-фаза.



**Рис. 3.4.** Области устойчивости фазовых состояний. Кривая 1 соответствует неравенствам (3.75)-(3.76); кривая 2 — неравенствам (3.77)-(3.78).

Рис. 3.4 позволяет определить, какие фазовые состояния могут реализоваться в двух предельных случаях:

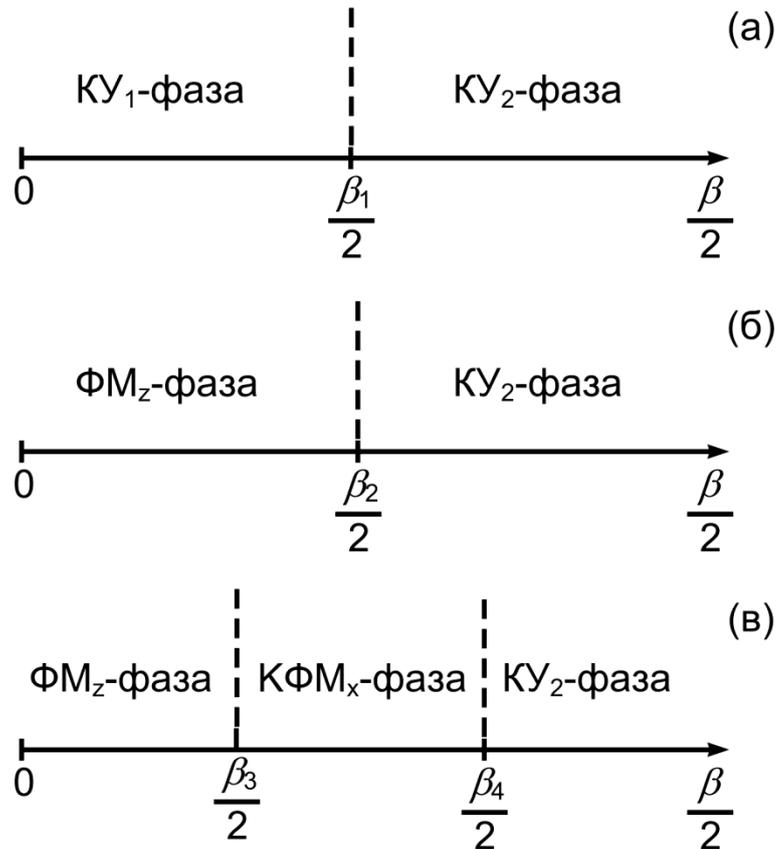
$\Delta = 0$  (изинговский ферромагнетик с биквадратичным обменом). Как видно из рис. 3.4, во всем интервале значений  $K_0/4J_0$  может реализоваться только ФМ<sub>z</sub>-фаза. КФМ<sub>x</sub>-фаза в этом случае не реализуется, что также подтверждается анализом спектров элементарных возбуждений.

$\Delta = 1$  (негейзенберговский ферромагнетик с изотропными обменными взаимодействиями) – могут реализоваться либо КФМ<sub>x</sub>-фаза, либо КУ<sub>2</sub>-фаза. Как видно из рис. 3.4, область между кривыми 1 и 2, соответствующая ФМ<sub>z</sub>-фазе, при  $\Delta = 1$  «схлопывается», что указывает на невозможность реализации этой фазы. Этот результат также подтверждается анализом спектров (3.55) в ФМ<sub>z</sub>-фазе и совпадает с результатами работы [189].

Линии фазовых переходов по  $\beta$  можно получить, исследовав неравенства (3.72)-(3.75). Для простоты рассмотрим области на рис. 3.4 по отдельности.

1.  $J_0 - \Delta^2 K_0 < 0$  (область над кривой 1). Анализ свободной энергии показывает: если  $\beta/2 < (1 - \Delta^2) K_0/2$ , то в системе реализуется КУ<sub>1</sub>-фаза. На линии фазового перехода  $\beta_1/2 = (1 - \Delta^2) K_0/2$  система переходит в КУ<sub>2</sub>-фазу. Фазовая диаграмма системы в этом случае показана на рис. 3.5(а).
2.  $\Delta J_0 - (1 + \Delta)^2/4 < 0$  и  $J_0 - \Delta^2 K_0 > 0$  (область между кривыми 1 и 2). При  $\beta/2 < [J_0 + (1 - 2\Delta^2) K_0]/2$  устойчива ФМ<sub>z</sub>-фаза. При увеличении константы одноионной анизотропии, когда  $\beta_2/2 = [J_0 + (1 - 2\Delta^2) K_0]/2$ , произойдет фазовый переход из ФМ<sub>z</sub>-фазы в КУ<sub>2</sub>-фазу. Фазовая диаграмма системы показана на рис. 3.5(б).
3.  $\Delta J_0 - (1 + \Delta)^2/4 > 0$  (область под кривой 2). Если  $\beta/2 < (1 + \Delta) K_0 - 2J_0 + 2\sqrt{(J_0 - \Delta^2 K_0)(2\Delta J_0 - (1 + \Delta)^2 K_0/2)}$ , то в системе реализуется ФМ<sub>z</sub>-фаза. При  $\beta_3/2 = (1 + \Delta) K_0 - 2J_0 + 2\sqrt{(J_0 - \Delta^2 K_0)(2\Delta J_0 - (1 + \Delta)^2 K_0/2)}$  происходит фазовый переход из ФМ<sub>z</sub>-фазы в КФМ<sub>x</sub>-фазу. Далее с ростом ани-

зотропии  $\beta$ , модуль намагниченности будет уменьшаться ( $\langle \tilde{S}^x \rangle \rightarrow 0$ ), и на линии  $\beta_4/2 = 2J_0 - \Delta(1 + \Delta)K_0$  произойдет фазовый переход из КФМ<sub>x</sub>-фазы в КУ<sub>2</sub>-фазу. Фазовая диаграмма системы показана на рис. 3.5(в).



**Рис. 3.5.** Фазовые диаграммы исследуемой системы для различных соотношению между обменными константами: (а) соответствует неравенству (3.73); (б) – системе неравенств (3.72) и (3.75); (в) – неравенству (3.74).

### 3.2.2. Влияние внешнего магнитного поля

Рассмотрим влияние внешнего магнитного поля перпендикулярного базисной плоскости рассматриваемой системы на фазовые состояния и поведение спектров элементарных возбуждений. Гамильтониан такой системы будет отличаться от гамильтониана (3.48) наличием слагаемого  $-H \sum_n S_n^z$ , где  $H$  – внешнее магнитное поле в энергетических единицах. Одноузельный гамильтониан в данном случае имеет вид (3.51), с учетом того, что в  $\bar{H}_z$  теперь входит еще и внешнее поле:  $\bar{H}_z = H + (J_0 - \Delta^2 K_0/2) \langle \tilde{S}^z \rangle$ .

Все рассуждения вплоть до получения дисперсионного уравнения (3.13) аналогичны подразделу 3.2.1, поэтому приведем выражения для магнонных спектров при  $H \neq 0$  и проанализируем их поведение для различных соотношений материальных констант. Решая дисперсионное уравнение (3.13) получим спектры магнонов в следующих фазовых состояниях:

**ФМ<sub>z</sub>-фаза:**

$$\varepsilon_1(k) = H + (1 - \Delta)J_0 + (1 - \Delta^2)K_0 - \beta/2 + \Delta\alpha k^2, \quad (3.76)$$

$$\varepsilon_2(k) = 2H + 2J_0 - \Delta^2 K_0 + \Delta^2 \gamma k^2. \quad (3.77)$$

**КФМ<sub>xz</sub>-фаза:**

$$\varepsilon_1^2(k) = \left( \Delta J_0 - K_0 + \frac{\beta}{2} - \Delta\alpha k^2 \right)^2 - \Delta^2 (J_0 - K_0)^2 \frac{(\Delta^2 K_0 - J_0)^2 - H^2}{(\Delta^2 K_0 - J_0)^2}, \quad (3.78)$$

$$\varepsilon_2^2(k) = \Delta^2 \gamma k^2 \left( 2 \frac{(\Delta^2 K_0 - J_0)^2 - H^2}{\Delta^2 K_0 - J_0} + \Delta^2 \gamma k^2 \right). \quad (3.79)$$

**КУ<sub>2</sub>-фаза:**

$$\varepsilon_{1,2}(k) = \left[ \beta/2 - \Delta(1 - \Delta)K_0 + \Delta\gamma k^2 \right]^{1/2} \times \left[ \Delta(1 + \Delta)K_0 - 2\Delta J_0 + \beta/2 + \Delta(2\alpha - \gamma)k^2 \right]^{1/2} \pm H. \quad (3.80)$$

Необходимо отметить, что КФМ<sub>x</sub>-фаза не реализуется, а вместо нее появляется КФМ<sub>xz</sub>-фаза, поскольку включение внешнего поля приводит к выходу намагниченности из базисной плоскости, т.е. у вектора намагниченности появляется поперечная  $z$ -компонента. При больших значениях  $K_0$  и малых  $H$  может реализоваться квадрупольно ферромагнитная КФМ<sub>z</sub>-фаза. Кроме того, в случае  $H \neq 0$ , может реализоваться только КУ<sub>2</sub>-фаза (КУ<sub>1</sub>-фаза в этом случае не реализуется).

Прежде чем исследовать случай произвольного параметра обменной анизотропии  $\Delta$ , рассмотрим более простые ситуации:  $\Delta = 1$ , так называемый обменно-изотропный случай, подробно рассмотренный, например, в [189-192], а также случай  $\Delta = 0$ , так называемый, изинговский случай.

Пусть  $\Delta = 1$ . При этом, рассмотрим отдельно два случая:  $J_0 > K_0$  и  $J_0 < K_0$ .

В случае  $J_0 > K_0$  в зависимости от величин одноионной анизотропии и внешнего поля могут реализоваться три фазовых состояния: ФМ<sub>z</sub>-фаза, КФМ<sub>xz</sub>-фаза ( $\langle \tilde{S}^z \rangle < 1$ , и вектор намагниченности ориентирован под углом  $\theta$  к оси OZ) и КУ<sub>2</sub>-фаза. В длинноволновом пределе ( $k \rightarrow 0$ ) щель в спектре (3.76) обращается в ноль на линии фазового перехода из ФМ<sub>z</sub>-фазы в КФМ<sub>xz</sub>-фазу:

$$H_{C_1}^{(1)} = \beta/2. \quad (3.81)$$

При этом спектр (3.77) остается щелевым. В КУ<sub>2</sub>-фазе щель в спектре (3.80) обращается в ноль на линии фазового перехода в КФМ<sub>xz</sub>-фазу:

$$H_{C_2}^{(1)} = \sqrt{\beta/2[\beta/2 - 2(J_0 - K_0)]}. \quad (3.82)$$

Фазовая диаграмма системы в этом случае показана на рис. 3.6(а).

Если  $J_0 < K_0$ , то угловая КФМ<sub>xz</sub>-фаза становится неустойчивой, и вместо нее реализуется КФМ<sub>z</sub>-фаза с  $\langle \tilde{S}^z \rangle < 1$  и вектором намагниченности, ориентированным вдоль оси OZ. Также устойчивыми будут ФМ<sub>z</sub>- и КУ<sub>2</sub>-фазы. Сравнивая плотности свободной энергии в соответствующих фазах, найдем линию фазового перехода КУ<sub>2</sub>-КФМ<sub>z</sub> фаза,

$$H_{C_1}^{(2)} = \sqrt{\beta(K_0 - J_0)}, \quad (3.83)$$

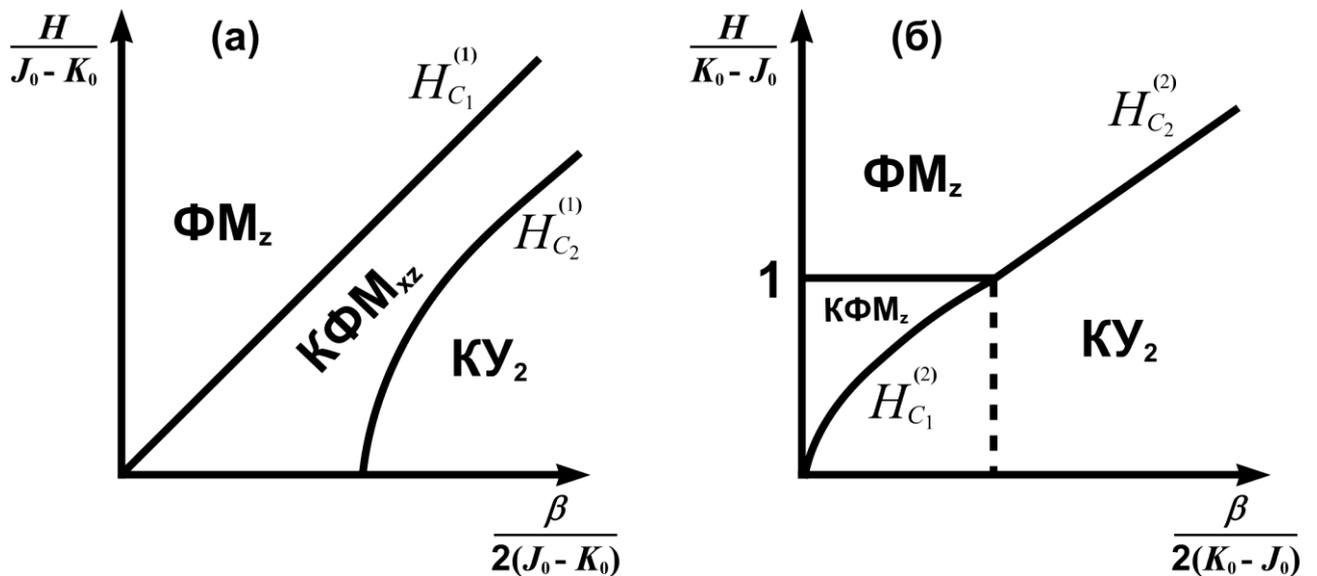
и линию фазового перехода КУ<sub>2</sub>-ФМ<sub>z</sub> фаза,

$$H_{C_2}^{(2)} = \beta/2 + (K_0 - J_0)/2. \quad (3.84)$$

Фазовый переход КФМ<sub>z</sub>-ФМ<sub>z</sub> фаза, происходящий при

$$H = K_0 - J_0, \quad (3.85)$$

является фазовым переходом второго рода, поскольку на этой линии щели в спектрах (3.77) и (3.78) обращаются в ноль, соответственно для ФМ<sub>z</sub>- и КФМ<sub>z</sub>-фаз, т.е. магنونные спектры (3.76) и (3.79) размягчаются на линии фазового перехода. Фазовая диаграмма системы в этом случае показана на рис. 3.6(б).



**Рис. 3.6.** Фазовая диаграмма обменно-изотропной системы ( $\Delta = 1$ ) во внешнем магнитном поле. (а) – случай  $J_0 > K_0$ ; (б) – случай  $J_0 < K_0$ .

Теперь рассмотрим случай  $\Delta = 0$ . Необходимо отметить, что угловая  $KFM_{xz}$ -фаза, в этом случае, будет неустойчива в поле при любом соотношении материальных констант. Устойчивыми остаются только  $FM_z$ - и  $KY_2$ -фазы. Фазовый переход между этими фазами будет первого рода, т.к. параметры порядка  $\langle \tilde{S}^z \rangle$  и  $\tilde{q}_0^2$  меняются скачком на линии фазового перехода. Линия фазового перехода, определенная из равенства свободных энергий:

$$H_c = (\beta - J_0)/2. \quad (3.86)$$

Линии неустойчивости фаз определяются из обращения в ноль щелей в соответствующих спектрах возбуждения:

$$\mathbf{FM}_z\text{-фаза: } H_{v_1} = \beta/2 - J_0 - K_0; \quad (3.87)$$

$$\mathbf{KY}_2\text{-фаза: } H_{v_2} = \beta/2. \quad (3.88)$$

Фазовая диаграмма для изинговского случая показана на рис. 3.7.

Перейдем к рассмотрению случая произвольного  $\Delta$  ( $0 < \Delta < 1$ ). В этом случае, как и в предыдущем подразделе, рассмотрим три области:

1.  $J_0 - \Delta^2 K_0 < 0$ ;
2.  $4\Delta J_0 - (1 + \Delta)^2 K_0 < 0$  и  $J_0 - \Delta^2 K_0 > 0$ ;

$$3. \quad 4\Delta J_0 - (1 + \Delta)^2 K_0 > 0.$$

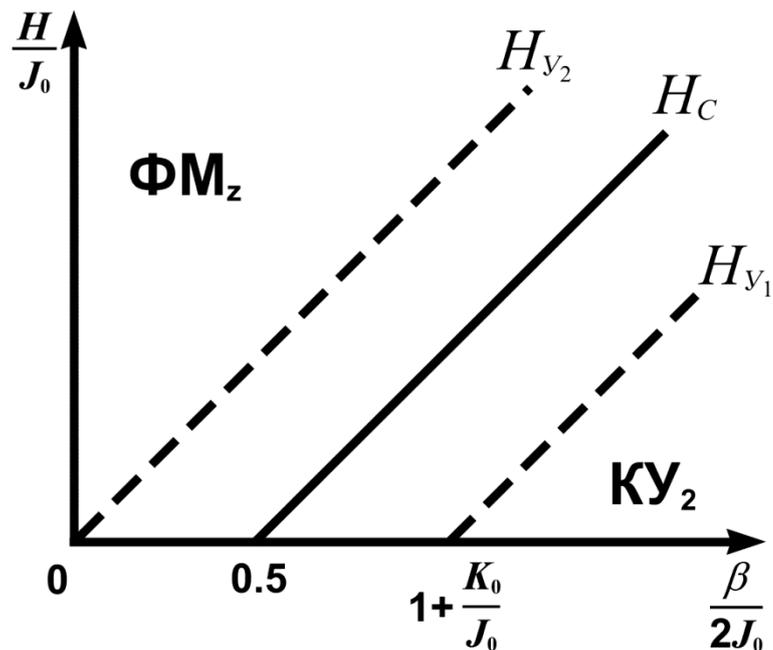


Рис. 3.7. Фазовая диаграмма изинговской системы ( $\Delta = 0$ ) во внешнем магнитном поле.

В первом случае могут реализоваться три фазы:  $\Phi M_z$ -фаза,  $KY_2$ -фаза и коллинеарная  $K\Phi M_z$ -фаза с  $\langle \tilde{S}^z \rangle < 1$ . При  $0 \leq H < H_{C_1} = \sqrt{(\Delta^2 K_0 - J_0)[\beta - (1 - \Delta^2)K_0]}$  система находится в  $KY_2$ -фазе. При  $H = H_{C_1}$  намагниченность принимает ненулевое значение, и система переходит в  $K\Phi M_z$ -фазу. При дальнейшем увеличении поля намагниченности растет и на линии фазового перехода в  $\Phi M_z$ -фазу,  $H_{C_2} = \Delta^2 K_0 - J_0$ , достигает насыщения.

При  $H = H_{C_1}$  щель в спектре (3.80), соответствующем  $KY_2$ -фазе, в ноль не обращается. Это происходит на линии потери устойчивости, определяемой обращением в ноль щели в спектре (3.79). При  $H = H_{C_2}$  щели в спектрах (3.77) и (3.78), соответствующих  $\Phi M_z$ -фазе и  $K\Phi M_z$ -фазе, обращаются в ноль. Выражения для линий устойчивости  $\Phi M_z$ -фазы и  $KY_2$ -фазы на границе фазовых переходов  $\Phi M_z$ - $KY_2$  и  $KY_2$ - $K\Phi M_z$  фазы имеют вид:

$$\Phi M_z\text{-}KY_2: \quad H_{y_1} = \beta/2 - (1 - \Delta)J_0 - (1 - \Delta^2)K_0, \quad (3.89)$$

$$\mathbf{КУ}_2\text{-}\mathbf{КФМ}_z: \quad H_{v_2} = \sqrt{\left[\beta/2 - \Delta(1-\Delta)K_0\right]\left[\Delta(1+\Delta)K_0 - 2\Delta J_0 + \beta/2\right]}. \quad (3.90)$$

Во втором случае могут реализоваться только  $\mathbf{ФМ}_z$ - и  $\mathbf{КУ}_2$ -фазы. Линия фазового перехода первого рода из  $\mathbf{КУ}_2$ -фазы в  $\mathbf{ФМ}_z$ -фазы определяется из равенства свободных энергий и имеет вид:

$$H_c = \left[\beta - J_0 - (1 - 2\Delta^2)K_0\right]/2. \quad (3.91)$$

В длинноволновом пределе ( $k \rightarrow 0$ ) щели в спектрах (3.76) и (3.80) обращаются в ноль на линиях потери устойчивости соответствующих фаз:

$$\mathbf{ФМ}_z\text{-фаза: } H_{v_1} = \beta/2 - (1-\Delta)J_0 - (1-\Delta^2)K_0, \quad (3.92)$$

$$\mathbf{КУ}_2\text{-фаза: } H_{v_2} = \sqrt{\left[\beta/2 - \Delta(1-\Delta)K_0\right]\left[\Delta(1+\Delta)K_0 - 2\Delta J_0 + \beta/2\right]}. \quad (3.93)$$

В третьем случае могут реализоваться три фазы:  $\mathbf{КУ}_2$ -,  $\mathbf{КФМ}_{xz}$ - и  $\mathbf{ФМ}_z$ -фаза. При уменьшении параметра  $\Delta$  от единицы, если остальные параметры системы остаются неизменными, происходит сужение области существования угловой  $\mathbf{КФМ}_{xz}$ -фазы. Это можно понять, не рассматривая систему в  $\mathbf{КФМ}_{xz}$ -состоянии, а рассматривая  $\mathbf{КФМ}_x$ -фазу, которая реализуется в этом случае в отсутствие внешнего поля. Параметр  $\Delta$ , при котором  $\mathbf{КФМ}_x$ -фаза «схлопывается», а, следовательно, не реализуется и  $\mathbf{КФМ}_{xz}$ -фаза, определяется уравнением

$$4\Delta J_0 - (1 + \Delta)^2 K_0 = 0. \quad (3.94)$$

Решая это уравнение относительно  $\Delta$ , найдем некоторое критическое  $\Delta_c$ ,

$$\Delta_c = 2J_0 \left(1 - \sqrt{1 - K_0/J_0}\right) / K_0 - 1, \quad (3.95)$$

ниже которого  $\mathbf{КФМ}_x$ -фаза неустойчива. Кроме того, анализ свободной энергии системы при  $H = 0$  и  $\Delta < 1$  показывает, что фазовый переход  $\mathbf{КФМ}_x$ - $\mathbf{ФМ}_z$ -фаза сопровождается резким поворотом вектора намагниченности, при этом модуль намагниченности скачком увеличивается до единицы. При фазовом переходе  $\mathbf{КФМ}_x$ - $\mathbf{КУ}_2$ -фаза скачка намагниченности нет: намагниченность уменьшается по мере приближения к точке фазового перехода в  $\mathbf{КУ}_2$ -фазу и на линии фазового перехода обращается в ноль. Тогда в случае  $H \neq 0$  можно предположить,

что фазовый переход ФМ<sub>z</sub>-КФМ<sub>xz</sub>-фаза является фазовым переходом первого рода, а фазовый переход КФМ<sub>x</sub>-КУ<sub>2</sub>-фаза – второго рода.

### 3.2.3. Фазовые переходы по температуре

В предыдущих подразделах мы рассматривали фазовые переходы по материальным константам. Однако в рассматриваемой системе возможны и фазовые переходы по температуре.

Необходимо отметить, что температура перехода в парамагнитное состояние существенно зависит от размерности системы, поэтому в данном подразделе мы исследуем фазовые переходы по температуре для одномерной, двумерной и трехмерной систем. Из-за анизотропности обменных взаимодействий в рассматриваемом ферромагнетике могут реализовываться фазы с векторным параметром порядка (ФМ- или КФМ-фаза) даже в низкоразмерном случае (1D или 2D), которые с ростом температуры переходят в фазу с тензорными параметрами порядка (КУ-фазу). Если же система обменно-изотропная ( $\Delta = 1$ ), для низкоразмерных магнетиков ФМ- или КФМ-фазы не реализуются [25]. Однако, как показано в [190], в таких системах может реализоваться КУ<sub>2</sub>-фаза. Таким образом, нас будет интересовать температура перехода из КУ<sub>2</sub>-фазы в парамагнитное состояние.

При низких температурах параметры порядка системы в КУ<sub>2</sub>-фазе равны:

$$\langle \tilde{S}^z \rangle = 0, \quad \tilde{q}_2^0 = -2\Delta, \quad \tilde{q}_2^2 = 0, \quad m = 2\Delta. \quad \text{При этом} \quad \langle (\tilde{S}^z)^2 \rangle = 0, \quad \text{но}$$

$$\langle (\tilde{S}^x)^2 \rangle = \langle (\tilde{S}^y)^2 \rangle = \Delta, \quad \text{что принципиально отличает КУ}_2\text{-фазу от парамагнитно-$$

$$\text{го состояния, в котором} \quad \langle (S^x)^2 \rangle = \langle (S^y)^2 \rangle = \langle (S^z)^2 \rangle = 2/3. \quad \text{С увеличением тем-$$

пературы  $\tilde{q}_2^0$  будет стремиться к нулю, и при  $T = T_q$  система перейдет в парамагнитную фазу. Найдем эту температуру, воспользовавшись методом бозонизации хаббардовских операторов [140,191].

Перепишывая гамильтониан (3.48) в КУ<sub>2</sub>-фазе через бозевские операторы и ограничиваясь приближением идеального газа магнонов, получим:

$$\mathcal{H}^{(2)} = 2 \sum_k \left[ A_k a_k^+ a_k + B_k (a_k^+ a_{-k}^+ + a_k a_{-k}) \right], \quad (3.96)$$

где  $A_k = E_{10} - \Delta J_k$ ;  $B_k = -\Delta J_k + \Delta K_k$ ;  $J_k = J_0 \gamma_k$  и  $K_k = K_0 \gamma_k$ ,  $\gamma_k = \frac{1}{d} \sum_d \cos(k_d)$ , где  $d$  – размерность системы; энергетические уровни определяются выражениями (3.67).

Диагоналізуя полученный гамильтониан  $u$ - $v$  преобразованием Боголюбова [75], получим:

$$\mathcal{H}^{(2)} = 2 \sum_k \varepsilon(k) \alpha_k^+ \alpha_k, \quad (3.97)$$

где спектр  $\varepsilon(k)$  совпадает со спектрами магнонов (3.68) в КУ<sub>2</sub>-фазе.

Параметр порядка  $\tilde{q}_2^0$  имеет следующий вид:

$$\tilde{q}_2^0 = \frac{1}{N} \sum_n \left[ 3 \langle (S_n^z)^2 \rangle - \langle M_n^2 \rangle \right] = \frac{1}{N} \sum_n \left[ 2(2 + \Delta) \langle a_n^+ a_n \rangle - 2\Delta \right]. \quad (3.98)$$

Выражение (3.98) можно переписать следующим образом:

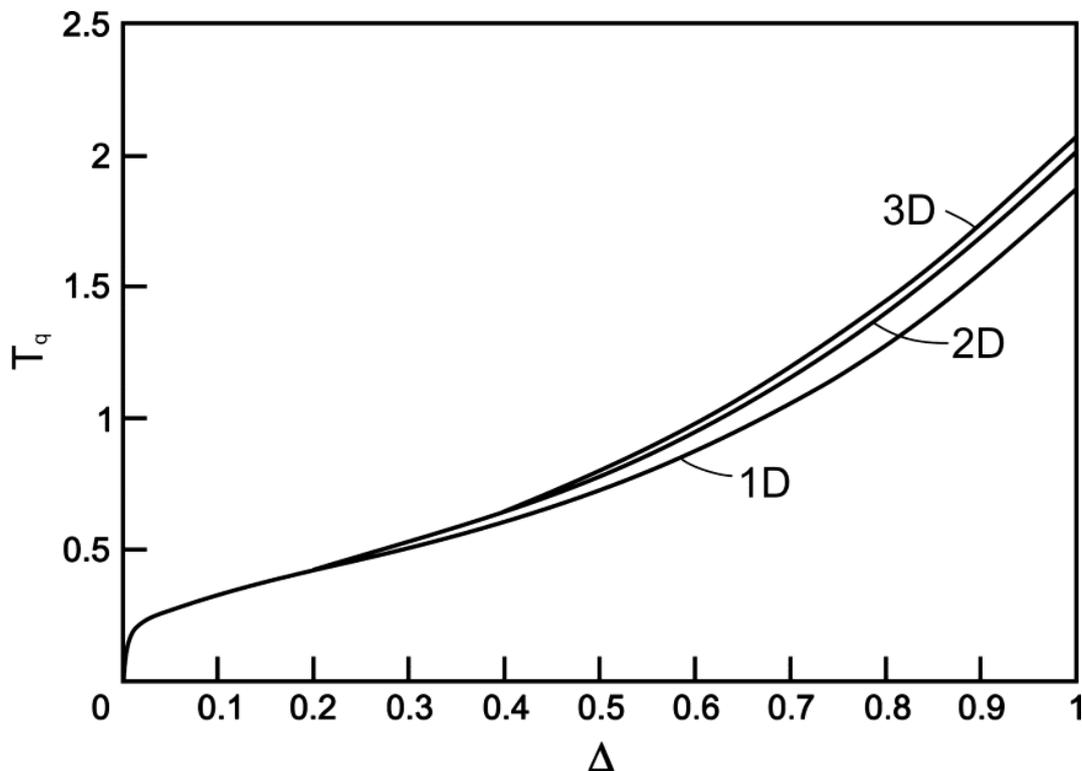
$$\tilde{q}_2^0 = -2\Delta + \frac{2(2 + \Delta)}{(2\pi)^d} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{(u_k^2 + v_k^2) d^d k}{\exp(\varepsilon(k)/T) - 1} - q(0), \quad (3.99)$$

где  $u_k = \sqrt{\frac{A_k + \varepsilon(k)}{2\varepsilon(k)}}$ ,  $v_k = -\frac{B_k}{|B_k|} \sqrt{\frac{A_k - \varepsilon(k)}{2\varepsilon(k)}}$  – параметры  $u$ - $v$  преобразования;

$q(0) = \frac{1}{(2\pi)^d} \int_{-\pi}^{\pi} v_k^2 d^d k$  – нулевые колебания.

Как уже отмечалось, температура фазового перехода из КУ<sub>2</sub>-фазы в парамагнитное состояние определяется из обращения в ноль соответствующего параметра порядка ( $\tilde{q}_2^0$ ). Таким образом, из обращения в ноль выражения (3.99) можно найти  $T_q$ . На рис. 3.8 показаны зависимости температуры перехода от величины параметра обменной анизотропии  $\Delta$ , полученные при численном ин-

тегрировании (3.99) для характерных значений материальных констант:  $J_0 = 2000$  кЭ,  $K_0 = 2J_0$ ,  $\beta = 2J_0$ .



**Рис. 3.8.** Зависимость температуры перехода из  $KU_2$ -фазы в парамагнитную фазу от параметра обменной анизотропии  $\Delta$ . Температура указана в единицах  $J_0$ .

Так как  $KU_2$ -фаза не реализуется в случае изинговского ферромагнетика ( $\Delta = 0$ ) (см. рис. 3.4 и пояснения к нему), температура  $T_q$  стремится к нулю независимо от размерности системы при  $\Delta \rightarrow 0$ . С увеличением параметра  $\Delta$  температура перехода в парафазу увеличивается, причем скорость роста зависит от размерности системы: чем выше размерность, тем выше температура перехода. При этом, как видно из рис. 3.8, «расслоение» температур перехода в парафазу происходит постепенно с увеличением  $\Delta$ : сначала «отделяется» температура перехода для 1D-систем, а затем – 2D- и 3D-систем. Необходимо отметить, что в изотропных антиферромагнитных спиновых цепочках квантовые флуктуации могут разрушать квадрупольный порядок [193,194], но в рассматриваемой ситуации такой эффект не наблюдается.

### 3.3. Фазовые состояния и фазовые переходы в негейзенберговском ферромагнетике с анизотропными обменными взаимодействиями

#### 3.3.1. Спектры элементарных возбуждений

Рассмотрим ферромагнетик с учетом биквадратичного обменного взаимодействия и обменной анизотропией, описываемый следующим гамильтонианом:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{H} = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} J_{nn'} \left[ S_n^x S_{n'}^x + S_n^y S_{n'}^y + \Delta S_n^z S_{n'}^z \right] - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} K_{nn'} \left[ \frac{\Delta}{3} O_{2n}^0 O_{2n'}^0 + O_{2n}^2 O_{2n'}^2 + \right. \\
 & \left. + O_{2n}^{xy} O_{2n'}^{xy} + \Delta \left( O_{2n}^{xz} O_{2n'}^{xz} + O_{2n}^{yz} O_{2n'}^{yz} \right) \right] + \Delta \beta \sum_n \left( S_n^z \right)^2 + \nu \sum_n \left\{ u_{xx}(n) \left( S_n^x \right)^2 + \right. \\
 & \left. + u_{yy}(n) \left( S_n^y \right)^2 + u_{xy}(n) O_{2n}^{xy} + \Delta_1 \left[ u_{zz}(n) \left( S_n^z \right)^2 + u_{xz}(n) O_{2n}^{xz} + u_{yz}(n) O_{2n}^{yz} \right] \right\} + \quad (3.100) \\
 & + \frac{E}{2(1-\sigma^2)} \sum_n \left\{ u_{xx}^2(n) + u_{yy}^2(n) + 2\sigma u_{xx}(n) u_{yy}(n) + 2(1-\sigma) u_{xy}^2(n) + \right. \\
 & \left. + \Delta_1 \left[ u_{zz}^2(n) + 2\sigma \left( u_{xx}(n) u_{zz}(n) + u_{yy}(n) u_{zz}(n) \right) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + 2(1-\sigma) \left( u_{xz}^2(n) + u_{yz}^2(n) \right) \right] \right\}.
 \end{aligned}$$

Безразмерные параметры  $\Delta$  и  $\Delta_1$  в гамильтониане (3.100) могут меняться в пределах от нуля до единицы и определяют наличие (либо отсутствие) обменной анизотропии и анизотропии упругой подсистемы, соответственно.

Необходимо отметить, что выбор знака константы одноионной анизотропии  $\beta > 0$  свидетельствует о наличии анизотропии типа «легкая плоскость» (ХОУ – базисная плоскость). Кроме того, если параметры  $\Delta = \Delta_1 = 0$ , то гамильтониан описывает изотропную ХУ-модель с биквадратичным обменным взаимодействием и «плоским» упругим и магнитоупругим взаимодействиями. Если же параметры  $\Delta = \Delta_1 = 1$ , то гамильтониан (3.100) описывает гейзенберговский ферромагнетик с биквадратичным обменным взаимодействием и одноионной анизотропией типа «легкая плоскость». Кроме того, в этом случае упругое и магнитоупругое взаимодействия также являются изотропными.

Отметим также, что второе слагаемое в гамильтониане (3.100), эквивалентно (при  $\Delta = 1$ ) оператору вида:

$$-\frac{1}{2} \sum_{n,n'} K_{nn'} (\vec{S}_n \cdot \vec{S}_{n'})^2. \quad (3.101)$$

Мы рассмотрим случай, когда спин магнитного иона равен единице. Хотя предлагаемая ниже схема справедлива и для  $S > 1$ .

Поскольку в модели мы рассматриваем одноионную анизотропию типа «легкая плоскость», то магнитный момент системы лежит в плоскости ХОУ (базисная плоскость). Для простоты вычислений будем считать, что он направлен параллельно оси ОХ.

Выделяя в обменной части гамильтониана (3.100) самосогласованное поле  $\langle S^x \rangle$ , связанное с упорядочением магнитного момента, и дополнительные поля  $q_2^p$  ( $p = 0, 2$ ), определяемые квадрупольными моментами, для одноузельного гамильтониана получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0(n) = & -\bar{H}S_n^x - \Delta B_2^0 O_{2n}^0 - B_2^2 O_{2n}^2 + \zeta (S_n^z)^2 + \\ & + v \left[ u_{xx}(n) (S_n^x)^2 + u_{yy}(n) (S_n^y)^2 + \Delta_1 u_{zz}(n) (S_n^z)^2 \right], \end{aligned} \quad (3.102)$$

где  $\bar{H} = J_0 \langle S^x \rangle$ ;  $\zeta = \Delta\beta$ ;  $B_2^0 = K_0 q_2^0 / 6$ ;  $B_2^2 = K_0 q_2^2 / 2$ . Как следует из симметрии задачи, отличных от нуля средних значений операторов  $O_2^t$  ( $t = xy, zx, zy$ ) не возникает.

На базисе собственных векторов оператора  $S^x$  построим операторы Хаббарда [142,146]. Собственные векторы оператора  $S^x$  строятся как разложение по собственным векторам оператора  $S^z$  ( $|1\rangle, |0\rangle, |-1\rangle$ ) и имеют вид (3.58).

В базисе операторов Хаббарда одноузельный гамильтониан (3.102) принимает вид:

$$\mathcal{H}_0 = \sum_M \varepsilon_M X^{MM} + V_{1-1} (X^{1-1} + X^{-11}), \quad (3.103)$$

где

$$\varepsilon_{\pm 1} = \mp \bar{H} + K_0 \left( \Delta q_2^0 / 3 - q_2^2 \right) / 2 + \zeta / 2 + \nu \left( 2u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)} + \Delta_1 u_{zz}^{(0)} \right) / 2 ;$$

$$\varepsilon_0 = -K_0 \left( \Delta q_2^0 / 3 - q_2^2 \right) + \zeta + \nu \left( u_{yy}^{(0)} + \Delta_1 u_{zz}^{(0)} \right); \quad V_{1-1} = K_0 \left( \Delta q_2^0 + q_2^2 \right) / 2 + \zeta / 2 -$$

$$- \nu \left( u_{yy}^{(0)} - \Delta_1 u_{zz}^{(0)} \right) / 2.$$

Диагонализуя гамильтониан (3.103) при помощи обобщенного  $u$ - $v$  преобразования<sup>3</sup> [144], найдем энергетические уровни магнитного иона:

$$E_{\pm 1} = \mp \bar{H} \cos 2\varphi + \frac{K_0}{2} \left( \frac{\Delta}{3} q_2^0 - q_2^2 \right) + \frac{\zeta}{2} + \frac{\nu}{2} \left( 2u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)} + \Delta_1 u_{zz}^{(0)} \right) \mp$$

$$\mp \left[ \frac{K_0}{2} \left( \Delta q_2^0 + q_2^2 \right) - \frac{\zeta}{2} + \frac{\nu}{2} \left( u_{yy}^{(0)} - \Delta_1 u_{zz}^{(0)} \right) \right] \sin 2\varphi; \quad (3.104)$$

$$E_0 = -K_0 \left( \frac{\Delta}{3} q_2^0 - q_2^2 \right) + \zeta + \nu \left( u_{yy}^{(0)} + \Delta_1 u_{zz}^{(0)} \right),$$

и собственные функции:

$$|\Psi(1)\rangle = \cos \varphi |\tilde{1}\rangle + \sin \varphi |-\tilde{1}\rangle, \quad |\Psi(0)\rangle = |\tilde{0}\rangle, \quad |\Psi(-1)\rangle = -\sin \varphi |\tilde{1}\rangle + \cos \varphi |-\tilde{1}\rangle. \quad (3.105)$$

Уравнение на параметр  $u$ - $v$  преобразования  $\varphi$  имеет вид:

$$\tan 2\varphi = \left[ K_0 \left( \Delta q_2^0 + q_2^2 \right) - \zeta + \nu \left( u_{yy}^{(0)} - \Delta_1 u_{zz}^{(0)} \right) \right] / (2\bar{H}). \quad (3.106)$$

При этом связь спиновых операторов с операторами Хаббарда определяется выражениями (3.60).

Далее (если это не будет оговорено отдельно) будем рассматривать низкотемпературный предел, т.е. предполагается, что  $T \ll T_C$ ,  $T_C$  – температура Кюри. В этом случае, как следует из (3.104) нижайшим энергетическим уровнем является  $E_1$ . Тогда плотность свободной энергии приближенно равна:

$$F \approx F_{el} + E_1, \quad (3.107)$$

а комбинации спонтанных деформаций, необходимые нам для дальнейших вычислений имеют вид:

<sup>3</sup> Диагонализация была выполнена Космачевым О.А. в работе [128].

$$\begin{aligned}
u_{yy}^{(0)} - \Delta_1 u_{zz}^{(0)} &= \frac{\nu(1+\sigma)}{2E(1+\sigma-2\Delta_1\sigma^2)} \times \\
&\times \left[ (1-2\sigma)(\Delta_1-1) + \sin 2\varphi \left[ 1 + \Delta_1(1+2\sigma-4\sigma^2) \right] \right], \\
2u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)} - \Delta_1 u_{zz}^{(0)} &= -\frac{\nu(1+\sigma)}{2E(1+\sigma-2\Delta_1\sigma^2)} \left[ 3 + (1+2\sigma)\sin 2\varphi - \right. \\
&\left. -\Delta_1 \left[ 1 - 2\sigma + 4\sigma^2 + (1+2\sigma)\sin 2\varphi \right] \right].
\end{aligned} \tag{3.108}$$

Используя связь спиновых операторов с операторами Хаббарда (3.60), и учитывая, что нижайшим энергетическим уровнем является  $E_1$ , можно получить явные выражения для параметров порядка системы при различных значениях параметра унитарного преобразования  $\varphi$ , а, следовательно, при различных соотношениях между материальными константами (см. (3.106)). В системе могут реализовываться различные спиновые состояния, а именно:

1. Ферромагнитное состояние, в котором параметры порядка имеют вид:

$$\langle S^x \rangle = \cos 2\varphi, \quad q_2^0 = (3\sin 2\varphi - 1)/2, \quad q_2^2 = (\sin 2\varphi + 1)/2.$$

Эту фазу мы назовем ФМ<sub>x</sub>-фазой.

2. При  $\varphi = \pi/4$  параметры порядка равны:  $\langle S^x \rangle = 0$ ,  $q_2^0 = 1$ ,  $q_2^2 = 1$ , т.е. в этом случае в системе реализуется квадрупольная фаза, которую мы назовем КУ<sub>1</sub>-фазой, в которой  $\langle (S^x)^2 \rangle = 0$ ,  $\langle (S^z)^2 \rangle = \langle (S^y)^2 \rangle = 1$ .

3. Наконец, возможна ситуация, когда  $\varphi = -\pi/4$ . В этом случае  $\langle S^x \rangle = 0$ ,  $q_2^0 = -2$ ,  $q_2^2 = 0$ , а квадраты средних от спиновых операторов имеют вид:  $\langle (S^z)^2 \rangle = 0$ ,  $\langle (S^x)^2 \rangle = \langle (S^y)^2 \rangle = 1$ . Это состояние также является квадрупольным. Мы назовем его КУ<sub>2</sub>-фазой.

Проанализируем решения дисперсионного уравнения (3.13) предполагая, что система находится в ФМ<sub>x</sub>-фазе. В случае низких температур среднее значение намагниченности (на один узел) должно быть близко к величине спина в

узле. Так как мы рассматриваем систему со спином единица, то  $\cos 2\varphi \approx 1$ , а для средних значений квадратов спиновых операторов имеем:

$$\langle (S^x)^2 \rangle = 1, \quad \langle (S^z)^2 \rangle = \langle (S^y)^2 \rangle = 1/2 \quad (3.109)$$

Используя условие (3.109) и уравнение (3.106) на параметр  $\varphi$ , можно получить критерий на материальные константы существования ФМ<sub>x</sub>-фазы:

$$J_0 - \frac{K_0}{4}(1 + 3\Delta) - \frac{a_0[1 + \Delta_1(1 + 2\sigma - 4\sigma^2)]}{2(1 + \sigma - 2\Delta_1\sigma^2)} > 0. \quad (3.110)$$

Таким образом, если материальные константы удовлетворяют условию (3.110), то система находится в ФМ<sub>x</sub>-фазе.

Рассмотрим спектры элементарных возбуждений в этом состоянии. Как уже отмечалось ранее, учет магнитоупругого взаимодействия приводит к гибридизации упругих и магнитных возбуждений, т.е. к возникновению магнитоупругой волны. Эту гибридизованную волну можно представить, как совокупность квазимагнитных и квазиупругих возбуждений (квазимагнонов и квазифононов, соответственно). При дальнейших вычислениях будем считать, что волновой вектор  $\vec{k}$  параллелен оси ОУ. В такой геометрии отличными от нуля компонентами единичного вектора поляризации являются  $e_t^x, e_t^z, e_l^y$ .

При произвольных значениях параметров  $\Delta$  и  $\Delta_1$  ( $0 \leq \Delta \leq 1, 0 \leq \Delta_1 \leq 1$ ) спектры квазимагнонов (в длинноволновом пределе) имеют вид<sup>4</sup>:

$$\varepsilon_1^2(k) = 2\Omega_{11}(k)\Omega_{12}(k); \quad \varepsilon_2^2(k) = \Omega_{21}(k)\Omega_{22}(k), \quad (3.111)$$

а спектры квазифононов равны:

$$\begin{aligned} \omega_1^2(k) &= \omega_l^2(k) [1 + a_0(1 - \sigma)\cos 2\varphi / \Omega_{12}(k)], \\ \omega_2^2(k) &= \omega_t^2(k) [1 + a_0\Delta / \Omega_{11}(k)], \\ \omega_3^2(k) &= \omega_t^2(k) [1 + a_0(1 + \sin 2\varphi) / \Omega_{22}(k)], \end{aligned} \quad (3.112)$$

где  $\Omega_{11}(k) = J_0 - \Delta K_0 + \Delta\gamma k^2$ ,

<sup>4</sup> Данные спектры были получены Космачевым О.А. в работе [128].

$$\Omega_{12}(k) = \left[ 2\alpha \sin^2 2\varphi + \frac{1+3\Delta}{2} \gamma \cos^2 2\varphi \right] k^2 + \left[ 2J_0 - \frac{K_0}{2}(1+3\Delta) \right] \cos 2\varphi,$$

$$\Omega_{21}(k) = \Delta \left[ \alpha(1 + \sin 2\varphi) + \gamma(1 - \sin 2\varphi) \right] k^2 + (1 - \Delta)(J_0 + 3K_0/4) - \zeta/2 + \\ + \tilde{a}_0 \left[ 3 - \Delta_1(1 - 2\sigma + 4\sigma^2) \right] + \left[ \tilde{a}(1 + 2\sigma)(1 - \Delta_1) - \Delta J_0 + (3 + \Delta)K_0/4 \right] \sin 2\varphi,$$

$$\Omega_{22}(k) = \left[ \alpha(1 - \sin 2\varphi) + \gamma(1 + \sin 2\varphi) \right] k^2 - (1 - \Delta)K_0/4 - \zeta/2 + \\ + \tilde{a} \left[ 3 - \Delta_1(1 - 2\sigma + 4\sigma^2) \right] + \left[ \tilde{a}(1 + 2\sigma)(1 - \Delta_1) - \Delta J_0 + (3 + \Delta)K_0/4 \right] \sin 2\varphi,$$

$$\tilde{a} = a_0(1 + \sigma - 2\Delta_1\sigma^2)^{-1}, \quad a_0 = v^2(1 + \sigma)/(2E).$$

Из выражений (3.111) и (3.112) следует, что мягкой модой в ФМ<sub>x</sub>-фазе является квазимагنونная ветвь  $\varepsilon_1(k)$ , которая размягчается при следующих значениях материальных констант:

$$J_0^{(1)} = (1 + \Delta)K_0/2 - \zeta/2 + a_0(\Delta_1 + \sigma - 2\Delta_1\sigma^2)(1 + \sigma - 2\Delta_1\sigma^2)^{-1}; \quad (3.113)$$

$$J_0^{(2)} = \Delta K_0 + \zeta/2 + a_0(1 - \sigma)(1 + 2\Delta_1\sigma^2)(1 + \sigma - 2\Delta_1\sigma^2)^{-1}. \quad (3.114)$$

Хорошо известно, что спектры квазичастиц размягчаются либо на линиях устойчивости (фазовый переход 1-го рода), либо на линиях перехода (фазовый переход 2-го рода). Таким образом, выражения (3.113) и (3.114) определяют линии фазовых переходов в квадрупольные фазы.

Вторая квазимагنونная ветвь  $\varepsilon_2(k)$  остается щелевой, а спектры квази-фононов остаются линейными по волновому вектору, изменяются лишь скорости соответствующих квазиакустических мод. Это свидетельствует о слабом взаимодействии упругой и магнитной подсистем в окрестности линий фазовых переходов в квадрупольные фазы, которое сводится к статической перенормировке щели в квазимагنونных спектрах.

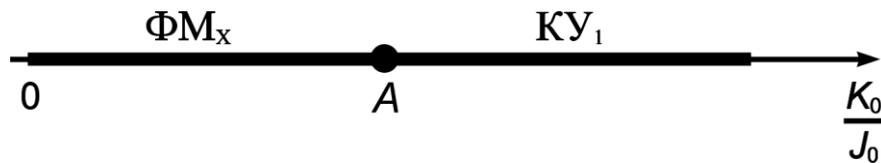
Рассмотрим спектры квазичастиц в предельных случаях, а именно, при  $\Delta = \Delta_1 = 0$  и  $\Delta = \Delta_1 = 1$ .

При  $\Delta = \Delta_1 = 0$  исследуемая система соответствует изотропной XY-модели с биквадратичным обменным взаимодействием и «плоским» магнито-

упругим взаимодействием. При этом в системе не реализуется КУ<sub>2</sub>-фаза. Мягкой же модой остается квазимагنونная ветвь  $\varepsilon_1(k)$ . В этом случае в системе происходит фазовый переход ФМ<sub>x</sub>-КУ<sub>1</sub>-фаза. Линия этого фазового перехода, как видно из (3.113), равна:

$$J_0^{(1)} = K_0/2 + a_0\sigma/(1+\sigma). \quad (3.115)$$

Фазовая диаграмма для XY-модели с биквадратичным взаимодействием приведена на рис. 3.9.

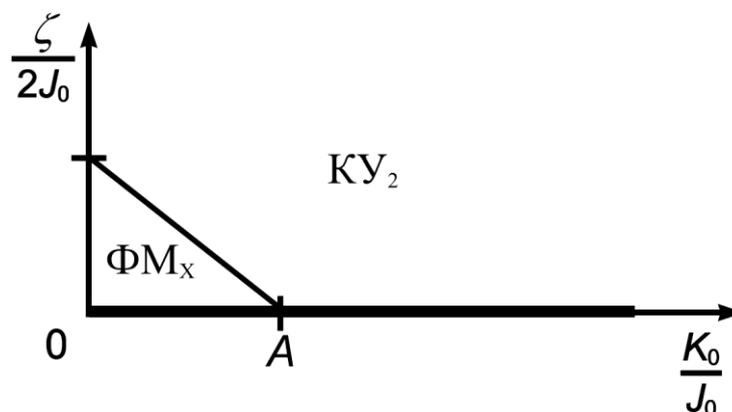


**Рис. 3.9.** Фазовая диаграмма XY-модели с биквадратичным взаимодействием. Точка **A** определяется (3.115).

Если же параметры таковы, что  $\Delta = \Delta_1 = 1$ , то в этом случае в системе не реализуется КУ<sub>1</sub>-фаза, а линия фазового перехода из ФМ<sub>x</sub> в КУ<sub>2</sub>-фазу определяется из формулы (3.114) и имеет вид:

$$J_0^{(2)} = K_0 + \zeta/2 + a_0(1-\sigma)(1+2\sigma^2)(1+\sigma-2\sigma^2)^{-1} \quad (3.116)$$

Фазовая диаграмма для такой системы приведена на рис. 3.10.



**Рис. 3.10.** Фазовая диаграмма негейзенберговского анизотропного ферромагнетика при  $\Delta = \Delta_1 = 1$ . Точка **A** определяется (3.116).

Необходимо отметить, что в работах [195,196] исследовались фазовые переходы в изотропных по обменным взаимодействиям негейзенберговских

ферромагнетиках. Результаты данного исследования отличаются от результатов [195,196] в том смысле, что фазовый переход ФМ<sub>x</sub>-КУ<sub>2</sub>-фаза идет по квазимагنونной ветви возбуждений, в то время как в изотропной модели фазовый переход ФМ-КУ<sub>1</sub>-фаза происходит по квазиакустической ветви возбуждений. Причина этого различия состоит как в наличии одноионной анизотропии типа «легкая плоскость», так и обменной анизотропии. Наличие этих типов взаимодействия не только меняет ветвь возбуждений, отвечающую за фазовый переход, но и фазу, в которую переходит система из ФМ-фазы (КУ<sub>2</sub>-фаза вместо КУ<sub>1</sub>-фазы).

В рассматриваемом случае параметр обобщенного  $u$ - $v$  преобразования  $\varphi$  таков, что

$$\sin 2\varphi = -\zeta / [2(J_0 - K_0 - a_0)]. \quad (3.117)$$

Если же система изотропна, как в [195], то  $\sin 2\varphi = 0$ . Это приводит к иному виду собственных функций одноузельного гамильтониана, а, следовательно, иной связи спиновых операторов с операторами Хаббарда и т.д. Таким образом, одноионная анизотропия играет существенную роль в динамике негейзенберговских магнетиков.

Как видно из рис. 3.10 и выражений (3.111) и (3.112), в окрестности точки **A** взаимодействие упругой и магнитной подсистем становится существенным и не сводится только к статической перенормировке спектров квазимагнонов. В этой точке ( $\zeta = 0$ ) мягкой модой становится  $\tau$ -поляризованная квазифононная ветвь возбуждений и фазовый переход ФМ<sub>x</sub>-КУ<sub>2</sub>-фаза происходит в точке

$$J_0 = K_0 + a_0, \quad (3.118)$$

в полном соответствии с работой [195], за исключением того, что в [195] фазовый переход происходит из ФМ-фазы в КУ<sub>1</sub>-фазу.

Теперь рассмотрим решения дисперсионного уравнения (3.13) в случае, когда неравенство (3.110) имеет противоположный знак. При таком соотношении материальных констант в системе реализуются квадрупольные фазы.

Рассмотрим КУ<sub>1</sub>-фазу. В этом случае параметр обобщенного  $u$ - $v$  преобразования  $\varphi = \pi/4$ , а параметры порядка системы имеют вид:  $\langle S^x \rangle = 0$ ,  $q_2^0 = 1$ ,  $q_2^2 = 1$ .

Как следует из уравнения (3.13), спектр квазифононов в этой фазе остается линейным по волновому вектору, а спектры квазимагнонов имеют вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^2(k) &= \left[ 2\alpha k^2 - 2J_0 + K_0(1 + \Delta) + \zeta + 4\tilde{a}(\sigma + \Delta_1 - 2\Delta_1\sigma^2) \right] \times \\ &\times \left[ 2\Delta\gamma k^2 + K_0(1 - \Delta) + \zeta + 4\tilde{a}(\sigma + \Delta_1 - 2\Delta_1\sigma^2) \right], \\ \varepsilon_2^2(k) &= 4(\gamma k^2 + a_0)(\Delta\alpha k^2 + K_0 - J_0\Delta + a_0). \end{aligned} \quad (3.119)$$

Фазовый переход КУ<sub>1</sub>-ФМ<sub>x</sub>-фаза идет по квазимагнонной ветви  $\varepsilon_1(k)$  и происходит при следующем соотношении материальных констант:

$$J_0^{(1)} = (1 + \Delta)K_0/2 - \zeta/2 + a_0(\Delta_1 + \sigma - 2\Delta_1\sigma^2)(1 + \sigma - 2\Delta_1\sigma^2)^{-1}. \quad (3.120)$$

Сравнивая выражения (3.113) и (3.120) видно, что фазовые переходы ФМ<sub>x</sub>-КУ<sub>1</sub>-фаза и КУ<sub>1</sub>-ФМ<sub>x</sub>-фаза происходит при одних и тех же значениях материальных констант. Это свидетельствует о том, что данный фазовый переход – переход второго рода.

Рассмотрим теперь КУ<sub>2</sub>-фазу. В этой фазе  $\varphi = -\pi/4$ ,  $\langle S^x \rangle = 0$ ,  $q_2^0 = -2$ ,  $q_2^2 = 0$ . Используя соответствующие выражения для параметров порядка, формулы (3.104) и выражения для спонтанных деформаций, легко показать, что в КУ<sub>2</sub>-фазе происходит вырождение возбужденных энергетических уровней магнитного иона ( $E_0 = E_{-1}$ ). Это приводит к тому, что спектры квазимагнонов совпадают:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^2(k) = \varepsilon_2^2(k) &= 4 \left[ \alpha k^2 - J_0 + \Delta K_0 - \zeta/2 + 2\tilde{a}(1 - \sigma)(1 + 2\Delta_1\sigma) \right] \times \\ &\times \left[ \Delta\gamma k^2 - \zeta/2 + 2\tilde{a}(1 - \sigma)(1 + 2\Delta_1\sigma) \right], \end{aligned} \quad (3.121)$$

а спектры квазифононов, как и ранее, линейны по волновому вектору.

Из (3.121) следует, что линия перехода КУ<sub>2</sub>-ФМ<sub>x</sub>-фаза имеет вид:

$$J_0^{(2)} = K_0 + \zeta/2 + a_0(1-\sigma)(1+2\sigma^2)/(1+\sigma-2\sigma^2). \quad (3.122)$$

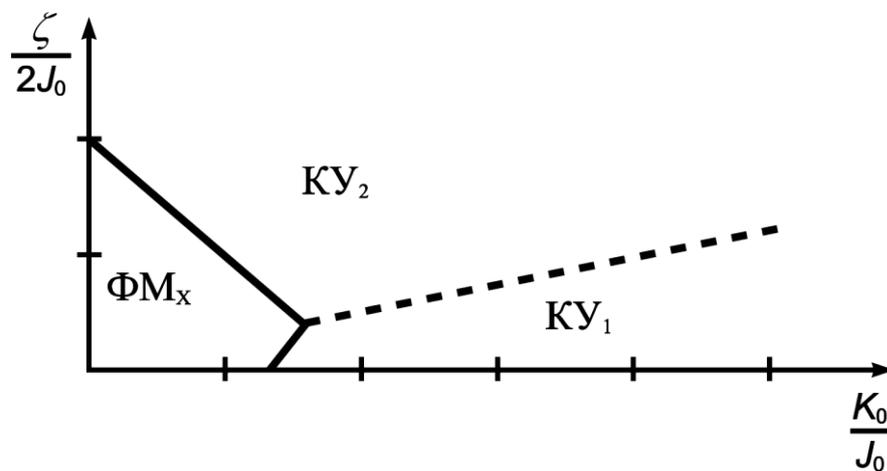
Легко видеть, что выражение (3.122) совпадает с формулой (3.114), описывающей линию перехода ФМ<sub>x</sub>-КУ<sub>2</sub>-фаза. Этот факт также свидетельствует о том, что данный фазовый переход – переход второго рода.

Линия же фазового перехода КУ<sub>1</sub>-КУ<sub>2</sub>-фаза определяется из условия равенства свободных энергий в соответствующих фазах, и имеет вид:

$$(1-\Delta)K_0/2 - \zeta - a_0(1-\Delta_1)(1-2\sigma)/(1+\sigma-2\Delta_1\sigma^2) = 0. \quad (3.123)$$

Фазовый переход КУ<sub>1</sub>-КУ<sub>2</sub>-фаза является переходом первого рода.

Используя соотношения (3.113), (3.114), а также (3.120), (3.122) и (3.123) можно построить фазовую диаграмму исследуемой системы. Так, при  $\Delta = \Delta_1 = 0,5$ , фазовая диаграмма имеет вид, приведенный на рис. 3.11. Легко видеть, что по мере приближения параметров  $\Delta$  и  $\Delta_1$  к единице, область существования КУ<sub>1</sub>-фазы уменьшается, и при  $\Delta = \Delta_1 = 1$  эта фаза становится энергетически невыгодна.



**Рис. 3.11.** Фазовая диаграмма негейзенберговского ферромагнетика с анизотропным обменным взаимодействием ( $\Delta = 0,5$ ).

### 3.3.2. Фазовые переходы по температуре

В предыдущем подразделе мы рассмотрели фазовые переходы по материальным константам. Однако, в рассматриваемой системе возможны и фазовые переходы по температуре.

Как было показано выше, в системе может реализоваться дальний магнитный порядок, как ферромагнитного, так и квадрупольного типа. Предположим, что при низких температурах в системе реализуется ферромагнитная фаза. С ростом температуры параметр порядка в ферромагнитной фазе  $\langle S^x \rangle$  уменьшается и при  $T = T_c$  обращается в ноль, при этом система переходит в квадрупольную фазу. Дальнейшее увеличение температуры приводит уже к изменению параметров порядка в квадрупольной фазе ( $q_2^0$  и  $q_2^2$ ), которые при температуре  $T = T_q$  обращаются в ноль, и система переходит в парамагнитное состояние. Найдем эти температуры, воспользовавшись методом бозонизации Хаббардовских операторов [140,192,197].

Переписывая гамильтониан (3.100) в ФМ<sub>x</sub>-фазе через бозевские операторы и ограничиваясь квадратичными членами по операторам рождения и уничтожения квазичастиц, получим:

$$\mathcal{H}^{(2)} = \sum_k \left[ A_k a_k^+ a_k + B_k (a_k^+ a_{-k}^+ + a_k a_{-k}) + \tilde{A}_k b_k^+ b_k + \tilde{B}_k (b_k^+ b_{-k}^+ + b_k b_{-k}) \right], \quad (3.124)$$

где

$$\begin{aligned} A_k &= E_0 - E_1 - J_k [1 + \Delta - (1 - \Delta) \sin 2\varphi] / 2 - K_k [1 + \Delta + (1 - \Delta) \sin 2\varphi] / 2; \\ B_k &= J_k [1 - \Delta - (1 + \Delta) \sin 2\varphi] / 2; \\ \tilde{A}_k &= E_{-1} - E_1 - J_k \sin^2 2\varphi - (1 + 3\Delta) K_k \cos^2 2\varphi / 4 - \Delta K_k; \\ \tilde{B}_k &= -J_k \sin^2 2\varphi - (1 + 3\Delta) K_k \cos^2 2\varphi / 4 + \Delta K_k, \end{aligned} \quad (3.125)$$

где  $J_k = J_0 \gamma_k$ ;  $K_k = K_0 \gamma_k$ ;  $\gamma_k = (\cos k_x + \cos k_y + \cos k_z) / 3$  – для 3D-системы, и  $\gamma_k = (\cos k_x + \cos k_y) / 2$  – для 2D-системы. Диагонализуя полученный гамильтониан стандартным  $u$ - $v$  преобразованием Боголюбова [143], получим:

$$\mathcal{H}^{(2)} = \sum_k \varepsilon_\alpha(k) \alpha_k^+ \alpha_k + \sum_k \varepsilon_\beta(k) \beta_k^+ \beta_k, \quad (3.126)$$

где спектры  $\alpha$ - и  $\beta$ -квазичастиц ( $\varepsilon_{\alpha,\beta}(k)$ ) совпадают со спектрами квазимагнов (3.111) в ФМ<sub>x</sub>-фазе.

Для определения температуры  $T_c$  перехода из ферромагнитной фазы в квадрупольную фазу рассмотрим параметр порядка  $\langle S^x \rangle$ ,

$$\langle S^x \rangle = \frac{1}{2N} \sum_n \langle S_n^+ + S_n^- \rangle = \frac{\cos 2\varphi}{N} \sum_n \langle 1 - a_n^+ a_n - 2b_n^+ b_n \rangle. \quad (3.127)$$

Поскольку при фазовом переходе из ферромагнитной фазы в квадрупольную размягчается спектр квазимагнонов  $\varepsilon_\beta(k)$ , в (3.127) можно ограничиться лишь учетом первого и третьего слагаемых и переписать это выражение следующим образом:

$$\langle S^x \rangle = \cos 2\varphi \left[ 1 - \frac{2}{(2\pi)^n} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{(u_k^2 + v_k^2) d^n k}{\exp(\varepsilon_\beta(k)/T) - 1} \right] - S(0), \quad (3.128)$$

где  $n$  – размерность системы ( $n = 2$  для 2D-системы ( $\Delta_1 = 0$ ) или  $n = 3$  для 3D-

системы ( $\Delta_1 > 0$ ));  $u_k = \sqrt{\frac{\tilde{A}_k + \varepsilon_\beta(k)}{2\varepsilon_\beta(k)}}$ ,  $v_k = -\frac{\tilde{B}_k}{|\tilde{B}_k|} \sqrt{\frac{\tilde{A}_k - \varepsilon_\beta(k)}{2\varepsilon_\beta(k)}}$  – параметры  $u$ - $v$

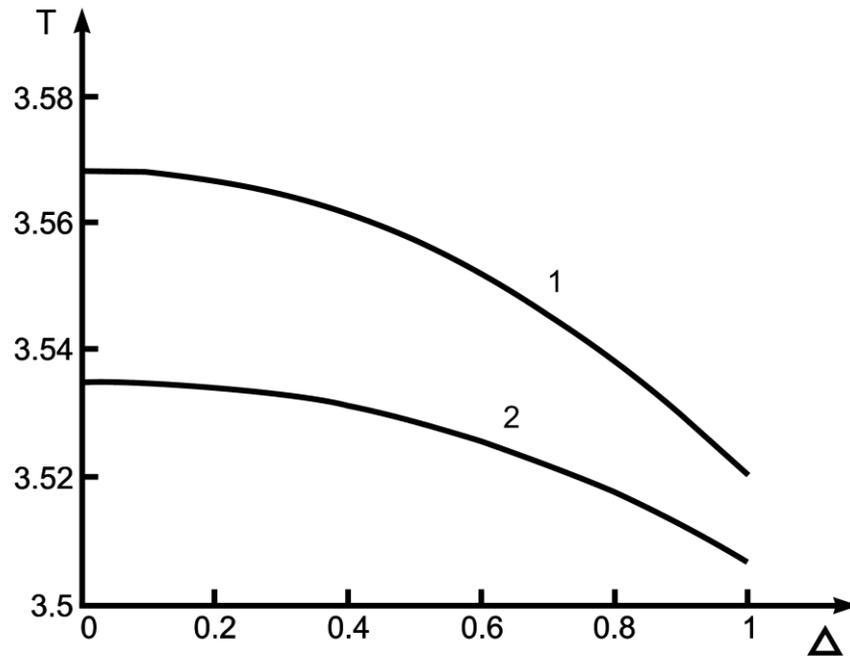
преобразования ( $\tilde{A}_k$  определяется (3.125));  $S(0)$  – нулевые колебания, которые определяются следующим выражением:

$$S(0) = \frac{1}{(2\pi)^n} \int_{-\pi}^{\pi} v_k^2 d^n k. \quad (3.129)$$

Приравняв интеграл (3.128) к нулю (условие фазового перехода по температуре из ферромагнитной фазы в квадрупольную), мы можем найти температуру перехода  $T_c$ . На рис. 3.12 показаны зависимости температуры перехода от величины параметра обменной анизотропии  $\Delta$ , полученные при численном интегрировании (3.128) для характерных значений материальных констант [18,198] ( $J_0 = 4000$  кЭ,  $\beta = 0,005 \cdot \Delta \cdot J_0$ ,  $a_0 = 7,5 \times 10^{-7} J_0$ ,  $\sigma = 0,3$ ).

Как видно из рис. 3.12, температура фазового перехода в 3D-системе меньше, чем в 2D-случае при данных значениях материальных констант. С увеличением константы биквадратичного обменного взаимодействия  $K_0$ , зазор между кривыми 1 и 2 уменьшается. Причем при определенном соотношении

между  $J_0$  и  $K_0$  возможно пересечение этих кривых. Например, для  $K_0 = 0,5J_0$ , температура фазового перехода для 2D-случая больше, чем для 3D-случая, при  $\Delta < 0,56$ , и меньше – при  $\Delta > 0,56$ . Возможно это связано с тем, что при таком соотношении между обменными константами уже нельзя утверждать, что в системе реализуется ФМ<sub>x</sub>-фаза, так как спектры элементарных возбуждений, которые используются для расчета  $T_C$  получены при условии, что  $J_0 \gg K_0$ .



**Рис. 3.12.** Зависимость температуры фазового перехода из ФМ<sub>x</sub>-фазы в КУ-фазу от параметра  $\Delta$ . Температура измеряется в единицах билинейного обмена;  $K_0 = 0,25J_0$ . Кривая 1 соответствует 2D-системе ( $\Delta_1 = 0$ ), 2 – 3D-системе ( $\Delta_1 = 1$ ).

Действуя аналогичным образом, найдем температуру перехода из КУ<sub>1</sub>-фазы в парамагнитную фазу. Для этого перепишем гамильтониан (3.100) через бозевские операторы в КУ<sub>1</sub>-фазе. Полученный гамильтониан будет иметь вид (3.124), однако коэффициенты при бозевских операторах будут уже другие:

$$\begin{aligned} A_k &= E_0 - E_1 - \Delta J_k - K_k; & B_k &= -\Delta J_k + K_k; \\ \tilde{A}_k &= E_{-1} - E_1 - J_k - \Delta K_k; & \tilde{B}_k &= -J_k + \Delta K_k. \end{aligned} \quad (3.130)$$

Чтобы найти температуру  $T_{q_1}$  фазового перехода из КУ<sub>1</sub>-фазы в парамагнитную фазу рассмотрим параметр порядка  $q_2^0$ :

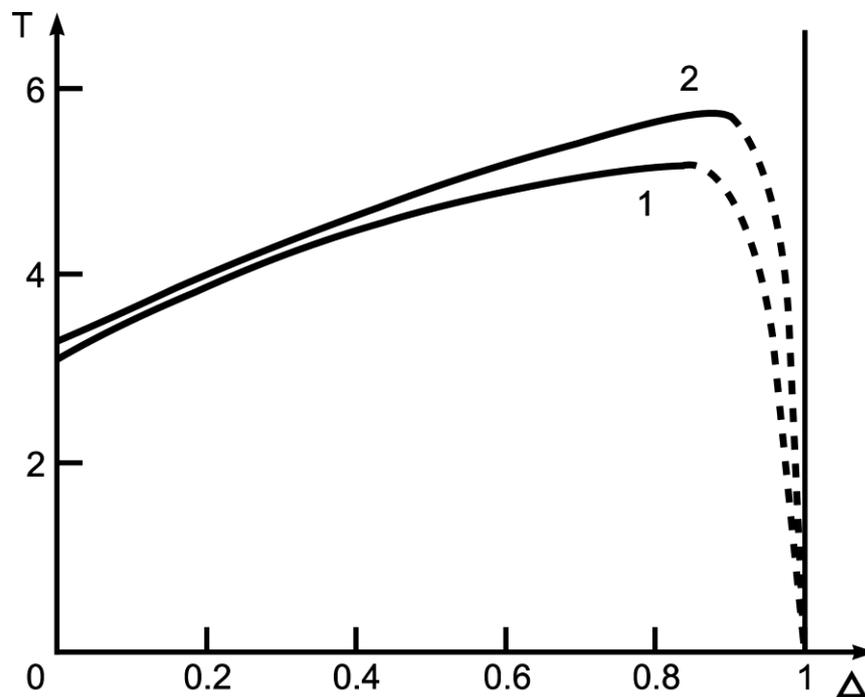
$$q_2^0 = \frac{1}{N} \sum_n \langle 3(S_n^z)^2 - 2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_n \langle 1 - 3b_n^+ b_n \rangle. \quad (3.131)$$

Уравнение (3.131) можно переписать следующим образом:

$$q_2^0 = 1 - \frac{3}{(2\pi)^n} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{(u_k^2 + v_k^2) d^n k}{\exp(\varepsilon_\beta(k)/T) - 1} - q(0), \quad (3.132)$$

где  $\tilde{A}_k$  определяется (3.130);  $\varepsilon_\beta(k)$  – спектр квазимагнонов в КУ<sub>1</sub>-фазе (3.119);  $q(0)$  – нулевые колебания.

Приравняв (3.132) к нулю и численно решая получившееся уравнение, найдем  $T_{q_1}$ . Графики зависимости температуры перехода  $T_{q_1}$  от величины параметра обменной анизотропии  $\Delta$  показаны на рис. 3.13. При приближении значения  $\Delta$  к 1 происходит обрыв температурной кривой, т.к. КУ<sub>1</sub>-фаза не реализуется при  $\Delta = 1$ . В этой точке система переходит из КУ<sub>1</sub>-фазы в КУ<sub>2</sub>-фазу, которая будет рассмотрена ниже.



**Рис. 3.13.** Зависимость температуры фазового перехода из КУ<sub>1</sub>-фазы в парамагнитную фазу от параметра  $\Delta$ . Температура измеряется в единицах билинейного обмена;  $K_0 = 2,5J_0$ . Кривая 1 соответствует 2D-системе ( $\Delta_1 = 0$ ), 2 – 3D-системе ( $\Delta_1 = 1$ ).

Теперь найдем температуру  $T_{q_2}$  перехода из КУ<sub>2</sub>-фазы в парамагнитную фазу. Переписывая (3.100) через бозевские операторы в КУ<sub>2</sub>-фазе, получим (3.124), где коэффициенты при бозевских операторах имеют вид:

$$\begin{aligned} A_k &= E_0 - E_1 - J_k - \Delta K_k; & B_k &= J_k - \Delta K_k; \\ \tilde{A}_k &= E_{-1} - E_1 - J_k - \Delta K_k; & \tilde{B}_k &= -J_k + \Delta K_k. \end{aligned} \quad (3.133)$$

Параметра порядка  $q_2^0$  в КУ<sub>2</sub>-фазе имеет вид:

$$q_2^0 = \frac{1}{N} \sum_n \langle 3(S_n^z)^2 - 2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_n \langle 6b_n^+ b_n - 2 \rangle. \quad (3.134)$$

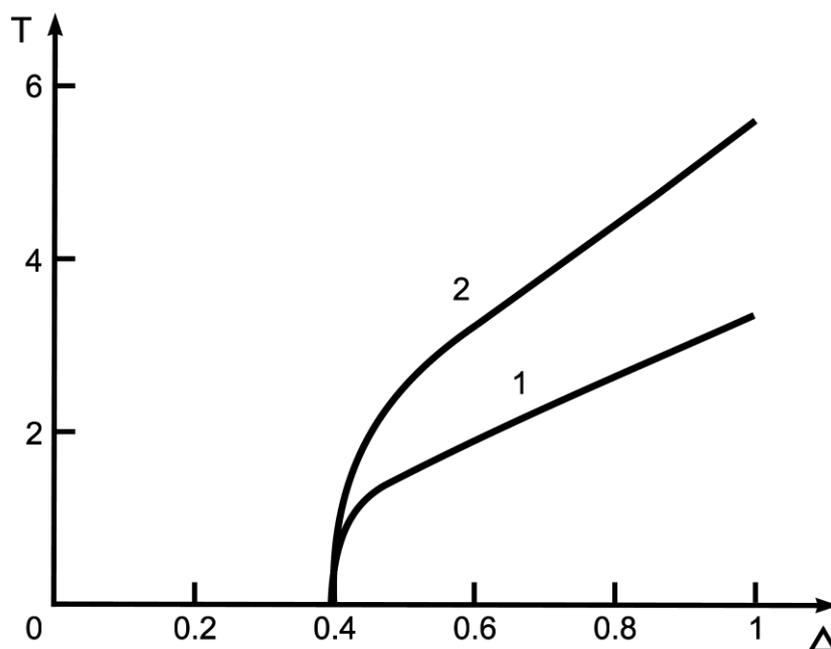
Здесь мы учли тот факт, что в КУ<sub>2</sub>-фазе  $\langle a_n^+ a_n \rangle = \langle b_n^+ b_n \rangle$ , поскольку энергетические уровни вырождены ( $E_0 = E_{-1}$ ). Уравнение (3.134) можно переписать следующим образом:

$$q_2^0 = -2 + \frac{6}{(2\pi)^n} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{(u_k^2 + v_k^2) d^n k}{\exp(\varepsilon_\beta(k)/T) - 1} - q(0), \quad (3.135)$$

где  $\tilde{A}_k$  определяется (3.133);  $\varepsilon_\beta(k)$  – спектр квазимагнонов в КУ<sub>2</sub>-фазе (3.121).

Графики зависимости температуры перехода  $T_{q_2}$  от величины параметра обменной анизотропии  $\Delta$  показаны на рис. 3.14. Зависимость температуры перехода получена для  $\Delta \geq 0,4$ , поскольку КУ<sub>2</sub>-фаза может реализоваться только при таких значениях параметра обменной анизотропии. Для всех  $\Delta < 0,4$  фазовый переход по температуре всегда происходит из ферромагнитной фазы в КУ<sub>1</sub>-фазу. Более того, анализ рис. 3.12 и рис. 3.14 показывает, что даже для  $\Delta > 0,4$ , фазовый переход из ферромагнитной фазы в КУ<sub>2</sub>-фазу может произойти только для  $\Delta \sim 1$ .

Представляет интерес сравнить температуры фазовых переходов из КУ<sub>1</sub>-фазы в парафазу с ранее полученными численными результатами для трехмерной биквадратичной ХУ-модели [199] (см. таб. 3.1).



**Рис. 3.14.** Зависимость температуры фазового перехода из  $KU_2$ -фазы в парамагнитную фазу от параметра  $\Delta$ . Температура измеряется в единицах билинейного обмена;  $K_0 = 2,5J_0$ . Кривая 1 соответствует 2D-системе ( $\Delta_1 = 0$ ), 2 – 3D-системе ( $\Delta_1 = 1$ ).

Таблица 3.1. Сравнение температур фазового перехода  $KU_1$ -фаза – парафаза.

$K_0/J_0$	$T_{q1}/J_0$ – результаты [199]	$T_{q1}/J_0$ – расчеты по (3.132)
10	11,1	11,33
5	5,625	5,612
3,33	3,88	3,662

Как видно из таб. 3.1, наши результаты хорошо согласуются с результатами [199]. Однако необходимо отметить, что при том же отношении  $K_0/J_0$ , но другом значении  $J_0$ , эти результаты могут существенно отличаться. Возможно, это различие связано с различными методиками расчета температуры перехода: в [199] температура перехода находилась путем анализа температурных кривых теплоемкости и магнитной восприимчивости, полученных при численном моделировании методом Монте-Карло; мы же вычисляли критическую температуру, пользуясь спектрами квазимагнонов. Окончательно определить, какой из этих методов более правильный, можно было бы, используя реальные экспериментальные данные по количественному определению значений обменных кон-

стант. К сожалению, нам такие эксперименты не известны, и в расчетах мы пользовались численными оценками материальных констант, сделанными на основе общих предположений.

### 3.4. Влияние магнитодипольного и магнитоупругого взаимодействий на фазовые состояния двумерного негейзенберговского ферромагнетика со сложными обменными взаимодействиями

#### 3.4.1. Спектры элементарных возбуждений

Рассмотрим двумерный негейзенберговский ферромагнетик (ХОУ – плоскость плёнки) с анизотропными билинейным и биквадратичным обменными взаимодействиями. Гамильтониан исследуемого ферромагнетика имеет вид:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{H} = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} J_{nn'} (S_n^x S_{n'}^x + S_n^y S_{n'}^y + \Delta S_n^z S_{n'}^z) - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} K_{nn'} \left[ \frac{\Delta}{3} O_{2n}^0 O_{2n'}^0 + O_{2n}^2 O_{2n'}^2 + \right. \\
 & \left. + O_{2n}^{xy} O_{2n'}^{xy} + \Delta (O_{2n}^{xz} O_{2n'}^{xz} + O_{2n}^{yz} O_{2n'}^{yz}) \right] - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} V_{nn'}^{ij} S_n^i S_{n'}^j + \nu \sum_n \left[ u_{xx}(n) (S_n^x)^2 + \right. \\
 & \left. + u_{yy}(n) (S_n^y)^2 + u_{xy}(n) O_{2n}^{xy} \right] + \frac{E}{2(1-\sigma^2)} \sum_n \left[ u_{xx}^2(n) + u_{yy}^2(n) + \right. \\
 & \left. + 2\sigma u_{xx}(n) u_{yy}(n) + (1-\sigma) u_{xy}^2(n) \right], \tag{3.136}
 \end{aligned}$$

где  $\Delta \in [0; 1]$  – параметр обменной анизотропии. Спин магнитного иона предполагаем равным единице ( $S = 1$ ). Однако, предлагаемая ниже модель справедлива и для  $S > 1$ . Рассмотрение будет проводиться для случая низких температур ( $T \ll T_C$ ,  $T_C$  – температура Кюри).

Необходимо отметить, что предельными случаями, соответствующими гамильтониану (3.136), являются ХУ-модель с биквадратичным обменным взаимодействием при  $\Delta = 0$  и изотропный негейзенберговский ферромагнетик при  $\Delta = 1$ . Кроме того, второе слагаемое в гамильтониане (3.136) при  $\Delta = 1$  эквивалентно (3.101).

Также отметим, что упругая и магнитоупругая энергии в (3.136) являются «плоскими», т.е. мы предполагаем, что упругие деформации действуют только в плоскости пленки (плоскость ХОУ) и отличны от нуля только компоненты тензора деформаций  $u_{xx}$ ,  $u_{yy}$  и  $u_{xy}$ , а компоненты  $u_{zi} = 0$  ( $i = x, y, z$ ) [173]. Кроме того, предполагается, что волновой вектор лежит в плоскости пленки и парал-

лелен оси ОУ. Тогда фурье-образы компонент тензора магнитодипольного взаимодействия примут вид (1.19).

Поскольку все рассматриваемые нами взаимодействия действуют в плоскости пленки, то, очевидно, что магнитный момент также лежит в плоскости пленки. Для определенности будем считать, что он параллелен оси ОХ.

Выделяя в гамильтониане (3.136) среднее поле  $\langle S^x \rangle$ , связанное с упорядочением магнитных моментов, и дополнительные поля  $q_2^p$  ( $p = 0, 2$ ), определяемые квадрупольными моментами, получаем для одноузельного гамильтониана  $\mathcal{H}_0(n)$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0(n) = & -\bar{H}S_n^x - 2\Delta B_2^0 O_{2n}^0 - B_2^2 O_{2n}^2 + \\ & + \nu \left[ u_{xx}(n) (S_n^x)^2 + u_{yy}(n) (S_n^y)^2 + u_{xy} (S_n^x S_n^y + S_n^y S_n^x) \right], \end{aligned} \quad (3.137)$$

где  $\bar{H} = (J_0 + V_0^{xx}) \langle S^x \rangle$ ;  $B_2^0 = K_0 q_2^0 / 6$ ;  $B_2^2 = K_0 q_2^2 / 2$ . Как следует из симметрии задачи, отличных от нуля средних значений операторов  $O_2^t$  ( $t = xy, xz, yz$ ) не возникает.

Решая с гамильтонианом (3.137) уравнение Шредингера в базисе оператора  $S^x$ , найдем энергетические уровни магнитного иона:

$$\begin{aligned} E_{\bar{1}} &= \left[ 2\Delta B_2^0 - 2B_2^2 + \nu (2u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}) - \kappa \right] / 2, \\ E_{\bar{0}} &= \left[ 2\Delta B_2^0 - 2B_2^2 + \nu (2u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}) + \kappa \right] / 2, \\ E_{-\bar{1}} &= -2\Delta B_2^0 + 2B_2^2 + \nu u_{yy}^{(0)}, \\ \kappa^2 &= \left[ 2\Delta B_2^0 - 2B_2^2 + \nu (2u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}) \right]^2 + 4(2\Delta B_2^0 + 2B_2^2 - \nu u_{xx}^{(0)}) \times \\ & \times \left[ 4\Delta B_2^0 + \nu (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}) \right] + 4\bar{H}^2, \end{aligned} \quad (3.138)$$

а собственные функции одноузельного гамильтониана (3.137) имеют вид (3.7) с заменой  $|i\rangle$  на  $|\tilde{i}\rangle$  ( $i = -1, 0, 1$ ). Связь спиновых операторов с операторами Хаббарда имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
S_n^+ &= \cos 2\varphi (X_n^{\tilde{1}\tilde{0}} + X_n^{\tilde{0}\tilde{1}}) + \sin 2\varphi (X_n^{\tilde{1}\tilde{1}} - X_n^{\tilde{0}\tilde{0}}) + \sin \varphi (X_n^{-\tilde{1}\tilde{1}} - X_n^{\tilde{1}-\tilde{1}}) + \\
&+ \cos \varphi (X_n^{-\tilde{1}\tilde{0}} - X_n^{\tilde{0}-\tilde{1}}), \quad S_n^- = (S_n^+)^+, \\
S_n^z &= \cos \varphi (X_n^{-\tilde{1}\tilde{1}} + X_n^{\tilde{1}-\tilde{1}}) - \sin \varphi (X_n^{-\tilde{1}\tilde{0}} + X_n^{\tilde{0}-\tilde{1}}).
\end{aligned} \tag{3.139}$$

В случае низких температур, как видно из (3.138) нижайшим энергетическим уровнем является  $E_{\tilde{1}}$ . Тогда плотность свободной энергии можно представить в виде:

$$F \approx F_{el} + E_{\tilde{1}}, \tag{3.140}$$

а спонтанные деформации определяются из условия минимума этой функции. Причем, их вид зависит от того, в какой фазе находится система.

Используя связь спиновых операторов с операторами Хаббарда (3.139) и учитывая, что нижайшим энергетическим уровнем магнитного иона является  $E_{\tilde{1}}$ , можно получить явные выражения для параметров порядка системы при различных соотношениях материальных констант:

$$\langle S^x \rangle = \sin 2\varphi, \quad q_2^0 = (3 \cos 2\varphi - 1)/2, \quad q_2^2 = (1 + \cos 2\varphi)/2. \tag{3.141}$$

В системе могут реализовываться следующие спиновые состояния:

1. Ферромагнитное состояние. В этом состоянии при низких температурах среднее значение намагниченности (на один узел) должно быть близко к величине спина на узле. Так как в рассматриваемой системе  $S = 1$ , то  $\sin 2\varphi \approx 1$  ( $\varphi = \pi/4$ ), и параметры порядка имеют вид:

$$\langle S^x \rangle \approx 1, \quad q_2^0 \approx -1/2, \quad q_2^2 \approx 1/2. \tag{3.142}$$

Эту фазу назовем ФМ<sub>x</sub>-фазой. Волновая функция, соответствующая основному состоянию, имеет вид:  $\Psi(\tilde{1}) = (|\tilde{1}\rangle + |\tilde{0}\rangle) / \sqrt{2}$ .

2. При  $\varphi = 0$  параметры порядка имеют вид:

$$\langle S^x \rangle = 0, \quad q_2^0 = q_2^2 = 1, \tag{3.143}$$

т.е. в этом случае в системе реализуется квадрупольная фаза, которую мы назовем КУ<sub>1</sub>. В этой фазе  $\langle (S^y)^2 \rangle = 0$ ,  $\langle (S^x)^2 \rangle = \langle (S^z)^2 \rangle = 1$ , а волновая функция основного состояния имеет вид:  $\Psi(\tilde{\mathbf{1}}) = |\tilde{\mathbf{1}}\rangle$ .

3. Если же ( $\varphi = \pi/2$ ), то параметры порядка равны:

$$\langle S^x \rangle = 0, \quad q_2^0 = -2, \quad q_2^2 = 0. \quad (3.144)$$

И в этом случае в системе реализуется квадрупольная фаза, которую мы назовем КУ<sub>2</sub>. В этой фазе  $\langle (S^z)^2 \rangle = 0$ ,  $\langle (S^x)^2 \rangle = \langle (S^y)^2 \rangle = 1$ , а волновая функция основного состояния имеет вид:  $\Psi(\tilde{\mathbf{1}}) = |\tilde{\mathbf{0}}\rangle$ .

Проанализируем решения дисперсионного уравнения (3.13), предполагая, что система находится в ФМ<sub>x</sub>-фазе. Как уже отмечалось ранее, параметры порядка в этом состоянии (при низких температурах) имеют вид (3.142), откуда можно получить критерий на материальные параметры, определяющие условие существования ФМ<sub>x</sub>-фазы:

$$J_0 \geq (1 - \Delta) K_0 / 4 - A_0 / 3. \quad (3.145)$$

Таким образом, если материальные константы удовлетворяют условию (3.145), то система находится в ФМ<sub>x</sub>-фазе.

Рассмотрим спектры элементарных возбуждений в этом состоянии. Как уже отмечалось, учет магнитоупругого взаимодействия приводит к гибридизации упругих и магнитных возбуждений, т.е. к возникновению магнитоупругой волны. Эту гибридизованную волну можно представить, как совокупность квазимагнитных и квазиупругих возбуждений (квазимагнонов и квазифононов, соответственно).

При произвольных значениях параметра  $\Delta$  ( $0 \leq \Delta \leq 1$ ) спектры квазимагнонов (в длинноволновом пределе) имеют вид:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\perp}^2(k) &= 2 \left( J_0 - \Delta K_0 + \frac{A_0}{3} + \Delta \gamma k^2 \right) \left( 2J_0 - \frac{1+3\Delta}{2} K_0 + \frac{2}{3} A_0 + \frac{1+3\Delta}{2} \gamma k^2 \right), \\ \varepsilon_{\parallel}^2(k) &= \left[ (1-\Delta) J_0 + \frac{3(1-\Delta)}{4} K_0 + A_0 + \frac{\nu^2(2+\sigma)}{2E} - \Omega_0 k + \Delta(\alpha + \gamma) k^2 \right] \times \\ &\quad \times \left[ -\frac{1-\Delta}{4} K_0 + \frac{\nu^2(2+\sigma)}{2E} + \Omega_0 k + (\alpha + \gamma) k^2 \right].\end{aligned}\quad (3.146)$$

Спектры  $l$ - и  $t$ -поляризованных квазифононов равны:

$$\begin{aligned}\omega_1^2(k) &= \omega_t^2(k) \frac{J_0 - (1+3\Delta)K_0/4 + A_0/3 - \nu^2/(4E) + (1+3\Delta)\gamma k^2/4}{J_0 - (1+3\Delta)K_0/4 + A_0/3 + (1+3\Delta)\gamma k^2/4}, \\ \omega_2^2(k) &\approx \omega_t^2(k) \left( 1 + 2\nu^2/(E(1-\Delta)K_0) \right).\end{aligned}\quad (3.147)$$

Из выражения (3.147) следует, что при

$$J_0^{\Phi M} = (1+3\Delta)K_0/4 - A_0/3 + \nu^2/(4E) \quad (3.148)$$

спектр  $l$ -поляризованных квазифононов размягчается

$$\omega_1^2(k) = \omega_t^2(k) (1+3\Delta)E\gamma k^2/\nu^2, \quad (3.149)$$

а выражение (3.148) определяет точку устойчивости ФМ<sub>x</sub>-фазы.

Необходимо отметить, что учет биквадратичного взаимодействия приводит к размягчению спектра  $l$ -поляризованных квазифононов, а не поперечно-поляризованных, как это обычно наблюдается в гейзенберговских магнетиках [189]. Также отметим, что при соотношении материальных констант, определяемом формулой (3.148), в спектре «поперечных» квазимагнонов появляется магнитоупругая щель, усиленная константой биквадратичного взаимодействия

$$\varepsilon_{\perp}^2(0) = \nu^2 \left( (1-\Delta)K_0 + \nu^2/E \right) / (4E). \quad (3.150)$$

Выражение (3.148) при  $\Delta = 1$  (изотропный негейзенберговский ферромагнетик) хорошо согласуется с известными результатами [130,189], а щель в спектре поперечных квазимагнонов становится чисто магнитоупругой. Кроме того, как следует из выражения (3.146), при  $\Delta \rightarrow 0$  спектр квазимагнонов  $\varepsilon_{\parallel}(k)$  теряет физический смысл, т.е. ФМ<sub>x</sub>-фаза не реализуется. Это связано с влиянием магнитодипольного взаимодействия, и, как мы увидим в дальнейшем, это

взаимодействие приводит к реализации специфического пространственно-неоднородного состояния в ХУ-модели при  $\Delta \rightarrow 0$ .

Рассмотрим теперь решения дисперсионного уравнения (3.13) в случае, когда неравенство (3.145) имеет противоположный знак. При таком соотношении материальных констант в рассматриваемой системе реализуются квадрупольные фазы.

Рассмотрим вначале КУ<sub>1</sub>-фазу. В этом случае параметр обобщенного  $u$ - $v$  преобразования  $\varphi = 0$ , а параметры порядка определяются выражениями (3.143). Спектры квазифононов в этой фазе остаются линейным по волновому вектору, а спектры квазимагнонов принимают вид:

$$\varepsilon_{\parallel}^2(k) = \left( (1-\Delta)K_0 + \frac{v^2\sigma}{E} + 2\Delta\gamma k^2 \right) \left( (1+\Delta)K_0 - 2J_0 - \frac{2}{3}A_0 + \frac{v^2\sigma}{E} + 2\alpha k^2 \right), \quad (3.151)$$

$$\varepsilon_{\perp}^2(k) = 4 \left( \frac{v^2(1+\sigma)}{2E} + \gamma k^2 \right) \left( K_0 - \Delta J_0 + \frac{2}{3}A_0 + \frac{v^2(1+\sigma)}{2E} - \Omega_0 k + \Delta\alpha k^2 \right). \quad (3.152)$$

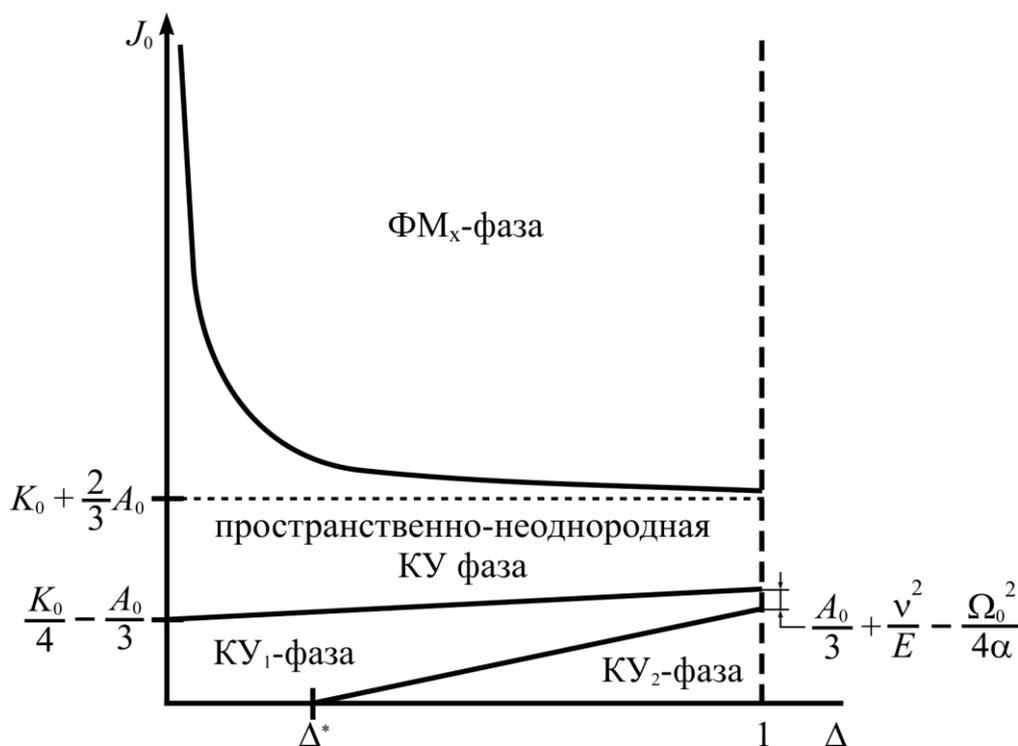
В отсутствие магнитодипольного взаимодействия ( $A_0 = \Omega_0 = 0$ ) в изотропном случае ( $\Delta = 1$ ) спектры квазимагнонов  $\varepsilon_{\parallel}(k)$  и  $\varepsilon_{\perp}(k)$  отличаются на величину параметра магнитоупругого взаимодействия, которое снимает вырождение возбуждённых энергетических уровней магнитного иона. Наличие обменной анизотропии также снимает вырождение возбуждённых энергетических уровней магнитного иона, что проявляется в различии спектров (3.151) и (3.152).

Критическое значение материальных констант, при котором имеет место фазовый переход из КУ<sub>1</sub>-фазы можно определить из условия обращения в ноль щели в «низкочастотном» квазимагнонном спектре  $\varepsilon_{\perp}(k)$ . При этом необходимо учесть перенормировку щели, связанную с конечностью волнового вектора. Как следует из выражения (3.152), в квадрупольной фазе имеется минимум, при  $k^* = \Omega_0/(4\Delta\alpha)$ . В этом случае, критические значения материальных констант будут зависеть от величины критического значения волнового вектора  $k^*$ :

$$\Delta J_0^{KV_1} = K_0 + 2A_0/3 + v^2(1+\sigma)/(2E) - \Omega_0^2/(4\Delta\alpha). \quad (3.153)$$

Такое поведение спектров квазимагнонов свидетельствует о том, что при  $J_0 < J_0^{KY_1}$  в системе реализуется пространственно-неоднородное состояние, а выражение (3.153) определяет точку устойчивости при фазовом переходе из пространственно-неоднородного состояния в ферромагнитную фазу. При этом неоднородность связана не с пространственным распределением намагниченности, а с изменением квадрупольных параметров порядка, которые в свою очередь связаны с ориентацией главных осей тензора квадрупольных моментов. Период этого пространственно-неоднородного распределения определяется величиной обратной критическому значению волнового вектора  $k^*$ .

В случае изотропного негейзенберговского ферромагнетика ( $\Delta = 1$ ) полученные результаты в точности соответствуют полученным ранее результатам [192,196]. При  $\Delta \rightarrow 0$  (негейзенберговская XY-модель), величина  $J_0^{KY_1}$  начинает быстро возрастать, т.е. пространственно-неоднородная квадрупольная фаза начинает «вытеснять» ФМ<sub>x</sub>- фазу (см. рис. 3.15).



**Рис. 3.15.** Фазовая диаграмма двумерного негейзенберговского ферромагнетика со сложными обменными взаимодействиями при  $T \ll T_C$ .

Рассмотрим теперь спектры элементарных возбуждений в  $KY_2$ -фазе. В этой фазе спектры квазимагнонов имеют вид:

$$\varepsilon_{\parallel}^2(k) = 4 \left( \frac{\nu^2(1-\sigma)}{2E} + \Delta\gamma k^2 \right) \left( \Delta K_0 - J_0 - \frac{A_0}{3} + \frac{\nu^2(1-\sigma)}{2E} + \Omega_0 k + \alpha k^2 \right), \quad (3.154)$$

$$\varepsilon_{\perp}^2(k) = 4 \left( \frac{\nu^2(1-\sigma)}{2E} + \Delta\gamma k^2 \right) \left( \Delta K_0 - J_0 - \frac{A_0}{3} + \frac{\nu^2(1-\sigma)}{2E} + \alpha k^2 \right). \quad (3.155)$$

Квазифоннные спектры остаются линейными по волновому вектору.

Как следует из (3.154) и (3.155),  $KY_2$ -фаза в случае негейзенберговской ХУ-модели ( $\Delta \rightarrow 0$ ) не реализуется. Эта фаза возникает лишь начиная с некоторого  $\Delta^*$ , которое можно определить из условия положительности спектров:

$$\Delta^* = \frac{J_0}{K_0} + \frac{A_0}{3K_0} - \frac{\nu^2(1-\sigma)}{2EK_0}. \quad (3.156)$$

Необходимо отметить, что в отсутствие магнитодипольного взаимодействия спектры высокочастотных (3.154) и низкочастотных (3.155) квазимагнонов совпадают, что свидетельствует о вырождении возбужденных энергетических уровней магнитного иона. Таким образом, магнитодипольное взаимодействие снимает это вырождение.

Как следует из (3.155), точка фазового перехода из  $KY_2$ -фазы равна

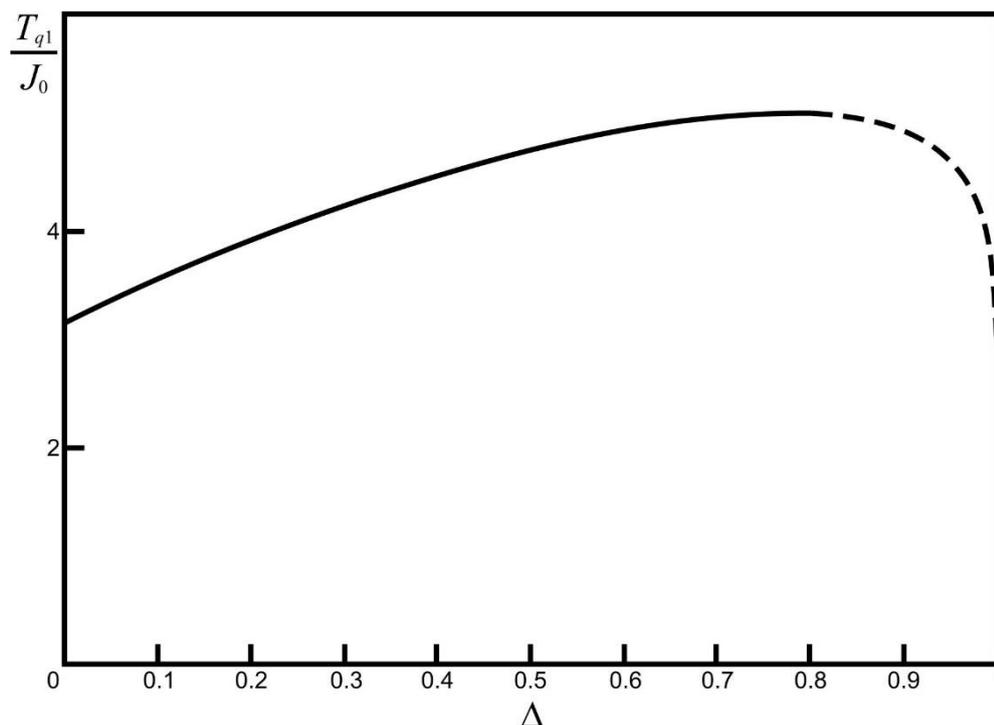
$$J_0^{QU_2} = \Delta K_0 + \frac{A_0}{3} - \frac{\nu^2(1-\sigma)}{2E}. \quad (3.157)$$

Таким образом, при соотношении материальных констант, определяемом соотношением (3.157), в системе переходит фазовый переход второго рода из  $KY_2$ -фазы в  $KY_1$ -фазу. Также отметим, что при  $\Delta = 1$  (изотропный негейзенберговский ферромагнетик), данные результаты хорошо согласуются с результатами работы [189].

Используя формулы (3.148), (3.153), (3.156) и (3.157) можно схематично построить фазовую диаграмму двумерного негейзенберговского ферромагнетика с анизотропными обменными взаимодействиями при низких температурах. Эта диаграмма представлена на рис. 3.15.

### 3.4.2. Фазовые переходы по температуре

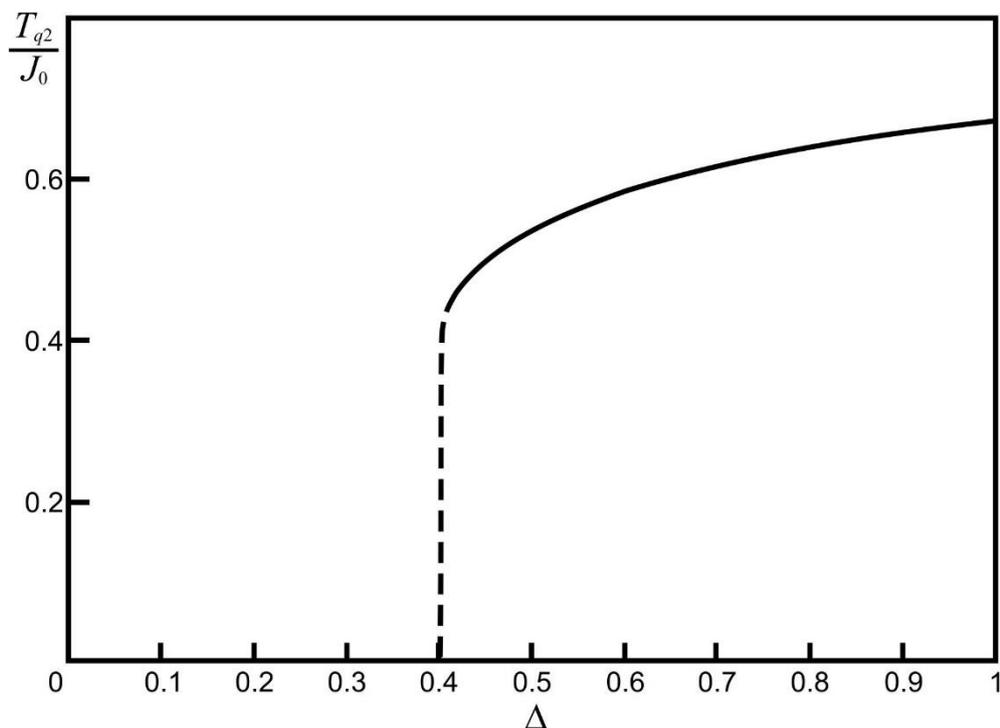
Выполняя процедуру, подробно описанную в подразделах 3.2.3 и 3.3.2, можно найти температуру перехода из КУ<sub>1</sub>-фазы в парамагнитную фазу,  $T_{q1}$ . На рис. 3.16 показаны зависимости температуры перехода от величины параметра обменной анизотропии  $\Delta$  для характерных значений материальных констант [18,198] ( $J_0 = 2000$  кЭ,  $K_0 = 2,5J_0$ ,  $\nu^2/E = 1,5$  Э,  $\sigma = 0,3$ ,  $A_0 = 14$  кЭ,  $\Omega_0 = 18$  кЭ).



**Рис. 3.16.** Зависимость температуры перехода из КУ<sub>1</sub>-фазы в парамагнитное состояние от параметра обменной анизотропии.

График зависимости температуры перехода из КУ<sub>2</sub>-фазы в парамагнитную фазу,  $T_{q2}$ , от величины параметра обменной анизотропии  $\Delta$  показан на рис. 3.17. Как видно из рис. 3.17, КУ<sub>2</sub>-фаза реализуется не для всех значений параметра  $\Delta$ , а лишь начиная с  $\Delta = 0,4$ , что соответствует значению  $\Delta^*$  (см. формулу (3.156)), полученному из спектров квазимагнонов. Для всех  $\Delta < 0,4$  фазовый переход по температуре всегда происходит из ферромагнитной фазы в КУ<sub>1</sub>-фазу. Более того, расчеты показывают, что при малых значениях параметра магнитоупругого взаимодействия ( $\nu^2/E \sim 1,5$  Э) температура перехода из КУ<sub>2</sub>-фазы равна нулю. Однако, увеличение параметра магнитоупругого взаимодействия

$\nu^2/E$  приводит к возникновению отличной от нуля температуры перехода из КУ<sub>2</sub>-фазы в парамагнитную фазу. Такая ситуация может наблюдаться, например, для терфенола-Д, в котором  $\nu^2/E$  достигает 150 Э [200], и ряде других соединений, содержащих редкоземельные элементы [201]. Для таких веществ существует отличная от нуля  $T_{q2}$ .

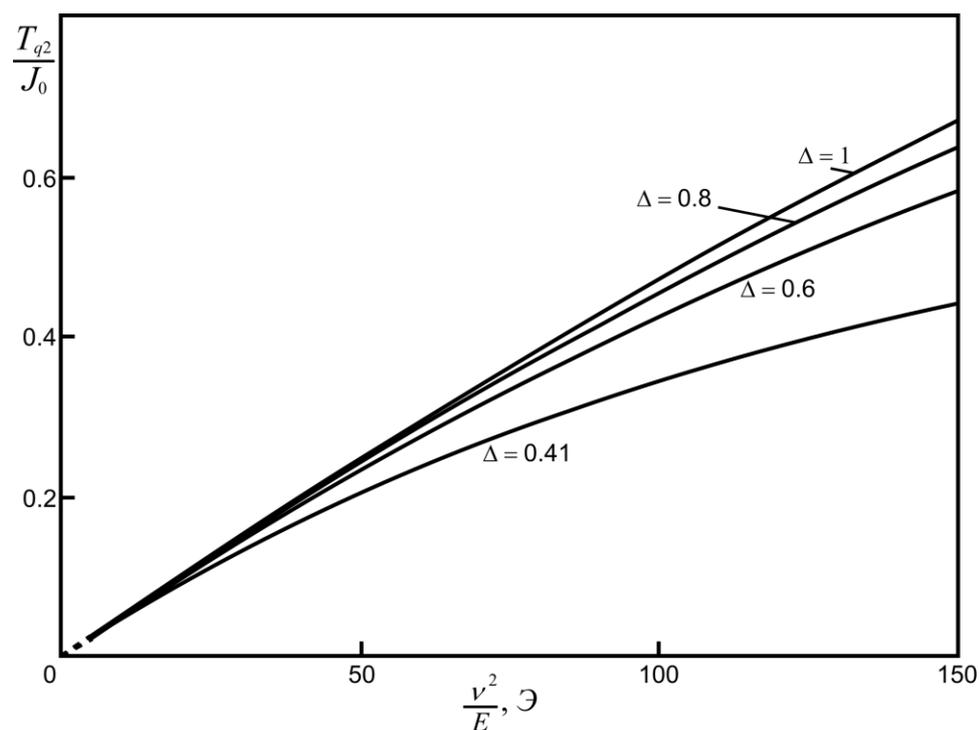


**Рис. 3.17.** Зависимость температуры перехода из КУ<sub>2</sub>-фазы от параметра обменной анизотропии.

Этот результат можно понять из следующих соображений. Влияние магнитоупругого взаимодействия в КУ<sub>1</sub>-фазе не очень велико и сводится лишь к небольшой перенормировке температуры перехода в парамагнитное состояние. В КУ<sub>2</sub>-фазе магнитоупругое взаимодействие вблизи температуры перехода играет определяющую роль. Существование этих принципиальных различий связано с тем, что в КУ<sub>1</sub>-фазе компоненты тензора квадрупольных моментов лежат в плоскости, перпендикулярной плоскости пленки, что создает эффективную анизотропию типа «легкая ось», которая и стабилизирует дальний квадрупольный порядок. В КУ<sub>2</sub>-фазе компоненты тензора квадрупольных моментов лежат в плоскости пленки. В этой же плоскости действует обменная анизотропия и магнитодипольное взаимодействие, создающие анизотропию типа «легкая

плоскость». Эта ситуация очень напоминает теорему Мермина-Вагнера [25] об отсутствии дальнего магнитного порядка в изотропных или легкоплоскостных ферромагнетиках. Наличие достаточно большого магнитоупругого взаимодействия приводит к возникновению эффективной анизотропии типа «легкая ось в плоскости», которая нарушает вращательную симметрию системы в легкой плоскости, а, следовательно, приводит к возникновению дальнего квадрупольного порядка и появлению ненулевой температуры перехода в парамагнитную фазу.

График, показанный на рис. 3.17, построен для  $\nu^2/E = 150$  Э и показывает зависимость температуры перехода из  $KU_2$ -фазы от параметра обменной анизотропии  $\Delta$ . Зависимость температуры перехода из  $KU_2$ -фазы в парамагнитную фазу от величины магнитоупругого взаимодействия показана на рис. 3.18.



**Рис. 3.18.** Зависимость температуры перехода из  $KU_2$ -фазы от величины магнитоупругого взаимодействия.

## Основные результаты третьего раздела

1. Впервые показано, что учет обменной анизотропии и магнитоупругого взаимодействия приводит к реализации каскада фазовых переходов в ультратонких магнитных пленках. Причем конкуренция обменной и одноионной анизотропий не приводит к возникновению угловой фазы, а проявляется в реализации пространственно-неоднородного состояния. При этом «плоское» магнитоупругое взаимодействие определяет реализацию состояния «легкая ось в плоскости», которое не реализуется в случае «объемного» магнитоупругого взаимодействия.
2. Впервые исследованы фазовые переходы по материальным константам, внешнему магнитному полю и температуре в негейзенберговских ферромагнетиках с анизотропными обменными взаимодействиями при произвольной величине обменной анизотропии. Полученные результаты для предельных случаев модели Изинга и XY-модели совпадают с известными результатами, что подтверждает правильность результатов при произвольной величине обменной анизотропии.
3. Впервые исследовано совместное влияние магнитоупругого и магнитодипольного взаимодействий на фазовые переходы в двумерном негейзенберговском ферромагнетике со сложным обменным взаимодействием. Предсказана возможность реализации квадрупольной фазы с пространственно-неоднородным распределением тензорных параметров порядка.

## Раздел 4. Спиральная магнитная структура в гейзенберговских и негейзенберговских магнетиках

Как было отмечено во введении, первая модулированная магнитная структура – простая магнитная спираль – была экспериментально обнаружена в  $\text{MnAu}_2$  более 40 лет назад (см. обзор [94]). Однако, как это ни удивительно, возможность реализации спиральных магнитных структур в сильно анизотропных гейзенберговских магнетиках и магнетиках с большим биквадратичным обменным взаимодействием (негейзенберговские магнетики), насколько нам известно, не исследована. При этом существенное влияние имеет размерность системы – 2D или 3D. В первом случае учет магнитодипольного взаимодействия может привести к реализации пространственно-неоднородного (доменного) состояния в дополнение к спиральной структуре.

В **первом подразделе** будет рассмотрено влияние большой одноионной анизотропии на возможность реализации спиральной магнитной структуры в гейзенберговском магнетике.

Во **втором подразделе** мы исследуем влияние большой одноионной анизотропии на возможность реализации спиральной магнитной структуры в негейзенберговском магнетике.

В **третьем подразделе** мы рассмотрим фазовые состояния и фазовые переходы в двумерном фрустрированном гейзенберговском магнетике с большой легкоплоскостной анизотропией.

#### 4.1. Спиральная магнитная структура в сильно анизотропном гейзенберговском магнетике

В качестве исследуемой системы рассмотрим бесконечный магнитный кристалл, обладающий большой одноионной анизотропией типа «легкая плоскость». В качестве базисной плоскости выберем плоскость XOY. Система находится во внешнем магнитном поле, перпендикулярном базисной плоскости,  $\vec{H} \parallel OZ$ . Спин магнитного иона предполагается равным единице – это, то минимальное значение спина, при котором возможно существование одноионной анизотропии. Гамильтониан такого магнетика можно представить в виде:

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{f,f'} \tilde{J}_{ff'} \vec{S}_f \vec{S}_{f'} + \frac{\beta}{2} \sum_f (S_f^z)^2 - H \sum_f S_f^z, \quad (4.1)$$

где  $f = (l, n)$  – номер узла в кристалле, а обменное взаимодействие определено следующим образом:  $\tilde{J}_{ff'} = J_{mn'} \delta_{l,l'} - J_{ll'}^{(1)} \delta_{n,n'} \delta_{l',l+1} + J_{ll'}^{(2)} \delta_{n,n'} \delta_{l',l+2}$ ,  $n$  – номер узла в базисной плоскости (XOY), индекс  $l$  нумерует узлы вдоль направления OZ, которое совпадает с направлением волнового вектора спирали;  $S_f^i$   $i$ -я компонента спинового оператора в узле  $f$ ;  $\beta > 0$  – константа легкоплоскостной одноионной анизотропии. При этом,  $J^{(1)}$  больше, чем  $J^{(2)}$ ; кроме того, предполагается, что  $\beta > \tilde{J}$ . Дальнейшие вычисления будем проводить для случая низких температур ( $T = 0$ ), в котором наиболее ярко проявляются специфические свойства большой одноионной анизотропии.

Поскольку нас интересуют эффекты, связанные с одноионной анизотропией, необходимо учитывать это взаимодействие точно. Для этого, как и раньше, мы воспользуемся техникой операторов Хаббарда [132,142,145,146].

В общем случае, кроме молекулярного поля, связанного с наличием гейзенберговского обменного взаимодействия, в рассматриваемом магнетике возникают дополнительные (квадрупольные) молекулярные поля, связанные с учетом большой одноионной анизотропии

$$q_2^0 = \langle Q_2^0 \rangle, \quad q_2^2 = \langle Q_2^2 \rangle. \quad (4.2)$$

Выделяя в (4.1) среднее поле  $\langle S_f^z \rangle$ , связанное с упорядочением магнитного момента, и дополнительное поле  $\langle Q_{2f}^p \rangle \equiv q_2^p$ , определяющее средний квадрупольный момент, для эффективного одноузельного гамильтониана  $\mathcal{H}_0(f)$ , получаем:

$$\mathcal{H}_0(f) = \varepsilon_0 - \bar{H}S_f^z + B_2^0 Q_{2f}^0 - B_2^2 Q_{2f}^2 \quad (4.3)$$

где  $\varepsilon_0 = \frac{\beta}{6}S(S+1) + \frac{1}{2}\tilde{J}_0 \langle S^z \rangle^2$ ,  $\bar{H} = H + \tilde{J}_0 \langle S^z \rangle$ ,  $B_2^0 = \frac{\beta}{6}$ ,  $B_2^2 = q_2^2$ . Последнее слагаемое в гамильтониане (4.3) введено формально, поскольку, как мы покажем в дальнейшем, для гейзенберговского магнетика компонента тензора квадрупольных моментов  $q_2^2$  равна нулю при любых соотношениях материальных констант.

Решение уравнения Шредингера с одноузельным гамильтонианом (4.3) позволяет получить энергетические уровни магнитного иона (с точностью до аддитивной константы  $\varepsilon_0$ )

$$E_{\pm 1} = 3B_2^0 \mp \sqrt{\bar{H}^2 + (B_2^2)^2}, \quad E_0 = 0. \quad (4.4)$$

и собственные функции (4.3):

$$\Psi_n(1) = \cos\theta|1\rangle + \sin\theta|-1\rangle, \quad \Psi_n(0) = |0\rangle, \quad \Psi_n(-1) = -\sin\theta|1\rangle + \cos\theta|-1\rangle, \quad (4.5)$$

где  $\cos\theta = \left[ \frac{\sqrt{\bar{H}^2 + (B_2^2)^2} + \bar{H}}{2\sqrt{\bar{H}^2 + (B_2^2)^2}} \right]^{\frac{1}{2}}$ ,  $\sin\theta = \left[ \frac{\sqrt{\bar{H}^2 + (B_2^2)^2} - \bar{H}}{2\sqrt{\bar{H}^2 + (B_2^2)^2}} \right]^{\frac{1}{2}}$ ,  $|M\rangle$  – собственные

векторы оператора  $S^z$  ( $M = 1, 0, -1$ ).

Для изучаемой нами системы связь спиновых операторов с операторами Хаббарда имеет вид (2.129). Пользуясь этой связью, можно представить параметры порядка системы при  $T = 0$  можно представить в виде:

$$\langle S^z \rangle = \cos 2\theta, \quad q_2^0 = 3 \langle (S^z)^2 \rangle - 2, \quad q_2^2 = \sin 2\theta. \quad (4.6)$$

Исходя из выражений (4.6) и (4.4), можно сказать, что при  $T = 0$  существует как минимум два интервала полей, в которых реализуются однородные фазовые состояния.

1. При  $H > \beta/2$  в системе реализуется ферромагнитная фаза с магнитным моментом, направленным вдоль внешнего магнитного поля (параллельно оси OZ). При этом, как следует из (4.4), нижайшим энергетическим уровнем является  $E_1$ , а волновая функция этого состояния  $\Psi(1) = |1\rangle$ . Параметры порядка системы, как видно из (4.6), имеют вид:

$$\langle S^z \rangle = 1, \quad q_2^0 = 1, \quad q_2^2 = 0. \quad (4.7)$$

Из (4.7) следует, что в случае больших полей  $\cos 2\theta = 1$ ,  $\sin 2\theta = 0$  и  $\langle (S^z)^2 \rangle = 1$ ,  $\langle (S^x)^2 \rangle = \langle (S^y)^2 \rangle = 1/2$ .

2. Если внешнее поле  $H < \beta/2$ , то, как следует из (4.4), нижайшим энергетическим уровнем является  $E_0$ . Волновая функция этого состояния  $\Psi(0) = |0\rangle$ , а параметры порядка системы равны:

$$\langle S^z \rangle = 0, \quad q_2^0 = -2, \quad q_2^2 = 0. \quad (4.8)$$

Это фазовое состояние является квадрупольно упорядоченным, поскольку отличным от нуля параметром порядка является компонента тензора квадрупольных моментов  $q_2^0$  [54]. В некоторых работах такое фазовое состояние называют ванфлековским парамагнетиком [48,202]. Данное фазовое состояние уже обнаружено экспериментально во многих системах [203].

Нашей задачей является определение областей существования ферромагнитной и квадрупольной фаз. Для этого исследуем спектры элементарных возбуждений в соответствующих фазах. Процедура получения дисперсионного уравнения подробно описана выше. Поэтому мы сразу перейдем к рассмотрению решений дисперсионного уравнения для случая больших магнитных полей ( $H \geq \beta/2$ ). Энергетические уровни магнитного иона равны:

$$E_{\pm 1} = \frac{\beta}{2} \mp \bar{H}, \quad E_0 = 0. \quad (4.9)$$

Как следует из (4.9), нижайшим энергетическим уровнем в этом случае является  $E_1$ . Тогда, как следует из (2.129) и (4.6), параметры порядка имеют вид (4.7), и, следовательно, в этом случае в системе реализуется ферромагнитная фаза.

Спектр магнонов в этом случае имеет вид:

$$\varepsilon(k) = H - \frac{\beta}{2} + \tilde{J}_0 - \tilde{J}(k), \quad (4.10)$$

где  $\tilde{J}(k) = J_0 - J_0^{(1)} \cos k + J_0^{(2)} \cos 2k$  – фурье-образ констант обменного взаимодействия. Здесь предполагается, что волновой вектор ориентирован вдоль оси OZ, т.е.  $\vec{k} = (0, 0, k)$ . Спектр магнонов (4.10) можно переписать в виде:

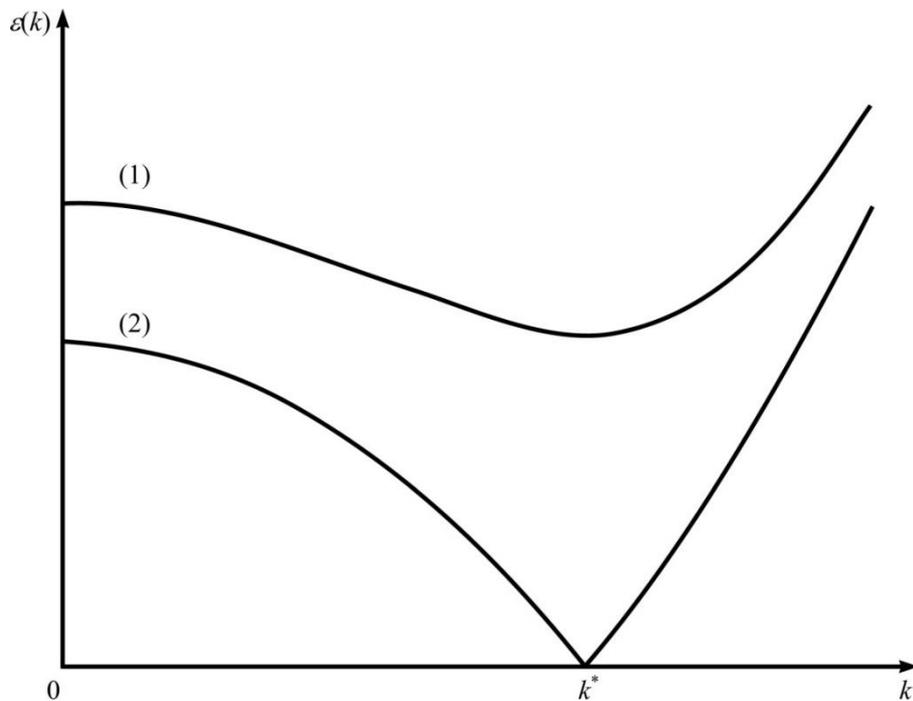
$$\varepsilon(k) = H - \frac{\beta}{2} - k^2 \left( \frac{J_0^{(1)}}{2} - 2J_0^{(2)} \right) + k^4 \left( \frac{J_0^{(1)}}{24} - \frac{2J_0^{(2)}}{3} \right) = H - \frac{\beta}{2} - \delta k^2 + \gamma k^4, \quad (4.11)$$

где  $\delta = \frac{J_0^{(1)}}{2} - 2J_0^{(2)}$ ,  $\gamma = \frac{J_0^{(1)}}{24} - \frac{2}{3}J_0^{(2)}$ .

Из условия обращения в ноль щели в спектре (4.11) найдем поле фазового перехода из ферромагнитной фазы. При этом необходимо учесть перенормировку щели. Как следует из (4.11), спектр магнонов в ферромагнитной фазе имеет локальный минимум при  $k = 0$ , а при  $(k^*)^2 = \delta/2\gamma$  – абсолютный минимум (см. рис. 4.1). Таким образом, величина поля перехода из ферромагнитной фазы в состояние со спиральным распределением вектора намагниченности зависит от величины критического значения волнового вектора  $k^*$ :

$$H_{c1} = \frac{\beta}{2} + \frac{\delta^2}{4\gamma}. \quad (4.12)$$

Как видно из (4.11) и (4.12), при  $H = H_{c1}$  система испытывает фазовый переход второго рода из ферромагнитной фазы в спиральную магнитную структуру с осью спирали параллельной оси OZ. При этом шаг магнитной спирали равен  $1/k^* = \sqrt{2\gamma/\delta}$ . Этот результат совпадает с результатом работы [95].



**Рис. 4.1.** Магнонный спектр трехмерного фрустрированного магнетика в ферромагнитной фазе. Кривая 1 соответствует случаю  $H > \beta/2$ , кривая 2 –  $H = H_{c1}$ .

Рассмотрим теперь случай малых полей ( $H < \beta/2$ ). Как следует из (4.4), при больших значениях одноионной анизотропии и малых магнитных полях, происходит инверсия энергетических уровней, и нижайшим уровнем магнитного иона становится  $E_0$ . Тогда параметры порядка системы определяются выражениями (4.8), т.е. магнетик находится в квадрупольной фазе. Эту квадрупольную фазу назовем КУ<sub>2</sub>-фазой.

Спектр магнонов в КУ<sub>2</sub>-фазе имеет вид:

$$\varepsilon(k) = \frac{1}{2} \sqrt{\beta(\beta - 4\tilde{J}_0 - 4\delta k^2 + 4\gamma k^4)} - H. \quad (4.13)$$

Из (4.13) следует, что спектр магнонов имеет локальный минимум при  $k = 0$ , а при  $(k^*)^2 = \delta/2\gamma$  – абсолютный. Поэтому при

$$H_{c2} = \sqrt{\frac{\beta}{4} \left( \beta - 4\tilde{J}_0 - \frac{\delta^2}{\gamma} \right)} \approx \frac{\beta}{2} - J_0 + J_0^{(1)} - J_0^{(2)} - \frac{\delta^2}{4\gamma} \quad (4.14)$$

исследуемая система переходит из КУ<sub>2</sub>-фазы в спиральную фазу с шагом спирали  $1/k^* = \sqrt{2\gamma/\delta}$ . Спектр магнонов в этом случае аналогичен, показанному на

рис. 4.1, однако теперь кривая 1 будет соответствовать случаю слабых полей ( $H < \beta/2$ ), а кривая 2 – случаю  $H = H_{c2}$ . Из выражения (4.13) видно, что квадрупольная фаза реализуется только, начиная с определенного критического значения одноионной анизотропии:

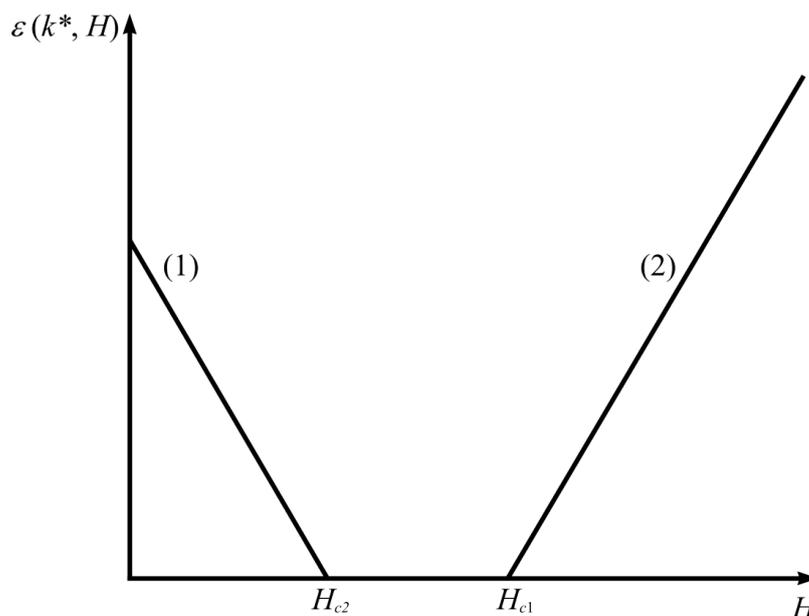
$$\beta > \beta_c = 4\tilde{J}_0 + \frac{\delta^2}{\gamma}. \quad (4.15)$$

Необходимо отметить, что ситуация, описанная выше, когда щель в магнетонном спектре перенормируется некоторым критическим значением волнового вектора  $k^*$ , наблюдалась экспериментально, например, в [204]. На рис. 4.2 показаны зависимости спектров (4.10) и (4.13) от внешнего магнитного поля  $H$ , построенные для некоторого фиксированного значения волнового вектора ( $k = k^*$ ), которые хорошо качественно согласуются с экспериментальными результатами [204] полученными для  $\text{Ni}_5(\text{TeO}_3)_4\text{Cl}_2$ , в котором существенное влияние оказывает фрустрированное обменное взаимодействие. Конечно, система, исследуемая в [204] отличается от изучаемой нами модели, поскольку  $\text{Ni}_5(\text{TeO}_3)_4\text{Cl}_2$  является слабо анизотропным магнетиком, но спектры имеют одинаковую структуру и поведение.

Таким образом, в фрустрированном магнетике с большой одноионной анизотропией возможна реализация спиральной магнитной структуры. Область существования этого фазового состояния (по магнитному полю) равна:

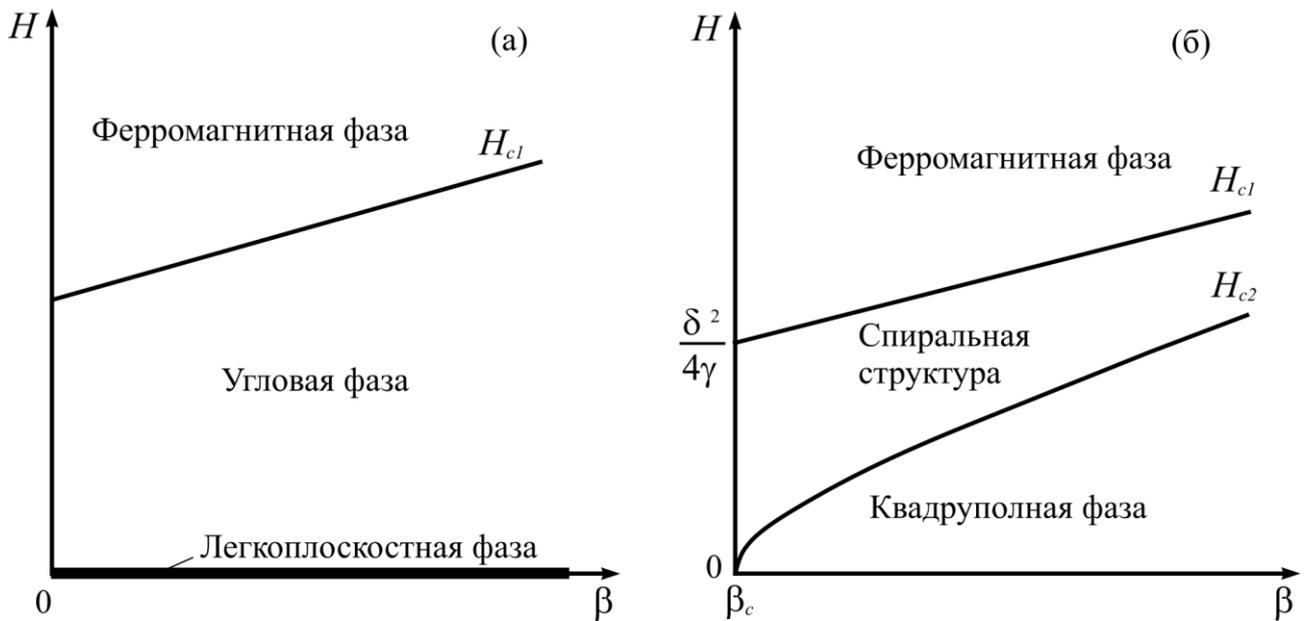
$$\Delta H = H_{c1} - H_{c2} \approx J_0 - J_0^{(1)} + J_0^{(2)} + \frac{\delta^2}{2\gamma}, \quad (4.16)$$

а шаг магнитной спирали определяется константами обменных взаимодействий.



**Рис. 4.2.** Зависимость магнонных спектров от внешнего магнитного поля. Кривая (1) соответствует спектру (4.13), кривая (2) – спектру (4.10).

Фазовая диаграмма рассматриваемой системы для случая  $T = 0$  схематично представлена на рис. 4.3. Рисунок 4.3 (а) соответствует слабой одноионной анизотропии меньшей критического значения (4.15). Необходимо отметить, что в случае малой анизотропии легкоплоскостная фаза может реализоваться только при отсутствии поля (жирная линия на рис. 4.3 (а)). Рисунок 4.3 (б) соответствует большой одноионной анизотропии, превосходящей критическое значение (4.15). Как легко видеть, в этом случае угловая фаза замещается спиральной магнитной структурой. При этом легкоплоскостная фаза не может реализоваться в принципе из-за влияния большой одноионной анизотропии. Вместо нее реализуется  $KU_2$ -фаза.



**Рис. 4.3.** Фазовая диаграмма фрустрированного гейзенберговского магнетика со слабой ( $\beta < \beta_c$ ) (а) и сильной ( $\beta \geq \beta_c$ ) (б) одноионной анизотропией.

Как отмечалось в [54], в случае одноосных кристаллов вектор модулированной структуры направлен по оси кристалла. Магнитную структуру таких систем удобно описывать одним комплексным вектором  $\vec{m} = \vec{m}_+ + i\vec{m}_-$ . Синусоидальной модуляции отвечают  $\vec{m}_+$  и  $\vec{m}_-$ , параллельные друг другу, а геликоидальной – перпендикулярные друг другу и равные по величине. При симметрии кристалла типа «легкая плоскость», рассматриваемой в данном случае, существенными являются только компоненты намагниченности, перпендикулярные вектору структуры, и, следовательно, в системе реализуется спиральная магнитная структура.

Также, необходимо отметить, что полученные нами результаты относятся к случаю, когда константы обменного взаимодействия таковы, что  $J_0 > J_0^{(1)}$ . Если же обменные интегралы таковы, что  $J_0 < J_0^{(1)}$ , то, как следует из (4.12) и (4.14),  $H_{c2} > H_{c1}$ , и в системе реализуется фазовый переход первого рода из ферромагнитной фазы в  $KU_2$ -фазу через неоднородное состояние типа магнитной спирали.

## 4.2. Спиральная магнитная структура в анизотропном негейзенберговском магнетике

Рассмотрим теперь анизотропный негейзенберговский магнетик, описываемый гамильтонианом

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{f,f'} \tilde{J}_{ff'} \vec{S}_f \vec{S}_{f'} - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} K_{nn'} \delta_{ll'} (\vec{S}_n \vec{S}_{n'})^2 + \frac{\beta}{2} \sum_f (S_f^z)^2 - H \sum_f S_f^z, \quad (4.17)$$

где  $K_{nn'} \delta_{ll'} > 0$  – константа биквадратичного обменного взаимодействия в базисной плоскости. Все остальные обозначения, использованные в гамильтониане (4.17), соответствуют обозначениям, введенным выше. Как и ранее будем рассматривать магнетик со спином магнитного иона  $S = 1$  при  $T = 0$ . При этом в отличие от гейзенберговского магнетика знак константы анизотропии мы не фиксируем. Волновой вектор ориентирован вдоль оси OZ, т.е.  $\vec{k} = (0, 0, k)$ .

Выделяя в гамильтониане (4.17) среднее поле, связанное с упорядочением магнитных моментов, и дополнительные поля, определяющие квадрупольное упорядочение, получаем для одноузельного гамильтониана  $\mathcal{H}_0(n)$ :

$$\mathcal{H}_0(f) = -\bar{H} S_f^z + B_2^0 Q_{2f}^0 - B_2^2 Q_{2f}^2 + \frac{\beta}{2} (S_f^z)^2, \quad (4.18)$$

где

$$\bar{H} = H + \left( \tilde{J}_0 - \frac{K_0}{2} \right) \langle S^z \rangle, \quad B_2^0 = \frac{K_0}{6} q_2^0, \quad B_2^2 = \frac{K_0}{2} q_2^2, \quad (4.19)$$

$$Q_{2f}^0 = 3(S_f^z)^2 - S(S+1), \quad Q_{2f}^2 = \frac{1}{2} \left[ (S_f^+)^2 + (S_f^-)^2 \right], \quad q_2^0 \equiv \langle Q_2^0 \rangle, \quad q_2^2 \equiv \langle Q_2^2 \rangle.$$

Энергетические уровни магнитного иона и собственные функции одноузельного гамильтониана (4.18) определяются выражениями (4.4) и (4.5), соответственно, но с учетом соотношений (4.19).

Как и ранее, для описания исследуемой системы будем использовать технику операторов Хаббарда. Связь спиновых операторов с операторами Хаббарда определяется соотношением (2.129) с учетом выражений (4.19). При этом параметры порядка системы формально имеют тот же вид, что и в случае гей-

зенберговского магнетика, т.е. имеют вид (4.6), но  $\cos 2\theta$  определяется с учетом соотношений (4.19).

Из соотношений (4.6) можно определить параметры порядка системы в различных фазовых состояниях. Также, как и в гейзенберговском магнетике возможна реализация ферромагнитной фазы при достаточно больших полях, и  $KU_2$ -фазы при относительно малых полях. Причем реализация  $KU_2$ -фазы, также, как и в гейзенберговском магнетике, связана с влиянием большой одноионной анизотропии, и, как следствие, с инверсией энергетических уровней. Параметры порядка этих фаз определяются соотношениями (4.7) и (4.8), соответственно.

Однако в негейзенберговском магнетике возможна реализация еще одной нетривиальной ситуации при  $H = 0$ . В этом случае, при достаточно большом биквадратичном обмене ( $K_0 > J_0$ ) в системе возможна реализация еще одного квадрупольного состояния –  $KU_1$ -фазы. В этой фазе нижайшим энергетическим уровнем магнитного иона, как следует из (4.4) и (4.19), является  $E_1$ . Однако параметры порядка системы в этом случае имеют вид:

$$\langle S^z \rangle = 0, \quad q_2^0 = 1, \quad q_2^2 = 1. \quad (4.20)$$

а волновая функция этого состояния определяется так:  $\Psi(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + |-1\rangle)$ .

При этом,

$$\langle (S^z)^2 \rangle = \langle (S^x)^2 \rangle = 1, \quad \langle (S^y)^2 \rangle = 0. \quad (4.21)$$

Дисперсионное уравнение, определяющее спектры элементарных возбуждений формально имеет тот же вид, что и в случае гейзенберговского магнетика [132,145,146], однако включение биквадратичного обменного взаимодействия требует использования восьмимерного базиса.

Исследуем спектры элементарных возбуждений в различных однородных фазовых состояниях.

При достаточно больших магнитных полях ( $H > \beta/2$ ) система находится в ферромагнитном состоянии, с параметрами порядка (4.7). Спектр магнонов в этой фазе имеет следующий вид:

$$\varepsilon(k) = H - \frac{\beta}{2} - K_0 + \tilde{J}_0 - \tilde{J}(k) \approx H - \frac{\beta}{2} - K_0 - \delta k^2 + \gamma k^4, \quad (4.22)$$

а поле перехода из ферромагнитной фазы в модулированное состояние

$$\tilde{H}_{c1} = K_0 + \frac{\beta}{2} + \frac{\delta^2}{4\gamma}. \quad (4.23)$$

Шаг спирали тот же, что и в случае гейзенберговского ферромагнетика.

Более интересная ситуация наблюдается при малых ( $H < \beta/2$ ) и нулевых полях. Рассмотрим вначале случай малых полей. При этом в системе происходит инверсия энергетических уровней, так что нижайшим энергетическим уровнем магнитного иона становится  $E_0$ . Параметры порядка системы определяются соотношениями (4.8), т.е. система находится в  $KY_2$ -фазе. Спектр магнонов в этой фазе имеет вид:

$$\varepsilon(k) = \sqrt{\beta \left[ \frac{\beta}{4} + K_0 - \left( J_0 - J_0^{(1)} + J_0^{(2)} \right) - \delta k^2 + \gamma k^4 \right]} - H. \quad (4.24)$$

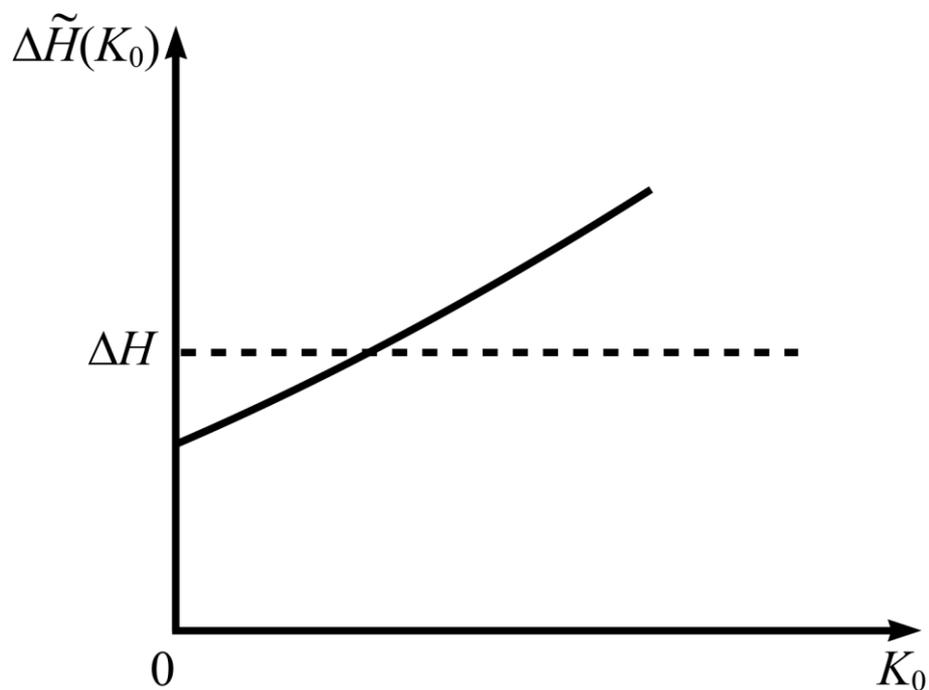
Легко видеть, что спектр магнонов в  $KY_2$ -фазе теряет устойчивость не только при  $k = 0$ , но и при  $(k^*)^2 = -\delta/2\gamma$ , что соответствует реализации модулированной (спиральной) магнитной структуры. Таким образом, поле перехода системы из  $KY_2$ -фазы в спиральное состояние имеет вид:

$$\tilde{H}_{c2} = \sqrt{\beta \left[ \frac{\beta}{4} + K_0 - \left( J_0 - J_0^{(1)} + J_0^{(2)} \right) - \frac{\delta^2}{4\gamma} \right]}. \quad (4.25)$$

Как видно из (4.24) и (4.25), в негейзенберговском магнетике переход « $KY_2$ -фаза – спиральная магнитная структура» может реализоваться не только за счет большой одноионной анизотропии, как это наблюдалось в гейзенберговском магнетике, но и за счет влияния достаточно большого биквадратичного обменного взаимодействия:

$K_0 > J_0 - J_0^{(1)} + J_0^{(2)} + \frac{\delta^2}{4\gamma} - \frac{\beta}{4}$ . Кроме того, область суще-

ствования спиральной магнитной структуры в негеизенберговском магнетике по магнитному полю,  $\Delta\tilde{H} = \tilde{H}_{c1} - \tilde{H}_{c2}$ , теперь зависит от величины биквадратичного обменного взаимодействия и может, как уменьшаться, так и увеличиваться по сравнению с выражением (4.16), в зависимости от соотношения между константами легкоплоскостной одноионной анизотропии и биквадратичного обменного взаимодействия (см. рис. 4.4). Необходимо отметить, что при  $K_0 = \tilde{J}_0$  область существования спиральной магнитной структуры совпадает с выражением (4.16).



**Рис. 4.4.** Зависимость области полей существования спиральной магнитной структуры от величины биквадратичного обменного взаимодействия. Пунктирная линия соответствует выражению (4.16).

Теперь рассмотрим случай, когда магнитное поле равно нулю. При этом, в зависимости от соотношения материальных констант, возможна реализация двух однородных фаз:

1. При  $\tilde{J}_0 > K_0$ , в системе реализуется ферромагнитная фаза, параметры порядка которой определяются соотношениями (4.7);
2. При  $\tilde{J}_0 < K_0$  – реализуется КУ<sub>1</sub>-фаза, параметры порядка которой определяются соотношениями (4.20).

Спектр магнонов в ферромагнитной фазе имеет вид:

$$\varepsilon(k) = -\frac{\beta}{2} - K_0 - \delta k^2 + \gamma k^4. \quad (4.26)$$

Легко видеть, что этот спектр не имеет физического смысла, если константа одноионной анизотропии  $\beta > 0$ , т.е., если в системе реализуется анизотропия типа «легкая плоскость» (ХОУ – базисная плоскость). Этот результат, в принципе, очевиден, поскольку для формирования спиральной магнитной структуры необходимо наличие выделенного направления (оси квантования). Ранее такое направление формировало внешнее магнитное поле. Если же предположить, что в системе реализуется анизотропия типа «легкая ось» ( $\beta < 0$ ), перпендикулярная плоскости ХОУ, то ситуация кардинально меняется. Спектр магнонов в ферромагнитной фазе примет вид:

$$\varepsilon(k) = \frac{|\beta|}{2} - K_0 - \delta k^2 + \gamma k^4. \quad (4.27)$$

Как и ранее, спектр (4.27) неустойчив при  $(k^*)^2 = \delta/2\gamma$ , а щель в спектре магнонов обращается в ноль при

$$|\beta_1| = 2K_0 + \frac{\delta^2}{2\gamma}. \quad (4.28)$$

При таком значении константы анизотропии типа «легкая ось» магнетик перейдет из ферромагнитного состояния в состояние магнитной спирали.

Аналогичная ситуация наблюдается в КУ<sub>1</sub>-фазе, т.е. спиральная магнитная структура реализуется только в случае одноионной анизотропии типа «легкая ось», что легко видеть из спектров магнонов в КУ<sub>1</sub>-фазе:

$$\varepsilon(k) = \sqrt{|\beta| \left[ \frac{|\beta|}{4} + K_0 - (J_0 - J_0^{(1)} + J_0^{(2)}) - \delta k^2 + \gamma k^4 \right]}. \quad (4.29)$$

Из (4.29) следует, что магнетик претерпевает фазовый переход «КУ<sub>1</sub>-фаза – спиральная магнитная структура» при

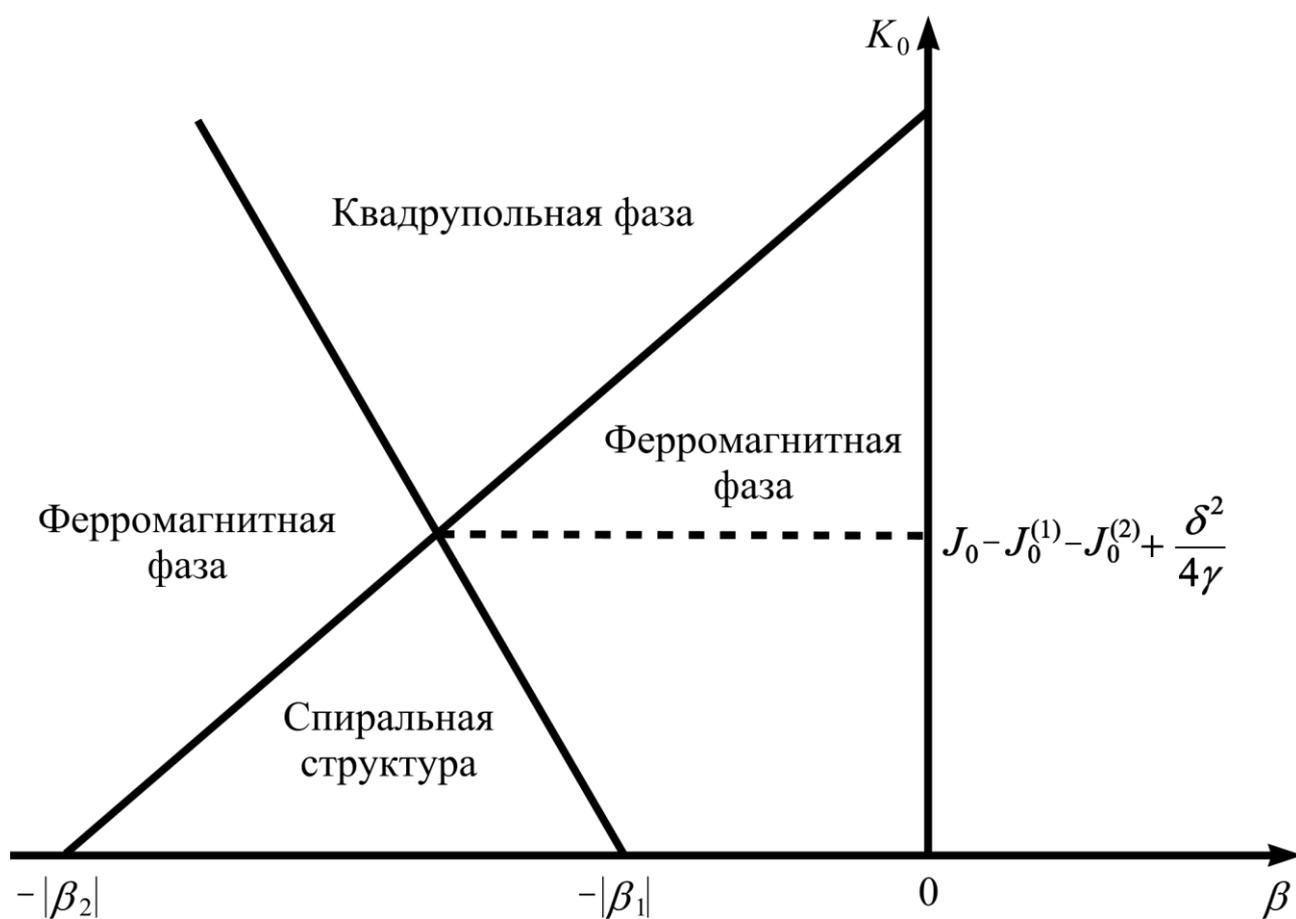
$$|\beta_2| = 4(J_0 - J_0^{(1)} + J_0^{(2)}) - 4K_0 + \frac{\delta^2}{\gamma}. \quad (4.30)$$

Необходимо отметить, что выражение (4.30) имеет смысл, если

$$K_0 < J_0 - J_0^{(1)} + J_0^{(2)} + \frac{\delta^2}{4\gamma}. \quad (4.31)$$

Следовательно, реализация спиральной магнитной структуры в негейзенберговском магнетике в нулевом поле возможна только для тех значений биквадратичного обменного взаимодействия, которые удовлетворяют неравенству (4.31).

Фазовая диаграмма рассматриваемой системы в нулевом магнитном поле схематично показана на рис. 4.5. Как видно из рис. 4.5, если  $K_0 > J_0 - J_0^{(1)} + J_0^{(2)} + \frac{\delta^2}{4\gamma}$ , то в системе не может реализоваться спиральная магнитная структура. При таком соотношении материальных констант реализуется либо квадрупольная фаза, либо ферромагнитная фаза. Причем, для того чтобы могла реализоваться спиральная магнитная структура, легкоосная одноионная анизотропия должна по модулю быть больше, чем  $|\beta_1|$ , но меньше, чем  $|\beta_2|$ . В противном случае, в системе реализуется либо ферромагнитная, либо КУ<sub>1</sub>-фаза. На первый взгляд, такое поведение может показаться странным, однако оно имеет довольно простое объяснение. В случае слабого биквадратичного обменного взаимодействия, когда не выполняется неравенство (4.31), в системе преобладает гейзенберговское обменное взаимодействие, обеспечивающее реализацию ферромагнитного упорядочения. Если же неравенство (4.31) выполняется, но величина биквадратичного обмена еще не очень велика ( $K_0 < 2J_0$ ), то реализация ферромагнитной фазы обусловлена влиянием эффективной легкоплоскостной анизотропии, обусловленной наличием биквадратичного обменного взаимодействия – см. выражения (4.7), (4.18) и (4.19). При этом эффективная легкоплоскостная анизотропия еще не настолько велика, чтобы привести к реализации КУ<sub>1</sub>-фазы. В случае же большой легкоосной анизотропии ( $|\beta| > J_0, K_0$ ) в системе реализуется ферромагнитная фаза.



**Рис. 4.5.** Фазовая диаграмма фрустрированного негейзенберговского ферромагнетика, обладающего легкоосной одноионной анизотропией, в отсутствии внешнего магнитного поля.

### 4.3. Влияние большой одноионной анизотропии на фазовые переходы в двумерном фрустрированном магнетике

Гораздо более интересная ситуация наблюдается в фрустрированном двумерном магнетике с большой одноионной анизотропией.

Рассмотрим двумерный легкоплоскостной магнетик (ХОУ – базисная плоскость). Обменное взаимодействие имеет тот же вид, что и в разделе 1, внешнее магнитное поле перпендикулярно базисной плоскости. Как и ранее, будем рассматривать систему с единичным спином магнитного иона. Гамильтониан такой системы можно представить следующим образом:

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{f,f'} \tilde{J}_{ff'} \vec{S}_f \vec{S}_{f'} + \frac{\beta}{2} \sum_f (S_f^z)^2 - H \sum_f S_f^z - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} V_{nn'}^{ij} (S_n^i S_{n'}^j) \delta_{ll'}. \quad (4.32)$$

Последнее слагаемое описывает магнитное дипольное взаимодействие, учет которого необходим при рассмотрении двумерных магнитных систем. Предположим, что волновой вектор  $k$  действует перпендикулярно базисной плоскости – в плоскости ХОZ, а угол  $\psi$  – угол между направлением волнового вектора и осью ОХ, т.е. компоненты волнового вектора имеют следующий вид:  $\vec{k} = (k \cos \psi, 0, k \sin \psi)$ . Тогда Фурье образы компонент тензора магнитодипольного взаимодействия имеют вид [139]:

$$\begin{aligned} V_k^{xx} &= \frac{A_0}{3} - \Omega_0 k \cos^2 \psi; & V_k^{yy} &= \frac{A_0}{3}; \\ V_k^{zz} &= -\frac{2}{3} A_0 + \Omega_0 k \cos^2 \psi; & V_k^{xz} &= -\frac{\Omega_0 k}{2} \sin 2\psi; & V_k^{xy} &= V_k^{yz} = 0. \end{aligned} \quad (4.33)$$

Фурье образы обменных взаимодействий в данном случае будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \tilde{J}(k) &= J_0 - J_0^{(1)} + J_0^{(2)} - \frac{k^2}{2} [J_0 \cos^2 \psi - (J_0^{(1)} - 4J_0^{(2)}) \sin^2 \psi] + \\ &+ \frac{k^4}{24} [J_0 \cos^4 \psi - (J_0^{(1)} - 16J_0^{(2)}) \sin^4 \psi] \end{aligned} \quad (4.34)$$

Дальнейшее рассмотрение будем проводить для низкотемпературного случая ( $T = 0$ ). При этом мы снова воспользуемся техникой операторов Хаббар-

да. В данном случае, одноузельный гамильтониан имеет вид (4.3) с учетом перенормировки среднего поля магнитодипольным взаимодействием, т.е.

$$\bar{H} = H + (\tilde{J}_0 + V_0^{zz}) \langle S^z \rangle.$$

Как и раньше, рассмотрим спектры элементарных возбуждений в двух случаях: сильное и слабое магнитное поле, когда система находится, соответственно, в ферромагнитной или квадрупольной фазе.

Рассмотрим двумерный магнетик с большой легкоплоскостной одноионной анизотропией, помещенный в сильное магнитное поле ( $H > \beta/2$ ). В этом случае система находится в ферромагнитной фазе, и магنونный спектр имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon^2(k) = & \left[ H - \frac{\beta}{2} - A_0 + \frac{k^2}{2} \delta(\tilde{J}_0, \psi) - \frac{k^4}{24} \gamma(\tilde{J}_0, \psi) \right] \times \\ & \times \left[ H - \frac{\beta}{2} - A_0 + \Omega_0 k \cos^2 \psi + \frac{k^2}{2} \delta(\tilde{J}_0, \psi) - \frac{k^4}{24} \gamma(\tilde{J}_0, \psi) \right], \end{aligned} \quad (4.35)$$

где  $\delta(\tilde{J}_0, \psi) = J_0 \cos^2 \psi - (J_0^{(1)} - 4J_0^{(2)}) \sin^2 \psi$ ,  $\gamma(\tilde{J}_0, \psi) = J_0 \cos^4 \psi - (J_0^{(1)} - 16 \times$

$\times J_0^{(2)}) \sin^4 \psi$ . Как видно из выражения (4.35), спектр магнонов имеет минимум не только при  $k = 0$ , но и при ненулевых значениях волнового вектора:

$$k_1^* \approx -\frac{\Omega_0 \cos^2 \psi}{\delta(\tilde{J}_0, \psi)}, \quad (4.36)$$

$$k_2^* \approx \sqrt{\frac{6\delta(\tilde{J}_0, \psi)}{\gamma(\tilde{J}_0, \psi)}}, \quad (4.37)$$

$$k_3^* \approx -\sqrt{\frac{6\delta(\tilde{J}_0, \psi)}{\gamma(\tilde{J}_0, \psi)}}. \quad (4.38)$$

Конечность волнового вектора приводит к перенормировке щели в магنونном спектре и, соответственно, к изменению области сосуществования фаз. Очевидно, что величина волнового вектора  $k_3^* < 0$  при любых соотношения обменных интегралов, поэтому она нефизична. Что касается значений  $k_1^*$  и  $k_2^*$ , то они

имеют физический смысл в зависимости от знаков и соотношений между  $\delta(\tilde{J}_0, \psi)$  и  $\gamma(\tilde{J}_0, \psi)$ .

Анализ выражений (4.36) и (4.37) показывает, что возможны четыре различных соотношения между обменными интегралами:

$$1. \psi < \arctan\left(\sqrt{\frac{J_0}{J_0^{(1)} - 4J_0^{(2)}}}\right), \psi < \arctan\left(\sqrt[4]{\frac{J_0}{J_0^{(1)} - 16J_0^{(2)}}}\right). \quad (4.39)$$

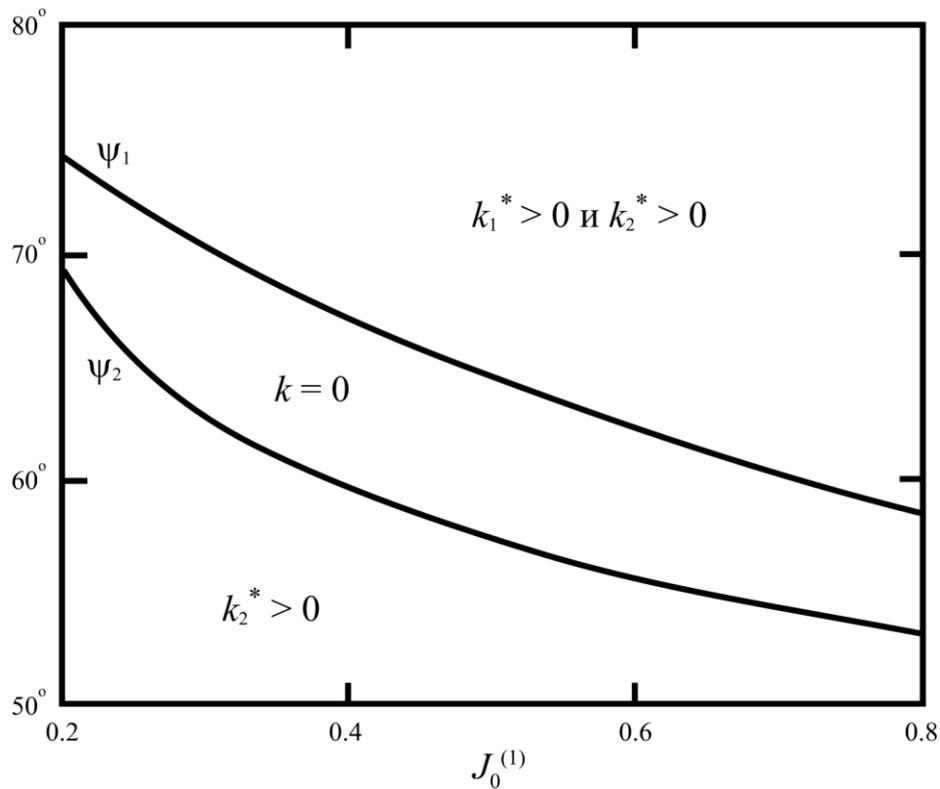
$$2. \psi > \arctan\left(\sqrt{\frac{J_0}{J_0^{(1)} - 4J_0^{(2)}}}\right), \psi > \arctan\left(\sqrt[4]{\frac{J_0}{J_0^{(1)} - 16J_0^{(2)}}}\right). \quad (4.40)$$

$$3. \psi < \arctan\left(\sqrt{\frac{J_0}{J_0^{(1)} - 4J_0^{(2)}}}\right), \psi > \arctan\left(\sqrt[4]{\frac{J_0}{J_0^{(1)} - 16J_0^{(2)}}}\right). \quad (4.41)$$

$$4. \psi > \arctan\left(\sqrt{\frac{J_0}{J_0^{(1)} - 4J_0^{(2)}}}\right), \psi < \arctan\left(\sqrt[4]{\frac{J_0}{J_0^{(1)} - 16J_0^{(2)}}}\right). \quad (4.42)$$

Если выполняются неравенства (4.39), тогда  $k_2^* > 0$ , а  $k_1^*$  – мнимая величина, т.е. только выражение (4.37) имеет физический смысл. Если выполняются неравенства (4.40), тогда оба выражения, и (4.36), и (4.37), действительные и положительные. Когда выполняются неравенства (4.41), оба выражения – (4.36) и (4.37) – не имеют смысла. В этом случае магنونный спектр (4.35) становится неустойчивым только при  $k = 0$ , и неоднородная фаза не реализуется. Система неравенств (4.42) не имеет решений в рассматриваемом случае.

Удобно анализировать системы неравенств (4.39)-(4.41) графически (см. рис. 4.6). Рис. 4.6 построен для характерных значений отношений между обменными интегралами.



**Рис. 4.6.** Графический анализ неравенств (4.39)-(4.41):  $J_0 = 2$ ,  $J_0^{(2)} = 0,01$ ,  $\psi_1$  рассчитывается по первому неравенству системы (4.39)-(4.41),  $\psi_2$  – по второму неравенству.

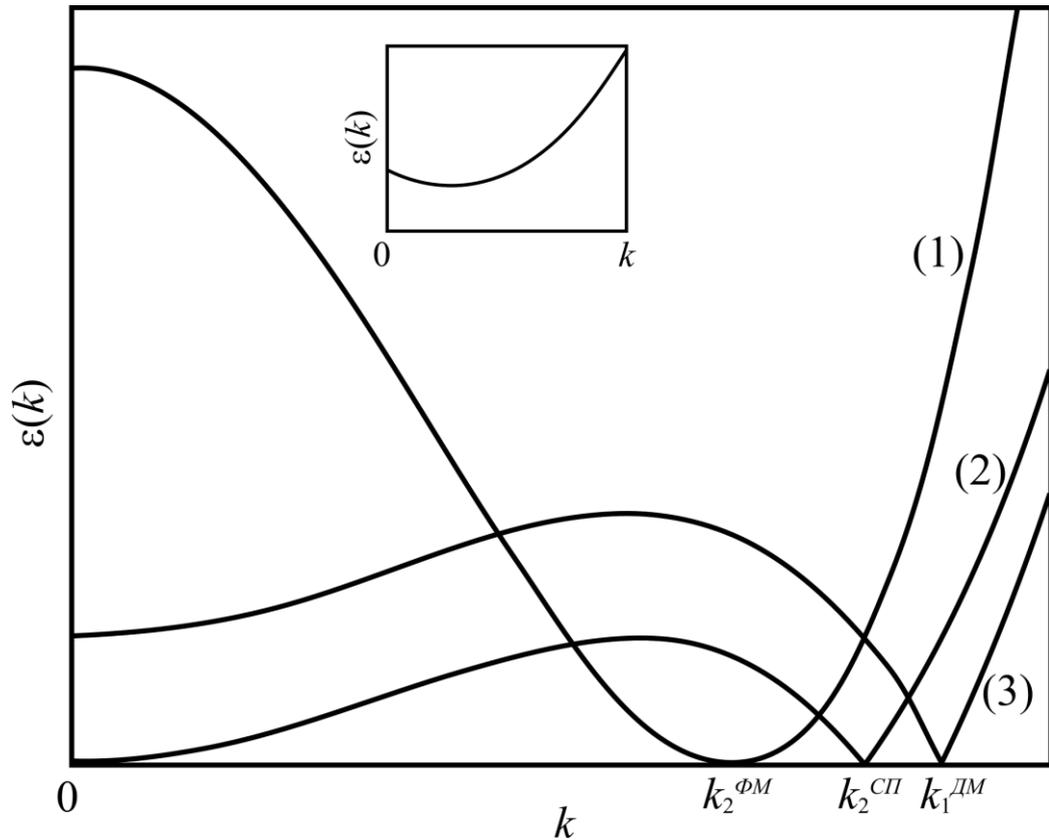
Теперь рассмотрим магنونный спектр (4.35), когда выполняются неравенства (4.39)-(4.41). Вначале, рассмотрим случай, когда выполняются неравенства (4.39). Как следует из выражений (4.36)-(4.38), существует единственное положительное значение волнового вектора, определяемое выражением (4.37), приводящее к перенормировке щели в спектре магнонов. Из условия обращения в ноль щели, можно найти поле перехода из ферромагнитной фазы:

$$H_1(k = k_2^{\Phi M}) \approx \frac{\beta}{2} + A_0 - \frac{3\delta^2(\tilde{J}_0, \psi)}{2\gamma(\tilde{J}_0, \psi)}. \quad (4.43)$$

Это поле соответствует полю перехода из ферромагнитной фазы в спиральное

магнитное состояние с шагом спирали  $\frac{1}{k_2^{\Phi M}} \approx \sqrt{\frac{\gamma(\tilde{J}_0, \psi)}{6\delta(\tilde{J}_0, \psi)}}$ . Поведение спектра

(4.35) в точке фазового перехода, когда  $H = H_1$  и выполняется условие (4.39), схематично показано на рис. 4.7 (кривая (1)).



**Рис. 4.7.** Спектра магнонов (4.35) двумерного фрустрированного магнетика в ферромагнитной фазе. Кривая (1) соответствует точке фазового перехода  $H = H_1$ , кривая (2) – соответствует  $H = H_2$ , и кривая (3) –  $H = H_3$ . Вставка показывает в увеличенном масштабе спектр при  $H = H_2$  вблизи  $k = 0$ .

Теперь рассмотрим случай, когда выполняются неравенства (4.40). В этом случае спектр магнонов имеет два минимума, когда волновой вектор определяется выражениями (4.36) и (4.37), соответственно. Поля переходов, определяемые из условия обращения в ноль щели в спектре (4.35), равны, соответственно:

$$H_2(k = k_2^{СП}) \approx \frac{\beta}{2} + A_0 + \frac{3\delta^2(\tilde{J}_0, \psi)}{2\gamma(\tilde{J}_0, \psi)}, \quad (4.44)$$

$$H_3(k = k_1^{ДМ}) \approx \frac{\beta}{2} + A_0 - \frac{3\Omega_0^2 \cos^4 \psi}{2\delta(\tilde{J}_0, \psi)}. \quad (4.45)$$

Как видно из выражений (4.44) и (4.45), уменьшение поля до  $H_2$  приводит к фазовому переходу из ферромагнитной фазы в состояние типа спиральная маг-

нитная структура с шагом спирали  $\frac{1}{k_2^{СП}} \approx \sqrt{\frac{\gamma(\tilde{J}_0, \psi)}{6\delta(\tilde{J}_0, \psi)}}$ . Дальнейшее уменьшение

магнитного поля до  $H_3$  приводит к фазовому переходу в неоднородное домен-

ное состояние с периодом доменной структуры  $\frac{1}{k_1^{DM}} \approx -\frac{\Omega_0 \cos^2 \psi}{\delta(\tilde{J}_0, \psi)}$ . Рис. 4.7 по-

казывает спектр (4.35) в точках фазового перехода  $H = H_2$  (кривая (2)) и  $H = H_3$  (кривая (3)), когда выполняются неравенства (4.40).

Если выполняется система неравенств (4.41), то спектр магнонов (4.35) становится неустойчивым при  $k = 0$ , и, соответственно, щель в спектре имеет вид

$$\varepsilon(0) = H - \frac{\beta}{2} - A_0. \quad (4.46)$$

Это означает, что при

$$H_4 = \frac{\beta}{2} + A_0 \quad (4.47)$$

система переходит из ферромагнитной фазы в квадрупольную фазу, и реализация неоднородных структур становится энергетически невыгодной.

Отметим, что, если одноионная анизотропия мала ( $\beta \ll \tilde{J}_0$ ), то система ведет себя так, как описано выше, за исключением случая, определяемого выражениями (4.46)-(4.47).

Теперь рассмотрим двумерный фрустрированный магнетик с большой одноионной анизотропией в слабом магнитном поле ( $H < \beta/2$ ). В этом случае, параметры порядка определяются выражениями (4.8), т.е. в системе реализуется квадрупольная фаза.

Спектр низкочастотных магнонов описывается следующим выражением:

$$\varepsilon(k) = \left\{ \frac{\beta}{4} \left[ \beta - \frac{4}{3} A_0 - 4 \left( J_0 - J_0^{(1)} + J_0^{(2)} \right) + 2\Omega_0 k \cos^2 \psi + \right. \right. \\ \left. \left. + 2k^2 \delta(\tilde{J}_0, \psi) - \frac{k^4}{6} \gamma(\tilde{J}_0, \psi) \right] \right\}^{1/2} - H. \quad (4.48)$$

Как следует из выражения (4.48), спектр элементарных возбуждений имеет минимум не только при  $k = 0$ , но и при

$$\tilde{k}_1^* \approx -\frac{\Omega_0 \cos^2 \psi}{2\delta(\tilde{J}_0, \psi)}, \quad (4.49)$$

$$\tilde{k}_2^* \approx \sqrt{\frac{6\delta(\tilde{J}_0, \psi)}{\gamma(\tilde{J}_0, \psi)}}. \quad (4.50)$$

Как и ранее, возможны четыре возможных соотношения между обменными интегралами (4.39)-(4.42). Поскольку мы рассматриваем случай слабого магнитного поля, система неравенств (4.41) соответствует реализации однородной квадрупольной фазы.

Рассмотрим вначале ситуацию, когда выполняется система неравенств (4.39). Как следует из выражений (4.49)-(4.50), существует единственное положительное значение волнового вектора  $-\tilde{k}_1^*$ . Это ненулевое критическое значение волнового вектора перенормирует щель в спектре (4.48). Поле перехода из квадрупольной фазы в фазу со спиральной магнитной структурой можно определить из условия обращения в ноль щели в спектре:

$$\tilde{H}_1(k = \tilde{k}_2^{KY}) = \sqrt{\beta \left( \frac{\beta}{4} + \frac{A_0}{3} - J_0 + J_0^{(1)} - J_0^{(2)} + \frac{3\delta^2(\tilde{J}_0, \psi)}{2\gamma(\tilde{J}_0, \psi)} \right)}. \quad (4.51)$$

Если величины обменных интегралов таковы, что справедлива система неравенств (4.40), тогда обе величины волнового вектора (4.49) и (4.50) положительны, и, соответственно, спектр (4.48) имеет два минимума. При этом имеют место два фазовых перехода: из квадрупольной фазы в состояние со спиральной магнитной структурой при

$$\tilde{H}_2(k = \tilde{k}_2^{СП}) = \sqrt{\beta \left( \frac{\beta}{4} - \frac{A_0}{3} - J_0 + J_0^{(1)} - J_0^{(2)} + \frac{3\delta^2(\tilde{J}_0, \psi)}{2\gamma(\tilde{J}_0, \psi)} \right)} \quad (4.52)$$

с шагом магнитной спирали  $\frac{1}{\tilde{k}_2^{СП}} = \sqrt{\frac{\gamma(\tilde{J}_0, \psi)}{6\delta(\tilde{J}_0, \psi)}}$ , и затем при

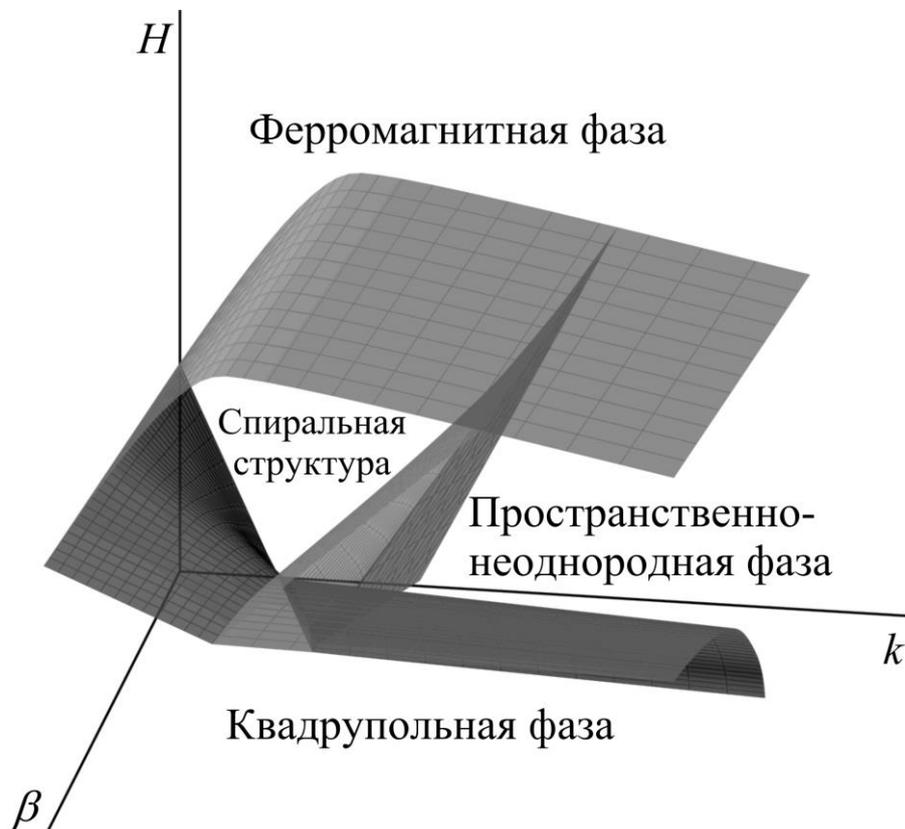
$$\tilde{H}_3(k = \tilde{k}_1^{DM}) = \sqrt{\beta \left( \frac{\beta}{4} - \frac{A_0}{3} - J_0 + J_0^{(1)} - J_0^{(2)} - \frac{\Omega_0^2 \cos^4 \psi}{8\delta(\tilde{J}_0, \psi)} \right)} \quad (4.53)$$

магнетик переходит в доменное состояние с периодом доменной структуры

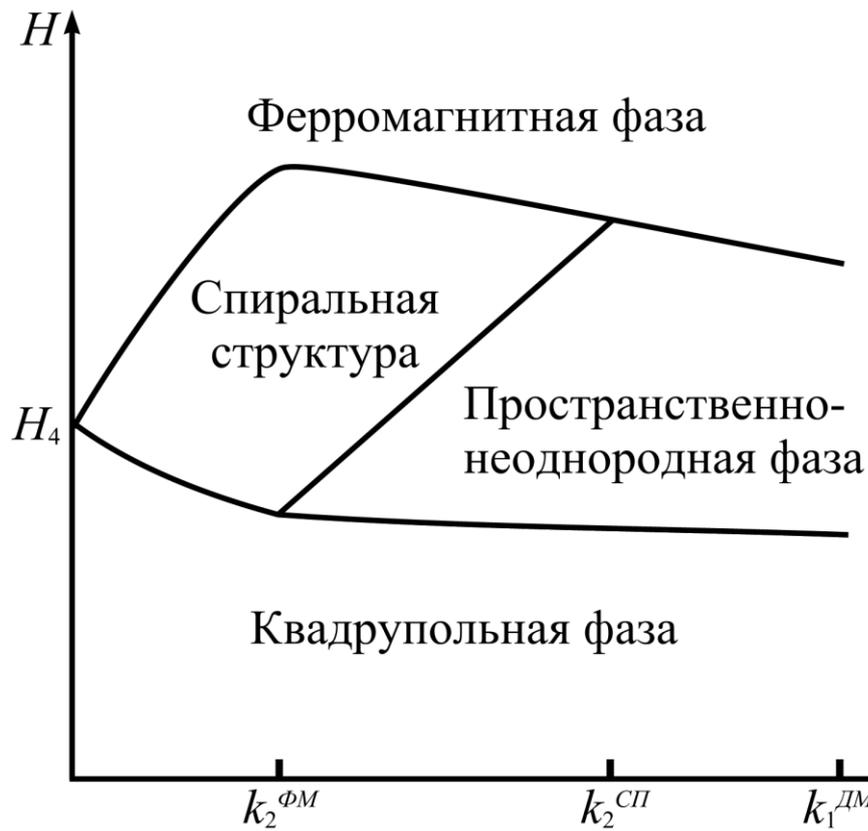
$$\frac{1}{\tilde{k}_1^{DM}} \approx -\frac{\Omega_0 \cos^2 \psi}{2\delta(\tilde{J}_0, \psi)}.$$

Обратите внимание, что в данном случае фазовый переход «квадрупольная фаза – модулированная магнитная структура» реализуется только при больших значениях одноионной анизотропии.

Фазовая диаграмма двумерного фрустрированного магнетика схематично показана на рис. 4.8-4.9.



**Рис. 4.8.** Фазовая диаграмма двумерного фрустрированного магнетика.



**Рис. 4.9.** Поперечное значение фазовой диаграммы, приведенной на рис. 4.8 для некоторого значения одноионной анизотропии  $\beta$ .

Полученные результаты носят частично предсказательный характер. Однако в [205] наблюдались спиральные магнитные структуры в  $\text{Mn}_{1-x}\text{Fe}_x\text{Si}$  и  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x\text{Si}$ . Причем фазовая диаграмма, полученная в [205], хорошо согласуется с нашими результатами (рис. 4.9). К сожалению, системы, рассматриваемые в [205], отличаются от нашей – одноионная анизотропия меньше, чем обменное взаимодействие, и квадрупольная фаза не может реализоваться в них. Поэтому наши фазовые диаграммы можно сравнивать только при больших значениях внешнего магнитного поля ( $H > H_4$ ).

## Основные результаты четвертого раздела

1. Впервые исследованы возможные фазовые состояния в сильноанизотропном гейзенберговском и негейзенберговском магнетиках с фрустрированным обменным взаимодействием во внешнем магнитном поле. Показано, что учет большой легкоплоскостной одноионной анизотропии в гейзенберговском магнетике существенно меняет фазовый портрет системы. В системе возможна реализация как однородных фаз (ферромагнитной и квадрупольной), так и неоднородной – спиральной магнитной структуры. Реализация квадрупольной фазы происходит с инверсией основного состояния, так, что в этом состоянии проекция оператора  $S^z = 0$ .
2. Как показали исследования негейзенберговского магнетика, учет биквадратичного обменного взаимодействия существенно влияет на реализацию спиральной магнитной структуры, меняя область ее существования. Установлено, что реализация спиральной магнитной структуры в нулевом магнитном поле возможна только при наличии легкоосной одноионной анизотропии, при этом не происходит инверсии энергетических уровней магнитного иона.
3. Впервые изучено влияние большой одноионной анизотропии на реализацию спиральной магнитной структуры в двумерном фрустрированном магнетике. Установлено, что тип фазового перехода меняется в зависимости от соотношений между обменными константами. Предсказана возможность реализации, как спиральной магнитной структуры, так и доменной фазы в рассматриваемых системах.

## Раздел 5. Реализация сверхтвёрдой магнитной фазы в спиновых системах

Антиферромагнитные системы активно исследуются последние 75 лет [206], однако по мере увеличения наших знаний количество вопросов не уменьшается. Наоборот, перед нами возникают все более и более сложные вопросы, требующие ответов.

В последнее время интерес к исследованию антиферромагнитных систем связан с поиском состояний, существование которых доказано в Бозе-газе, и которые могут реализоваться в магнетиках. Не так давно, было объявлено об открытии «сверхтвёрдого» состояния в твёрдом  $^4\text{He}$  [105]. Применительно к теории магнетизма сверхтвёрдая фаза обозначает смешанное состояние, в котором оба параметра порядка для антиферромагнитной фазы и спин-флоп фазы отличны от нуля (см. рис. 1).

Одной из систем, в которых можно обнаружить сверхтвёрдую магнитную фазу, являются квантовые магнетики [207-209]. После того, как в работе [109] было предложено теоретическое обоснование возможности существования сверхтвёрдой фазы в двухподрешеточных спиновых системах, они стали рассматриваться, как один из самых перспективных кандидатов на обнаружение этой фазы [107,109-113,210,211]. Это, например, низкоразмерный гейзенберговский антиферромагнетик со спином единица, обладающий одноионной анизотропией [107]. Существует несколько магнитных материалов, относящихся к данному классу. Это в основном линейные цепочки, такие как  $\text{CsNiCl}_3$  [212] со слабой аксиальной анизотропией и более сложные материалы, такие как,  $\text{Ni}(\text{C}_2\text{H}_8\text{N}_2)_2\text{HO}_2(\text{ClO}_4)$  и  $\text{Ni}(\text{C}_2\text{H}_8\text{N}_2)_2\text{Ni}(\text{CN}_4)$ , обладающие легкоплоскостной анизотропией [213,214]. Однако ни одна из этих систем не обладает необходимыми значениями материальных параметров для реализации сверхтвёрдой фазы.

Дело в том, что указанные системы являются слабоанизотропными, т.е. при температурах меньших температуры Нееля  $T_N$ , находятся в спонтанно упорядоченном состоянии. Во внешнем магнитном поле магнитные моменты в таких системах ориентируются по полю, и уже при достаточно малых полях в них реализуется ферромагнитное упорядочение. Поэтому одним из возможных условий реализации «сверхтвердой» магнитной фазы является наличие в системе большой одноионной анизотропии легкоплоскостного типа. А, как было неоднократно указано выше, для легкоплоскостных магнетиков с большой одноионной анизотропией характерно нетипичное поведение во внешнем магнитном поле [47-49]. Например, в таких магнетиках с  $S = 1$ , когда одноионная анизотропия достаточно велика, магнитный ион, несмотря на действие обменного взаимодействия, может оказаться в синглетном основном состоянии (ван-Флекковский парамагнетик) [48,49]. Это приводит к картине намагничивания совершенно отличной от наблюдаемой в системах со слабой одноионной анизотропией [50,51]. С ростом поля сначала увеличивается намагниченность системы, затем система переходит в антиферромагнитную фазу, и только при больших полях происходит фазовый переход в ферромагнитную фазу.

Примерами веществ, обладающих большой одноионной анизотропией, являются, например, антиферромагнетики  $\text{CsFeBr}_3$  или  $\text{CsFeCl}_3$ , в которых при величине псевдоспина иона  $\text{Fe}^{2+}$   $S = 1$  константа одноионной анизотропии достигает 20-30 K, тогда как константа обмена для пары ближайших ионов из соседних плоскостей 3-5 K, а между ближайшими ионами в плоскостях – 0,3-0,4 K [215-217]. В этом случае из трех возможных одноионных состояний с проекциями спина  $S^z = \pm 1$  и 0 нижайшим оказывается последнее. В таких магнетиках квантовые свойства отдельных спинов в эффективном магнитном поле играют решающую роль в формировании динамических и термодинамических свойств магнетиков.

Также, одним из перспективных кандидатов на обнаружение сверхтвердой магнитной фазы являются фрустрированные магнетики [30,32]. Простейшим примером фрустрированного магнетика может быть двухподрешеточный

антиферромагнетик, в котором обменное взаимодействие между магнитными ионами в подрешетке отличается от межподрешеточного обменного взаимодействия. Как было показано ранее [31,107,108], в такой системе могут реализовываться разнообразные фазовые состояния: спиновая жидкость, сверхтвердая фаза, магнитные плато. Если рассматривать частный случай двухподрешеточного изинговского антиферромагнетика, то указанные фазовые состояния также могут быть обнаружены в нем [108], однако области их существования и типы фазовых переходов могут существенным образом отличаться. Кроме того, очевидно, что реализация указанных выше состояний существенно зависит от величины и типа одноионной анизотропии [31,32,107,108].

Как было показано в [109-113], сверхтвердая магнитная фаза может быть обнаружена в двухподрешеточном изингоподобном магнетике со спином  $1/2$  и обменной анизотропией. Очевидно, что данная система относится к фрустрированным магнетикам. Однако, до настоящего момента, рассматривались только частные случаи указанной системы. Поэтому, до сих пор остается открытым вопрос о фазовой диаграмме в общем случае, что важно при исследовании реальных магнетиков. Кроме того, динамические свойства также очень важны при исследовании сверхтвердой фазы. Например, в [114], где исследовался  $^4\text{He}$ , было указано, что сверхтвердая фаза может быть обнаружена при помощи наблюдения высокочастотной ветви элементарных возбуждений. Однако соответствующие свойства сверхтвердой фазы не были исследованы экспериментально, поэтому очень важно исследовать спектры элементарных возбуждений в ней [115].

Несмотря на то, что в настоящее время исследованию фрустрированных антиферромагнетиков уделяется пристальное внимание, как теоретиков, так и экспериментаторов (см., например, работу [218] и ссылки в ней), очень мало внимания уделяется рассмотрению фрустрированных антиферромагнетиков изинговского типа, что, на наш взгляд, связано с кажущейся простотой указанной системы. Однако, на практике, за кажущейся простотой скрывается довольно трудная с аналитической точки зрения задача, решение которой позво-

ляет расширить и углубить наше понимание теории фазовых переходов в магнитных системах.

Кроме того, продолжаются попытки обнаружить сверхтвердую фазу и в других системах. Одной из таких систем являются оптические решетки, содержащие холодные атомы. Предполагается, что в расширенной модели Бозе-Хаббарда с учетом взаимодействия ближайших соседей может реализоваться сверхтвердая фаза [219,220]. При этом влияние диполь-дипольного взаимодействия способствует ее реализации [221,222].

**В первом подразделе** мы исследуем фазовые состояния и спектры фрустрированного гейзенберговского антиферромагнетика с единичным спином, в котором существенную роль играет легкоплоскостная одноионная анизотропия.

**Во втором подразделе** будут изучены фазовые переходы в изингоподобном антиферромагнетике в зависимости от ориентации внешнего магнитного поля по отношению к базисной плоскости, выделяемой легкоплоскостной анизотропией.

## 5.1. Сверхтвердая магнитная фаза в легкоплоскостном сильноанизотропном антиферромагнетике с $S = 1$

В качестве исследуемой системы рассмотрим двухподрешеточный антиферромагнетик с эквивалентными подрешетками. Магнетик обладает большой одноионной анизотропией типа «легкая плоскость», превышающей константу обменного взаимодействия. Спин магнитного иона предполагается равным единице. Кроме того, предполагается, что система находится во внешнем магнитном поле, перпендикулярном «легкой плоскости». В соответствии с работами [49,202] в такой геометрии внешнее поле будем называть «продольным», поскольку оно параллельно оси OZ. Гамильтониан такой системы можно представить в следующем виде:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \sum_{n_i, m_j} J_{n_i m_j} \vec{S}_{n_i} \vec{S}_{m_j} + \frac{1}{2} \sum_{n_i, m_j} J_{n_i m_j}^{zz} S_{n_i}^z S_{m_j}^z + D \sum_{n_i} (S_{n_i}^z)^2 - H \sum_{n_i} S_{n_i}^z, \quad (5.1)$$

где  $i, j = 1, 2$  – номера магнитных подрешеток;  $n, m$  – номер узла, задающий позицию спинов в подрешетках;  $J_{n_1 m_1} = J_{n_2 m_2} = J < 0$  – обменные интегралы в подрешетках,  $J_{n_1 n_2} = J^{(12)} > 0$  – межподрешеточный обмен,  $J_{n_1 m_1}^{zz} = J_{n_2 m_2}^{zz} = \tilde{J} < 0$  – анизотропный обмен в подрешетках,  $J_{n_1 n_2}^{zz} = \tilde{J}^{(12)} > 0$  – межподрешеточный анизотропный обмен;  $D > 0$  – константа одноионной анизотропии типа «легкая плоскость»;  $H$  – магнитное поле в энергетических единицах. В дальнейшем будем предполагать, что константа одноионной анизотропии существенно больше обменных интегралов. Кроме того, рассмотрение системы проводится при низких температурах ( $T \ll T_N$ ).

Поскольку нас интересуют эффекты, связанные с большой одноионной анизотропией, необходимо учитывать ее влияние точно, что обеспечивается использованием операторов Хаббарда [142,145,146].

Предположим, что величина магнитного поля такова, что магнетик находится в неколлинеарном состоянии, т.е. магнитные моменты подрешеток образуют угол  $\theta$  (и  $-\theta$ , соответственно) с осью OZ. Для простоты вычислений (не

теряя общности) будем считать, что намагниченности подрешеток лежат в плоскости XOZ. Повернем системы координат вокруг оси OY для первой подрешетки на угол  $\theta$ , а для второй – на угол  $-\theta$ . Тогда намагниченности подрешеток будут направлены по оси OZ.

Проведя соответствующие повороты в гамильтониане (5.1), и выделяя в обменных слагаемых соответствующие средние поля, получим одноузельный гамильтониан:

$$\mathcal{H}_{0i} = \sum_{i=1,2} (H_{zi} S_i^z + H_{xi} S_i^x) + D \sum_{i=1,2} \left[ (S_i^z)^2 \cos^2 \theta + (S_i^x)^2 \sin^2 \theta - \frac{(-1)^i}{2} (S_i^x S_i^z + S_i^z S_i^x) \sin 2\theta \right], \quad (5.2)$$

где  $H_{zi} = J_0 \langle S_i^z \rangle + J_0^{(12)} \langle S_j^z \rangle \cos 2\theta + \tilde{J}_0 \langle S_i^z \rangle \cos^2 \theta + \tilde{J}_0^{(12)} \langle S_j^z \rangle \cos^2 \theta - H \cos \theta$ ,

$$H_{xi} = (-1)^{i+1} J_0^{(12)} \langle S_j^z \rangle \sin 2\theta + (-1)^{i+1} \frac{\tilde{J}_0}{2} \langle S_i^z \rangle \sin 2\theta + (-1)^{i+1} \frac{\tilde{J}_0^{(12)}}{2} \langle S_j^z \rangle \sin 2\theta + (-1)^i H \cos \theta \quad (i \neq j)$$

Здесь  $J_0, \tilde{J}_0$  – нулевые фурье-компоненты соответствующих обменных интегралов. Для диагонализации гамильтониана (5.2), воспользуемся связью операторов Хаббарда со спиновыми операторами. В данном случае эта связь имеет вид:

$$S^z = X^{11} - X^{-1-1}, \quad S^+ = \sqrt{2} (X^{10} - X^{0-1}), \quad S^- = (S^+)^+. \quad (5.3)$$

В представлении операторов Хаббарда гамильтониан (5.2) имеет вид:

$$\mathcal{H}_{0i} = \sum_{i=1,2} \left\{ \sum_{M=1,0,-1} \varepsilon_M^{(i)} X_i^{MM} + \sum_{M \neq M'} V_{MM'}^{(i)} X_i^{M'M} \right\}, \quad (5.4)$$

где  $\varepsilon_{\pm 1}^{(i)} = D(1 - \sin^2 \theta_i / 2) \pm H_{zi}$ ,  $\varepsilon_0^{(i)} = D \sin^2 \theta_i$ ,  $V_{1-1}^{(i)} = D \sin^2 \theta_i / 2$ ,

$$V_{10}^{(1)} = (H_{x1} + D \sin 2\theta_1 / 2) / \sqrt{2}, \quad V_{10}^{(2)} = (H_{x2} - D \sin 2\theta_2 / 2) / \sqrt{2},$$

$$V_{0-1}^{(1)} = (H_{x1} - D \sin 2\theta_1 / 2) / \sqrt{2}, \quad V_{0-1}^{(2)} = (H_{x2} + D \sin 2\theta_2 / 2) / \sqrt{2}, \quad V_{MM'} = V_{MM'}$$

Для диагонализации гамильтониана (5.4) необходимо в каждой подрешетке совершить три унитарных преобразования

$$\tilde{\mathcal{H}}_0 = \sum_{i=1,2} U^{(i)} \mathcal{H}_0^{(i)} (U^{(i)})^\dagger = \sum_{i=1,2} \sum_{M=1,0,-1} E_M^{(i)} X_i^{MM}. \quad (5.5)$$

Здесь

$$U^{(i)} = U_{1-1}(\alpha_i) U_{10}(\gamma_i) U_{0-1}(\beta_i),$$

$U_{1-1}(\alpha) = \hat{1} + (\cos \alpha - 1)(X^{11} + X^{-11}) + \sin \alpha (X^{1-1} - X^{-11})$  – операторы унитарных поворотов, а энергетические уровни магнитного иона первой подрешетки имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} E_1^{(1)} &= H_{z1} \cos 2\alpha + \frac{D}{2} \sin^2 \theta \sin 2\alpha, \\ E_{0,-1}^{(1)} &= \frac{1}{2} \left[ D \left( \frac{3}{2} \sin^2 \theta - 1 \right) - H_{z1} \cos 2\alpha - \frac{D}{2} \sin^2 \theta \sin 2\alpha \right] \pm \\ &\pm \left[ D \left( \frac{3}{2} \sin^2 \theta - 1 \right) + H_{z1} \cos 2\alpha + \frac{D}{2} \sin^2 \theta \sin 2\alpha \right] \cos 2\beta \pm \\ &\pm \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ H_{x1} (\cos \alpha - \sin \alpha) - \frac{D}{2} \sin 2\theta (\cos \alpha + \sin 2\alpha) \right] \sin 2\beta. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Для второй подрешетки энергетические уровни аналогичны (5.6) с заменой  $(H_{z1}, H_{x1}) \rightarrow (H_{z2}, H_{x2})$ . Также отметим, что параметры  $\gamma_i$  являются произвольными, поэтому, не теряя общности, можно положить их равными нулю. Остальные параметры унитарных преобразований определяются следующей системой уравнений<sup>5</sup>:

$$\begin{aligned} \tan \alpha_i &= \frac{D}{2H_{zi}} \sin^2 \theta_i, \\ \tan \beta_i &= \sqrt{2} \left[ H_{xi} (\cos \alpha_i - \sin \alpha_i) - \frac{D}{2} \sin 2\theta_i (\cos \alpha_i + \sin \alpha_i) \right] \times \\ &\times \left[ D \left( \frac{3}{2} \sin^2 \theta_i - 1 \right) + H_{zi} \cos 2\alpha_i + \frac{D}{2} \sin^2 \theta_i \sin 2\alpha_i \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Кроме того, существует связь между углами поворота подрешеток и параметрами системы:

$$\sin 2\theta_i = \pm 2 \frac{H_{xi}}{D} \frac{1 + \tan \alpha_i}{1 - \tan \alpha_i}. \quad (5.8)$$

<sup>5</sup> Параметры унитарных преобразований были получены Космачевым О.А. в работе [46].

Решая с гамильтонианом (5.5) уравнение Шредингера, получим собственные функции одноузельного гамильтониана

$$\begin{aligned} |\Psi(1)\rangle &= \cos \alpha |1\rangle + \sin \alpha |-1\rangle, \\ |\Psi(0)\rangle &= -\sin \alpha \sin \beta |1\rangle + \cos \beta |0\rangle + \cos \alpha \sin \beta |-1\rangle, \\ |\Psi(-1)\rangle &= -\sin \alpha \cos \beta |1\rangle - \sin \beta |0\rangle + \cos \alpha \cos \beta |-1\rangle. \end{aligned} \quad (5.9)$$

В базисе собственных векторов (5.9) одноузельного гамильтониана оператор  $S^z$  связан с операторами Хаббарда, следующим образом:

$$\begin{aligned} S^z &= \cos 2\alpha \tilde{X}^{11} - \cos 2\alpha \cos^2 \beta \tilde{X}^{-1-1} - \cos 2\alpha \sin^2 \beta \tilde{X}^{00} - \\ &\quad - \sin 2\alpha \cos \beta (\tilde{X}^{1-1} + \tilde{X}^{-11}) - \sin 2\alpha \sin \beta (\tilde{X}^{10} + \tilde{X}^{01}) - \\ &\quad - \frac{1}{2} \cos 2\alpha \sin 2\beta (\tilde{X}^{0-1} + \tilde{X}^{-10}). \end{aligned} \quad (5.10)$$

Из последнего соотношения следует, что при низких температурах модуль намагниченности подрешеток (на один узел) равен:

$$\langle S_{1(2)}^z \rangle = \cos 2\alpha_{1(2)} = \frac{DH_{x1(2)} \sin 2\theta_{1(2)}}{\frac{D^2}{4} \sin^2 2\theta_{1(2)} + H_{x1(2)}^2}. \quad (5.11)$$

Используя соотношения (5.7), (5.8) и (5.11) можно получить связь параметров унитарного преобразования с углами поворота подрешеток

$$\cos \theta_i = \frac{H_{zi} \sin \left( \alpha_i + \frac{\pi}{4} \right)}{D \cos \left( \alpha_i + \frac{\pi}{4} \right) + \left( 2J_0^{(12)} + \tilde{J}_0^{(12)} + \tilde{J}_0 \right) \cos 2\alpha_i \sin \left( \alpha_i + \frac{\pi}{4} \right)}. \quad (5.12)$$

Анализ выражений (5.11) и (5.12) показывает, что в зависимости от соотношения материальных констант  $H$ ,  $D$  и  $J$  в системе могут реализовываться различные фазовые состояния. Так, в области больших полей ( $H > D > J$ ) антиферромагнетик находится в ферромагнитной фазе, в которой намагниченности подрешеток направлены вдоль внешнего магнитного поля и достигают своего максимального значения, т.е.  $\theta_i = 0$ , а  $\langle S_i^z \rangle = 1$ . В области малых полей ( $H < D$ ) система ведет себя принципиально иначе: при таких полях углы поворота подрешеток становятся равными  $\pm \pi/2$ . Но это состояние не является антиферромаг-

нитным, поскольку при больших значениях константы одноионной анизотропии ( $D > J$ ) в системе становится существенным эффект квантового сокращения спина [190,223]. В результате, при малых полях намагниченность подрешеток (на один узел) становится равной нулю  $\langle S_i^z \rangle = 0$ , а упорядочение происходит по квадрупольному параметру порядка  $q_2^0 = 3\langle (S_i^z)^2 \rangle - S(S+1)$  [190,202,223]. Кроме ферромагнитной (ФМ) и квадрупольной (КУ) фаз в рассматриваемом случае (при промежуточных значениях поля) реализуется неколлинеарная фаза, в которой намагниченности подрешеток изменяются по модулю и направлению при изменении внешнего магнитного поля. В этой фазе намагниченности подрешеток лежат в интервале  $0 < \langle S_i^z \rangle < 1$ , а квадрупольный параметр меняется в пределах  $-2 < q_2^0 < 1$ , и  $\pm \frac{\pi}{2} < \theta_i < 0$ . По сути, эта фаза является магнитным аналогом сверхтвердой (СТ) фазы.

Исследуем поведение сильно анизотропного легкоплоскостного антиферромагнетика в СТ фазе. Для этого рассмотрим плотность свободной энергии системы.

Поскольку мы рассматриваем случай низких температур, можно ограничиться учетом лишь нижайшего энергетического уровня  $E_1$ . Тогда плотность свободной энергии может быть представлена как  $F = E_1$ . Учитывая явный вид  $E_1$  и среднего поля  $H_{z1}$ , а также условие  $\langle S^z \rangle = \cos 2\alpha$  для плотности свободной энергии, получим

$$F = \frac{D}{2} \left[ \sin 2\alpha + (1 - \sin 2\alpha) \cos^2 \theta \right] + \frac{1}{2} \left[ J_0 - J_0^{(12)} + \left( 2J_0^{(12)} + \tilde{J}_0 + \tilde{J}_0^{(12)} \right) \cos^2 \theta \right] \cos^2 2\alpha - H \cos 2\alpha \cos \theta. \quad (5.13)$$

Аналогичное выражение для плотности свободной энергии антиферромагнетика было получено в [49,202].

Используя выражение (5.12), плотность свободной энергии можно представить в виде:

$$F = \frac{D}{2} \sin 2\alpha + \frac{1}{2} \left( J_0 - J_0^{(12)} \right) \cos^2 2\alpha - \frac{1}{2} \frac{H^2 \cos^2 2\alpha}{D(1 - \sin 2\alpha) + \left( 2J_0^{(12)} + \tilde{J}_0 + \tilde{J}_0^{(12)} \right) \cos^2 2\alpha}. \quad (5.14)$$

Исследуем плотность свободной энергии в двух предельных случаях: вблизи перехода в ФМ фазу и в окрестности перехода в КУ фазу.

При увеличении магнитного поля намагниченность подрешеток растет по модулю и стремится к своему максимальному значению  $\langle S^z \rangle \rightarrow 1$ . Это означает, что параметр  $\alpha \rightarrow 0$ , а, следовательно, намагниченность подрешеток изменяется как по модулю, так и по направлению. Исходя из этого, в качестве параметра порядка в данном случае удобно выбрать малую величину  $\eta^2 = \sin 2\alpha$ . Тогда, в окрестности перехода в ФМ фазу плотность свободной энергии можно разложить в ряд по малому параметру порядка:

$$F = \frac{D}{2} \left[ 1 - \frac{H^2}{\left( D + 2J_0^{(12)} + \tilde{J}_0 + \tilde{J}_0^{(12)} \right)^2} \right] \eta^2 + \frac{1}{2} \left[ |J_0| + J_0^{(12)} + \frac{H^2 \left[ D^2 + \left( 2J_0^{(12)} + \tilde{J}_0 + \tilde{J}_0^{(12)} \right)^2 \right]}{\left( D + 2J_0^{(12)} + \tilde{J}_0 + \tilde{J}_0^{(12)} \right)^3} \right] \eta^4 - \frac{H^2 \left( 2J_0^{(12)} + \tilde{J}_0 + \tilde{J}_0^{(12)} \right)^2}{\left( D + 2J_0^{(12)} + \tilde{J}_0 + \tilde{J}_0^{(12)} \right)^4} \eta^6. \quad (5.15)$$

Из (5.15) следует, что поле устойчивости СТ фазы равно:

$$H_{c1} = D + 2J_0^{(12)} + \tilde{J}_0 + \tilde{J}_0^{(12)}. \quad (5.16)$$

Кроме того, из (5.16) следует, что коэффициенты при  $\eta^2$  и  $\eta^4$  положительны в области полей  $H < H_{c1}$ , а коэффициент при  $\eta^6 < 0$  в этом же интервале полей. Такое поведение плотности свободной энергии в СТ фазе в окрестности  $H_{c1}$  свидетельствует о том, что критическое поле, определяемое выражением (5.16)

является полем устойчивости СТ фазы, а переход СТ – ФМ фаза является переходом первого рода [73].

Оставаясь в СТ фазе, рассмотрим теперь случай малых полей. По мере уменьшения поля модуль намагниченности подрешеток будет уменьшаться, т.е. параметр  $\alpha \rightarrow -\pi/4$ , а  $\theta_i \rightarrow \pm\pi/2$ . В этом случае, в качестве параметра порядка удобно выбрать намагниченность подрешеток  $\tilde{\eta}_i = \langle S_i^z \rangle = \cos 2\alpha_i$ . Раскладывая выражение (5.14) в ряд по малому параметру  $\tilde{\eta}$ , получаем

$$F = \frac{1}{4} \left( D - 2|J_0| - 2J_0^{(12)} - \frac{H^2}{D} \right) \tilde{\eta}^2 + \frac{1}{16} \left( D - \frac{H^2 (D - 4J_0^{(12)} - 2\tilde{J}_0 - 2\tilde{J}_0^{(12)})}{D^2} \right) \tilde{\eta}^4. \quad (5.17)$$

Как следует из (5.17), критическое поле, при котором СТ фаза переходит в КУ фазу равно

$$H_{c2} = \sqrt{D(D - 2|J_0| - 2J_0^{(12)})}. \quad (5.18)$$

Кроме того, из (5.17) следует, что при  $H \geq H_{c2}$  коэффициент при  $\tilde{\eta}^2$  меньше нуля, а при  $\tilde{\eta}^4$  – положителен. Следовательно, фазовый переход СТ  $\rightarrow$  КУ фаза является переходом второго рода.

Рассмотрим теперь поведение системы в полях, меньших  $H_{c2}$ , т.е. предполагается, что система находится в КУ фазе, характеризуемой следующими параметрами порядка:

$$\langle S_i^z \rangle = 0, \quad q_2^0 = 3 \langle (S_i^z)^2 \rangle - 2 = 1, \quad q_2^2 = \langle (S_i^x)^2 \rangle - \langle (S_i^y)^2 \rangle = -1. \quad (5.19)$$

При этом нижайшим энергетическим уровнем магнитного иона является уровень  $E_1$  (см. (5.6)), а соответствующее ему основное состояние имеет вид:

$$\Psi(1) = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle - |-1\rangle). \quad (5.20)$$

Как легко видеть, это состояние не является парамагнитным, поскольку

$$\langle (S_i^z)^2 \rangle = \langle (S_i^y)^2 \rangle = 1, \quad \langle (S_i^x)^2 \rangle = 0, \quad (5.21)$$

т.е. большая одноионная анизотропия выделяет в КУ фазе плоскость ZOY, в которой сориентированы компоненты тензора квадрупольных моментов.

Перейдем теперь к анализу спектров элементарных возбуждений в КУ фазе. Для этого, как и раньше, мы воспользуемся функциями Грина [75,143,190,223,224]. С учетом явного вида параметров порядка, углов  $\theta_i$  и параметров  $\alpha_i, \beta_i$  в КУ фазе спектры магнонов первой подрешетки имеют вид (для второй подрешетки выражения аналогичны с учетом соответствующих знаков):

$$\varepsilon_{1,2}^2(k) = D^2 + H^2 + 2J(k)D \pm 2\sqrt{D\left[H^2(D + 2J(k)) + D\left(J^{(12)}(k)\right)^2\right]}. \quad (5.22)$$

Как видно из (5.22),  $\varepsilon_1(k)$  описывает высокочастотную ветвь возбуждений, а щель в низкочастотной ветви  $\varepsilon_2(k)$  определяет поле перехода из КУ фазы в СТ состояние:

$$\tilde{H}_{c2} = \sqrt{D\left(D - 2|J_0| - 2J_0^{(12)}\right)}. \quad (5.23)$$

Сравнение выражений (5.18) и (5.23) показывает, что поля переходов «СТ – КУ фаза» и «КУ – СТ фаза» совпадают. Это свидетельствует о том, что данный фазовый переход является переходом второго рода. Подчеркнем, что при этом изменяется как направление векторов намагниченности подрешеток, так и их модуль.

Из выражения (5.23) легко видеть, что существование КУ фазы возможно лишь при значениях константы одноионной анизотропии

$$D_c > 2\left(|J_0| + J_0^{(12)}\right) \quad (5.24)$$

Рассмотрим еще один случай, а именно, случай больших магнитных полей ( $H > D, J$ ). При больших полях параметры  $\alpha, \beta$  и углы поворота подрешеток, как видно из (5.7), становятся равными нулю. Следовательно, при больших магнитных полях векторы намагниченности подрешеток коллинеарны и параллельны оси OZ, а их модули достигают максимального значения ( $\langle S_i^z \rangle = S = 1$ ).

Легко понять, что при таких значениях магнитного поля система находится в ФМ фазе, параметры порядка в которой имеют вид:

$$\langle S_i^z \rangle = 1, \quad q_2^0 = 3 \langle (S_i^z)^2 \rangle - 2 = 1, \quad q_2^2 = \langle (S_i^x)^2 \rangle - \langle (S_i^y)^2 \rangle = 0. \quad (5.25)$$

Нижайшим энергетическим уровнем, как и ранее, является  $E_1$ , а волновая функция основного состояния есть  $\Psi(1) = |1\rangle$ .

Спектры магнонов в ФМ фазе можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1(k) &= 4 \left( J_0 + J_0^{(12)} - \tilde{J}_0 - \tilde{J}_0^{(12)} + H \right), \\ \varepsilon_2(k) &= \sqrt{2} \left( J_0 + J_0^{(12)} - \tilde{J}_0 - \tilde{J}_0^{(12)} - J(k) - J^{(12)}(k) + \tilde{J}(k) + \tilde{J}^{(12)}(k) + H - D \right). \end{aligned} \quad (5.26)$$

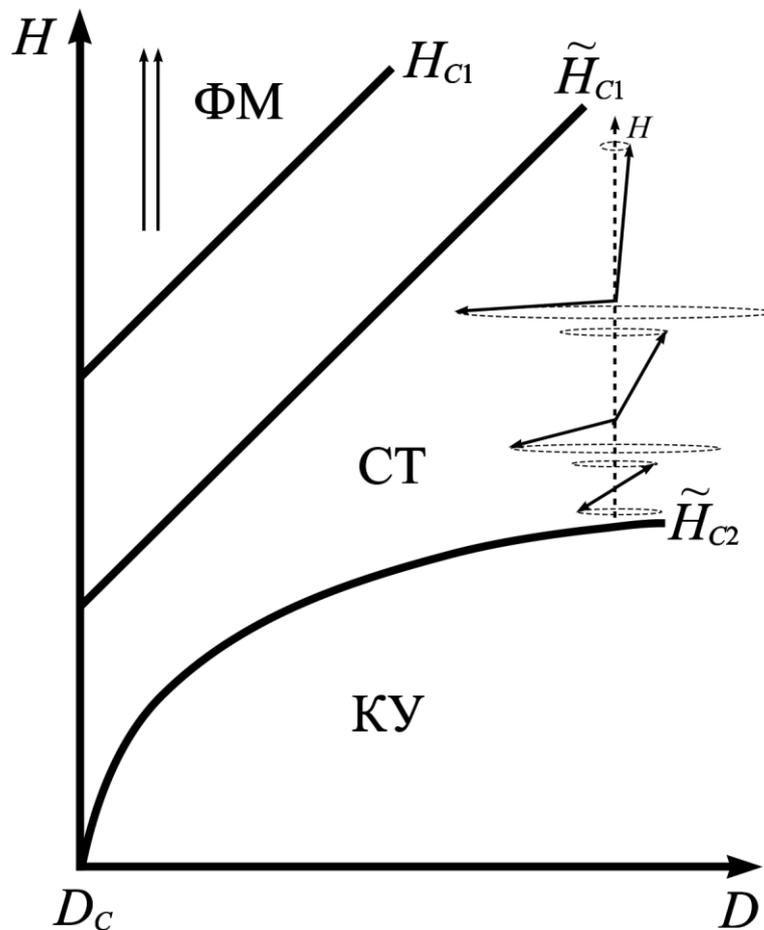
Как видно из (5.26), ветвь возбуждений  $\varepsilon_1(k)$  является высокочастотной бездисперсионной ветвью, а спектр  $\varepsilon_2(k)$  является низкочастотным возбуждением. Обращение в ноль энергетической щели в низкочастотном спектре магнонов позволяет определить поле потери устойчивости:

$$\tilde{H}_{c1} = D. \quad (5.27)$$

Таким образом, поле  $\tilde{H}_{c1}$  является полем устойчивости ФМ фазы. Сравнение выражений (5.16) и (5.27) подтверждает сделанное выше утверждение о том, что фазовый переход «СТ – ФМ фаза» является переходом первого рода, а поля  $\tilde{H}_{c1}$  и  $H_{c1}$  являются полями устойчивости ФМ и СТ фаз, соответственно. Необходимо отметить, что  $H_{c1} > \tilde{H}_{c1}$ , т.е. данный фазовый переход происходит с «гистерезисом».

Фазовая диаграмма сильноанизотропного легкоплоскостного антиферромагнетика в продольном магнитном поле в переменных  $(H, D)$  приведена на рис. 5.1. Необходимо отметить, что данная фазовая диаграмма очень хорошо согласуется с фазовой диаграммой, приведенной в работе [31,101,109]. Однако подчеркнем, что в работе [101] рассматривается случай слабой анизотропии ( $D/J \sim 0,2$ ), и СТ фаза (или биконическая фаза [101]) реализуется в узком интервале полей. В нашем случае, область существования СТ фазы существенно шире, поскольку мы рассматриваем случай сильной одноионной анизотропии ( $D/J$

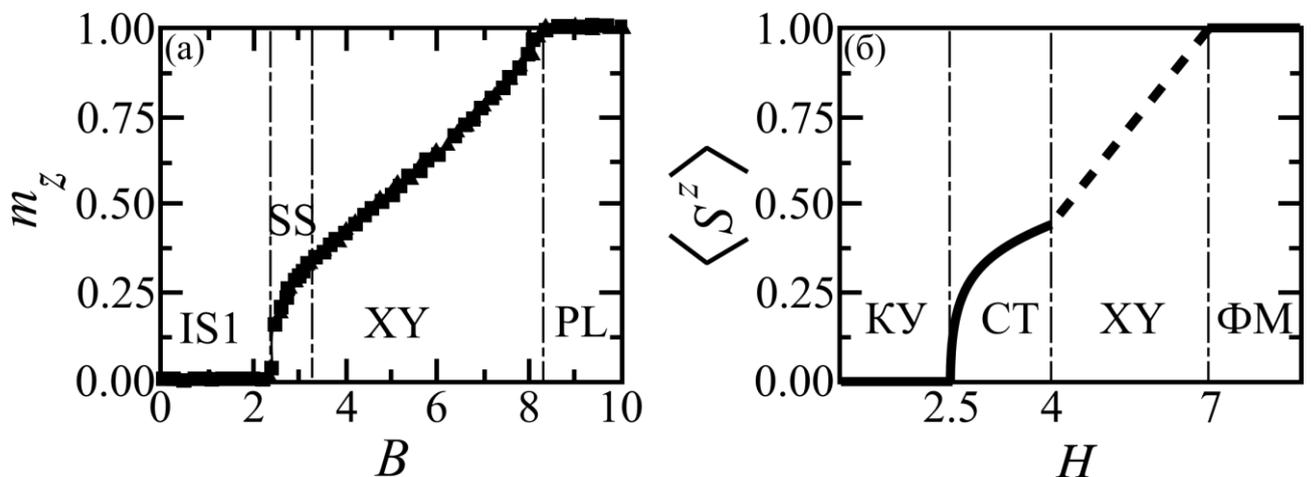
$> 1$ ). Уменьшая величину одноионной анизотропии в рассматриваемой системе, мы получим результаты аналогичные работе [101]. Стоит отметить, что реализация СТ фазы, прежде всего связана с квантовым сокращением спина магнитного иона, т.е. с изменением величины намагниченности в подрешетках. При этом, величина сокращения спина, как отмечалось выше, прямо зависит от соотношения между константами одноионной анизотропии и эффективного поля (см. выражения (5.11) и (5.12)).



**Рис. 5.1.** Фазовая диаграмма сильно анизотропного легкоплоскостного антиферромагнетика в продольном магнитном поле. Стрелками показано изменение намагниченности подрешеток в зависимости от величины поля и типа фазы.

Кроме того, наши результаты согласуются с результатами работы [109], в которой было показано, что СТ фаза может реализоваться в низкоразмерных системах. На рис. 5.2 показана зависимость намагниченности системы от величины внешнего магнитного поля перпендикулярного базисной плоскости. Рис. 5.2 (а) показывает результаты работы [109], а рис. 5.2 (б) – результаты наших

расчетов по выражениям (5.11) и (5.12) для следующих соотношений материальных параметров (все величины приведены в единицах  $J_0$ ):  $D = 4$ ,  $J_0^{(12)} = 1,2$  и  $\tilde{J}_0 = \tilde{J}_0^{(12)} = 0,2$ . Подчеркнем, что мы рассматриваем случай большой одноионной анизотропии, т.е. существенно превосходящей обменное взаимодействие ( $D/J_0 \geq 4$ ) – это является основным условием реализации КУ фазы. В работе [109] рассматривается система с гораздо более слабой одноионной анизотропией ( $D/J_0 \geq 1,5$ ).



**Рис. 5.2.** Сравнение фазовых диаграмм, полученных в работе [109] (а) и в настоящей работе (б). (а) – Намагниченность, как функция поля  $B$ . SS (СТ) фаза появляется между двух однородных состояний: IS1 – основным состоянием является щелевой антиферромагнитной фазой (аналог нашей КУ фазы), и XY – упорядочение аналогичное бозе-эйнштейновскому конденсату. PL (ФМ) – полностью поляризованное состояние. (б) – Намагниченность, как функция поля  $H$ , построенная согласно выражениям (5.11) и (5.12). СТ фаза возникает между двух однородных состояний: КУ фазы (IS1 фазы согласно работе [109] или синглетное основное состояние согласно работе [225]), и XY фазой. ФМ фаза соответствует PL фазе [109].

Как видно из сравнения этих графиков, КУ фаза (соответствующая IS1 фазе [109]), СТ фаза и ФМ фаза (PL в [109]) могут реализоваться в рассматриваемой системе. В нашем исследовании не была явно показана возможность реализации XY фазы, однако, как было упомянуто выше, фазовый переход из СТ

фазы в ФМ фазу является фазовым переходом первого рода, а поля  $\tilde{H}_{c1}$  и  $H_{c1}$  (см. выражения (5.27) и (5.16)) являются полями устойчивости соответствующих фаз. Область, ограниченная линиями стабильности  $\tilde{H}_{c1}$  и  $H_{c1}$  на рис. 5.1, является областью сосуществования ФМ и СТ фаз. С увеличением магнитного поля ориентация локальных магнитных моментов не изменяется в этой области, но намагниченность увеличивается по модулю. Такое поведение системы соответствует XY фазе, полученной в [109] (см. рис. 5.2 (а)).

Также необходимо отметить, что наши результаты согласуются с результатами работы [225], в которой было показано, что в случае достаточно сильной одноионной анизотропии ( $D/J \sim 1,01$ ) в антиферромагнетике реализуется КУ фаза (синглетное основное состояние).

Рассмотрим теперь случай, когда внешнее магнитное поле сориентировано в базисной плоскости XOY (для определенности – вдоль оси OX). В этой геометрии внешнее поле назовем «поперечным», поскольку оно перпендикулярно оси OZ [47,49]. Как и ранее, нас интересуют фазовые состояния сильно анизотропного антиферромагнетика при низких температурах ( $T \ll T_N$ ).

Термодинамический анализ такой системы приведен в работах [49,202]. Однако динамика системы в этих работах не исследовалась. Кроме того, влияние большой одноионной анизотропии требует ее точного учета.

Гамильтониан такой системы аналогичен (5.1), с учетом замены оператора зеемановской энергии на  $-H \sum_{n_i} S_{n_i}^x$ .

Предположим вначале, что поле достаточно велико, так что векторы намагниченности подрешеток сориентированы в базисной плоскости и параллельны внешнему полю, т.е. лежат вдоль оси OX.

Выделяя среднее поле вдоль оси OX, можно записать (с точностью до аддитивной константы) одноузельный гамильтониан системы:

$$\mathcal{H}_0 = D \sum_{i=1,2} (S_i^z)^2 - \tilde{H}_{xi} \sum_{i=1,2} S_i^x, \quad (5.28)$$

где  $\tilde{H}_{x_1} = H + |J_0| \langle S_1^x \rangle - J_0^{(12)} \langle S_2^x \rangle$ ,  $\tilde{H}_{x_2} = H + |J_0| \langle S_2^x \rangle - J_0^{(12)} \langle S_1^x \rangle$ . Гамильтониан (5.28) удобно переписать в терминах операторов Хаббарда, которые строятся на базисе собственных векторов оператора  $S^x$

$$|\pm\rangle = \frac{1}{2}|1\rangle \pm \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{2}|-1\rangle, \quad |\tilde{0}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle - |-1\rangle). \quad (5.29)$$

В этом базисе спиновые операторы связаны с операторами Хаббарда следующим образом:

$$S^x = X^{++} - X^{--}, \quad S^z = \frac{1}{\sqrt{2}}(X^{+\tilde{0}} + X^{\tilde{0}+} + X^{\tilde{0}-} + X^{-\tilde{0}}). \quad (5.30)$$

Используя (5.30), гамильтониан (5.28) легко представить в следующем виде:

$$\mathcal{H}_0 = \sum_{i=1,2} \left[ \frac{D}{2} (\hat{1} + X_i^{\tilde{0}\tilde{0}} + X_i^{+-} + X_i^{-+}) + \tilde{H}_{x_i} (X_i^{++} - X_i^{--}) \right]. \quad (5.31)$$

Как видно, гамильтониан (5.31) недиагонален, и для его диагонализации необходимо провести обобщенное  $u$ - $v$  преобразование [75,226]

$$\tilde{\mathcal{H}}_0 = U^+(\alpha) \mathcal{H}_0 U(\alpha), \quad (5.32)$$

где  $U_{+-}(\alpha) = \exp[\alpha(X^{+-} - X^{-+})]$ .

Решая уравнение Шредингера с гамильтонианом  $\tilde{\mathcal{H}}_0$ , получим энергетические уровни магнитного иона

$$E_{+,-}^{(i)} = \frac{D}{2} (1 - \sin 2\alpha_i) \mp \tilde{H}_{x_i} \cos 2\alpha_i, \quad E_0^{(i)} = D \quad (5.33)$$

и собственные векторы  $\tilde{\mathcal{H}}_0$

$$\begin{aligned} |\Psi(+)\rangle &= \cos \alpha |+\rangle + \sin \alpha |-\rangle, \\ |\Psi(0)\rangle &= |\tilde{0}\rangle, \\ |\Psi(-)\rangle &= -\sin \alpha |+\rangle + \cos \alpha |-\rangle. \end{aligned} \quad (5.34)$$

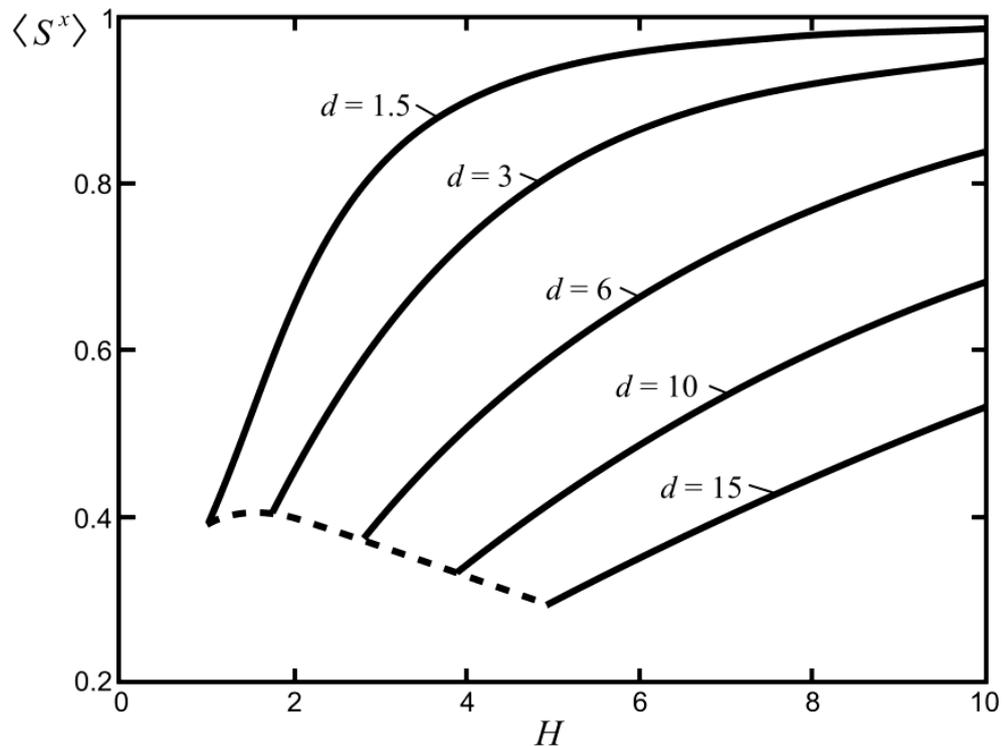
На базисе собственных функций  $\tilde{\mathcal{H}}_0$  (5.35) построим новые операторы Хаббарда  $\tilde{X}^{m'm} = |\Psi(m')\rangle \langle \Psi(m)|$  ( $m = +, -, \tilde{0}$ ), которые связаны со спиновыми операторами следующим образом

$$S^x = \cos 2\alpha (\tilde{X}^{++} - \tilde{X}^{--}) + \sin 2\alpha (\tilde{X}^{+-} + \tilde{X}^{-+}). \quad (5.35)$$

Так как нижайшим энергетическим уровнем, как видно из (5.33), является  $E_+$ , то при  $T \rightarrow 0$  из последнего соотношения следует, что  $\langle S^x \rangle = \cos 2\alpha$ . Тогда уравнение на параметр  $\alpha$  можно представить в следующем виде:

$$H \sin 2\alpha + (|J_0| - J_0^{(12)}) \cos 2\alpha \sin 2\alpha + \frac{D}{2} \cos 2\alpha = 0. \quad (5.36)$$

Численный анализ уравнения (5.36) показывает, что при достаточно больших полях намагниченность подрешеток не достигает своего максимального значения, при этом векторы намагниченности подрешеток параллельны внешнему магнитному полю (ориентированы вдоль оси ОХ). Зависимость намагниченности подрешеток приведена на рис. 5.3 для различных значений константы одноионной анизотропии.



**Рис. 5.3.** Зависимость намагниченности подрешеток легкоплоскостного сильно анизотропного антиферромагнетика от величины магнитного поля и константы одноионной анизотропии. Здесь введено обозначение  $d = D / (|J_0| + J_0^{(12)})$ .

При достаточно больших полях векторы намагниченности подрешеток параллельны внешнему полю, а их модуль не достигает насыщения. Такое фазовое состояние назовем коллинеарной квадрупольно-ферромагнитной (ККФМ) фазой. Как легко видеть, намагниченность подрешеток достигает своего максимального значения в двух случаях: либо при  $D = 0$ , либо при  $H \rightarrow \infty$ .

Спектры элементарных возбуждений в данном случае имеют вид:

$$\varepsilon_1^2(k) = \varepsilon_{+-} \left[ \varepsilon_{+-} + 2(|J(k)| - J^{(12)}(k)) \sin^2 2\alpha \right], \quad (5.37)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_2^2(k) = & \frac{1}{2} \left\{ \varepsilon_{+0}^2 + \left[ \varepsilon_{+0} + (|J(k)| + J^{(12)}(k))(1 - \sin 2\alpha) \right] \times \right. \\ & \left. \times \left[ \varepsilon_{+0} + (|J(k)| + J^{(12)}(k))(1 + \sin 2\alpha) \right] - \varepsilon_{+0} (\tilde{J}(k) - \tilde{J}^{(12)}(k))(1 - \sin 2\alpha) + \xi \right\}. \end{aligned} \quad (5.38)$$

В (5.37) и (5.38) введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{+-} = E_+ - E_- = \frac{D}{2} \frac{1 - \sin 2\alpha}{\sin 2\alpha}, \quad \varepsilon_{+0} = E_+ - E_0 = \frac{D}{\sin 2\alpha}, \\ \xi^2 = \left\{ \varepsilon_{+0} (\tilde{J}(k) - \tilde{J}^{(12)}(k))(1 + \sin 2\alpha) + 2\varepsilon_{+0} (\tilde{J}(k) - \tilde{J}^{(12)}(k)) - (|J(k)| + J^{(12)}(k))^2 \times \right. \\ \left. \times (1 - \sin^2 2\alpha) \right\}^2 + 4\varepsilon_{+0}^2 (|J(k)| + J^{(12)}(k)) (\tilde{J}(k) - \tilde{J}^{(12)}(k)) (1 - \sin^2 2\alpha). \end{aligned}$$

Анализ спектров показывает, что ветвь (5.37) является высокочастотной магنونной ветвью, а обращение в ноль энергетической щели в низкочастотной ветви магнонов (5.38) позволяет определить поле фазового перехода из ККФМ фазы:

$$H_{c1} = 2J_0^{(12)} \sqrt{1 - \left( \frac{D}{2(|J_0| + J_0^{(12)})} \right)^2}. \quad (5.39)$$

На линии фазового перехода, т.е. при  $H = H_{c1}$ , параметр  $\sin 2\alpha = -\frac{D}{2(|J_0| + J_0^{(12)})}$ ,

а намагниченность подрешеток становится равной

$$\langle S^x \rangle = \cos 2\alpha = \sqrt{1 - \left( \frac{D}{2(|J_0| + J_0^{(12)})} \right)^2} \quad (5.40)$$

Используя (5.40), можно упростить выражение для критического поля (5.39):

$$H_{c1} = 2J_0^{(12)} \langle S^x \rangle.$$

Если магнитное поле становится меньше критического поля (5.39), очевидно, что векторы намагниченности подрешеток не будут коллинеарными направлению внешнего магнитного поля (ось  $OX$ ), а будут составлять некоторый угол  $\theta$  ( $-\theta$ ) с направлением внешнего магнитного поля. Причем этот угол будет меняться от нуля (при  $H = H_{c1}$ ) до  $\pi/2$  (при  $H = 0$ ). Кроме того, модули векторов намагниченности также меняются с изменением внешнего поля и достигают величины (5.40) при  $H = H_{c1}$ . Это состояние является спин-флоп (СФ) фазой. Т.е., в случае поперечной ориентации внешнего магнитного поля, вместо сверхтвердой магнитной фазы реализуется спин-флоп фаза.

Рассмотрим поведение системы при  $T \rightarrow 0$ . Низжайший энергетический уровень магнитного иона подрешетки определяется выражением:

$$E_+ = J_0^{(12)} \cos 2\theta \cos^2 2\alpha - |J_0| \cos^2 2\alpha + D(1 + \sin 2\alpha) - H \cos \theta \cos 2\alpha, \quad (5.41)$$

а функция основного состояния имеет вид:

$$|\Psi(+)\rangle = \cos \alpha |1\rangle + \sin \alpha |-1\rangle. \quad (5.42)$$

Выражения (5.41) и (5.42) совпадают с полученными в [49,202].

Поскольку мы рассматриваем случай низких температур, плотность свободной энергии определяется выражением (5.41). Учитывая выражение для намагниченности подрешеток

$$\langle S^x \rangle = \cos 2\alpha = \frac{H}{2J_0^{(12)} \cos \theta}, \quad (5.43)$$

а также то, что  $\sin 2\alpha < 0$ , для плотности свободной энергии получаем:

$$F = \frac{H^2 \cos 2\theta}{4J_0^{(12)} \cos^2 \theta} + \frac{H^2 J_0}{4(J_0^{(12)})^2 \cos^2 \theta} - D \sqrt{1 - \frac{H^2}{4(J_0^{(12)})^2 \cos^2 \theta}}. \quad (5.44)$$

Рассмотрим выражение (5.44) вблизи линии фазового перехода СФ-ККФМ фаза. В этом случае  $\theta \ll 1$ , и плотность свободной энергии можно представить в виде:

$$\begin{aligned}
F = \theta^2 & \left[ -\frac{H^2(|J_0| + J_0^{(12)})}{4(J_0^{(12)})^2} + \frac{D}{2} \frac{H^2}{4(J_0^{(12)})^2 - H^2} \sqrt{1 - \left(\frac{H}{2J_0^{(12)}}\right)^2} \right] + \\
& + \theta^4 \left[ \frac{DH^2}{4(J_0^{(12)})^2 - H^2} \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{8} \frac{H^2}{4(J_0^{(12)})^2 - H^2} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{H}{2J_0^{(12)}}\right)^2} - \frac{H^2(|J_0| + J_0^{(12)})}{6(J_0^{(12)})^2} \right]. \quad (5.45)
\end{aligned}$$

Как видно из (5.45) поле перехода из СФ фазы равно:

$$H_{c2} = 2J_0^{(12)} \sqrt{1 - \left(\frac{D}{2(|J_0| + J_0^{(12)})}\right)^2}, \quad (5.46)$$

что в точности совпадает со значением поля перехода из ККФМ фазы (см. (5.39)). Это свидетельствует о том, что переход СФ-ККФМ фаза является фазовым переходом второго рода. Об этом же свидетельствует выражение (5.45): коэффициент при  $\theta^2$  отрицателен, а при  $\theta^4$  – положителен. Такое поведение плотности свободной энергии характерно для фазовых переходов второго рода. Из (5.45) можно также определить функциональную зависимость равновесного угла  $\theta_0$ :

$$\begin{aligned}
\theta_0^2 = \frac{1}{4} & \left\{ -\frac{|J_0| + J_0^{(12)}}{2(J_0^{(12)})^2} + \frac{D}{4(J_0^{(12)})^2 - H^2} \sqrt{1 - \left(\frac{H}{2J_0^{(12)}}\right)^2} \right\} \times \\
& \times \left\{ -\frac{|J_0| + J_0^{(12)}}{6(J_0^{(12)})^2} + \frac{D}{4(J_0^{(12)})^2 - H^2} \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{8} \frac{H^2}{4(J_0^{(12)})^2 - H^2} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{H}{2J_0^{(12)}}\right)^2} \right\}^{-1}. \quad (5.47)
\end{aligned}$$

Выражение (5.47) описывает зависимость модуля равновесного угла и справедливо для обеих подрешеток с учетом противоположности знака для первой и второй подрешетки.

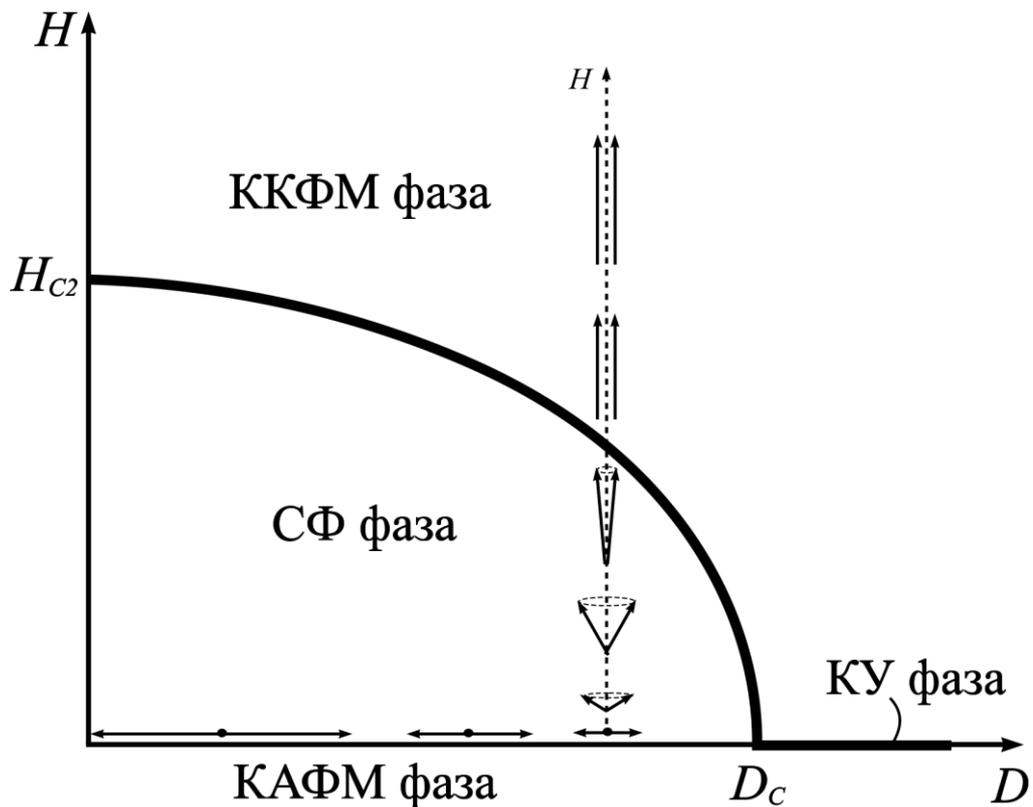
Как видно из (5.39) и (5.45), СФ фаза реализуется при значениях константы одноионной анизотропии, лежащих в интервале

$$J_0, J_0^{(12)} < D < 2(|J_0| + J_0^{(12)}). \quad (5.48)$$

При уменьшении магнитного поля до нуля, углы  $\theta_i \rightarrow \pm\pi/2$ , т.е. векторы намагниченности подрешеток стремятся к антипараллельной ориентации, и при  $H = 0$ , система переходит в квадрупольно-антиферромагнитное (КАФМ) состояние. Это состояние таково, что модули намагниченности подрешеток меняются в зависимости от соотношения между константами одноионной анизотропии и обменных взаимодействий, оставаясь при этом антипараллельными.

Таким образом, при ориентации магнитного поля в базисной плоскости в сильно анизотропном легкоплоскостном антиферромагнетике не реализуются «чистые» ФМ и КУ фазы. Как следует из (5.24), при  $H = 0$  КУ фаза реализуется при  $D_c > 2(|J_0| + J_0^{(12)})$ .

Фазовая диаграмма для рассматриваемого случая приведена на рис. 5.4.



**Рис. 5.4.** Фазовая диаграмма сильно анизотропного легкоплоскостного антиферромагнетика в поперечном магнитном поле. Стрелками показаны ориентации намагниченности подрешеток в зависимости от типа фазового состояния и соотношений между материальными параметрами и внешним магнитным полем.

## 5.2. Сверхтвердая магнитная фаза в легкоплоскостном изингоподобном антиферромагнетике

В данном разделе мы исследуем фазовые состояния и фазовые переходы в двухподрешеточном сильно анизотропном легкоплоскостном изингоподобном антиферромагнетике с  $S = 1$ , находящемся во внешнее магнитное поле. Хотя изингоподобное обменное взаимодействие зависит только от  $z$ -компоненты спинового оператора, сам спиновый оператор имеет все три компоненты,  $\vec{S} = (S^x, S^y, S^z)$ . Мы рассмотрим два случая ориентации внешнего магнитного поля: магнитное поле параллельно или перпендикулярно легкой плоскости. Как и раньше, мы рассматриваем случай низких температур ( $T \ll T_N$ ,  $T_N$  – температура Нееля).

Несмотря на то, что исследуемая система является модельной, существуют реальные магнитные системы, которые по своим характеристикам максимально приближены к рассматриваемой системе. Это, например, антиферромагнетик  $\text{NiCl}_2\text{4SC}(\text{NH}_2)_2$ , в котором спин ионов  $\text{Ni}^{++}$  равен единице, а наличие большой легкоплоскостной одноионной анизотропии приводит к реализации синглетного основного состояния с проекцией спина  $S^z = 0$  [202].

В случае продольного магнитного поля (перпендикулярного базисной плоскости) гамильтониан исследуемой системы имеет следующий вид:

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \sum_{n_i, m_i} J_{n_i, m_i} S_{n_i}^z S_{m_i}^z + \frac{1}{2} \sum_{\substack{n_i, n_j \\ (i \neq j)}} \tilde{J}_{n_i, n_j} S_{n_i}^z S_{n_j}^z + D \sum_{n_i} (S_{n_i}^z)^2 - H \sum_{n_i} S_{n_i}^z, \quad (5.49)$$

где все обозначения совпадают с введенными выше для гамильтониана (5.1).

Рассмотрим сначала случай большого магнитного поля, когда  $H \gg D > |J|, \tilde{J}$ . При этом намагниченности обеих подрешеток будут ориентированы по полю, и система будет находиться в ферромагнитной (ФМ) фазе. Выделяя в обменной части гамильтониана (5.49) средние поля, получим одноузельный гамильтониан для первой подрешетки:

$$\hat{H}_0(n_1) = D(S_{n_1}^z)^2 - \bar{H}S_{n_1}^z, \quad (5.50)$$

где  $\bar{H} = H + (|J_0| - \tilde{J}_0/2)\langle S^z \rangle$ ,  $J_0 = \sum_{n_1} J_{n_1 m_1}$ ,  $\tilde{J}_0 = \sum_{n_1} \tilde{J}_{n_1 n_2}$ . Одноузельный гамильтониан второй подрешетки аналогичен (5.50) с учетом замены индекса 1 на 2.

Решая уравнение Шредингера с гамильтонианом (5.50), найдем энергетические уровни магнитного иона:

$$E_{\pm 1} = D \mp \bar{H}, \quad E_0 = 0, \quad (5.51)$$

и собственные функции гамильтониана (5.51):

$$\Psi(1) = |1\rangle, \quad \Psi(0) = |0\rangle, \quad \Psi(-1) = |-1\rangle. \quad (5.52)$$

Используя технику операторов Хаббарда, получим спектры элементарных возбуждений в ФМ фазе:

$$\varepsilon_1(k) = H + |J_0| - \tilde{J}_0/2 - D, \quad \varepsilon_2(k) = 2H + 2|J_0| - \tilde{J}_0. \quad (5.53)$$

Как видно из (5.53), не только высокочастотная ветвь магнонов (как это обычно и наблюдается) является бездисперсионной, но и низкочастотная. Это обстоятельство связано с тем, что рассматриваемая система обладает сильной одноосной обменной анизотропией, в результате чего в системе отсутствует прецессия магнитного момента вокруг направления эффективного поля.

При уменьшении величины внешнего магнитного поля влияние одноионной анизотропии возрастает, и при

$$H_{\Phi M}^{\parallel} = D - |J_0| + \tilde{J}_0/2 \quad (5.54)$$

щель в спектре магнонов  $\varepsilon_1(k)$  обращается в ноль, что свидетельствует о фазовом переходе из ФМ фазы. Необходимо отметить, что, как видно из (5.54), межподрешеточное обменное взаимодействие  $\tilde{J}_0$  усиливает влияние большой легкоплоскостной одноионной анизотропии. Это становится понятным, если вспомнить, что оно соответствует антиферромагнитной ориентации намагниченности в подрешетках, т.е. пытается развернуть намагниченность одной из подрешеток против поля, и, следовательно, способствует уменьшению суммарной намагниченности системы. Влияние же большой одноионной анизотропии приводит к квантовому сокращению спина, т.е. она также способствует уменьшению суммарной намагниченности подрешеток, хотя механизм этого другой.

В этом смысле эти два взаимодействия работают в паре и конкурируют с внешним магнитным полем и ферромагнитным обменным взаимодействием в подрешетках.

Теперь рассмотрим случай слабого магнитного поля, т.е.  $D \gg H, |J|, \tilde{J}$ . В этом случае, влияние большой легкоплоскостной одноионной анизотропии приводит к реализации квадрупольной (КУ) фазы. Одноузельный гамильтониан системы будет иметь вид (5.50) с учетом равенства нулю намагниченности подрешеток, и, следовательно, останутся без изменений энергетические уровни магнитного иона и собственные функции гамильтониана (5.50) в КУ фазе. Однако в КУ фазе происходит инверсия энергетических уровней, и нижайшим уровнем становится  $E_0$  из-за влияния большой легкоплоскостной одноионной анизотропии. Это приводит к тому, что спектры элементарных возбуждений в КУ фазе имеют другой вид:

$$\varepsilon_1(k) = D - H, \quad \varepsilon_2(k) = D + H. \quad (5.55)$$

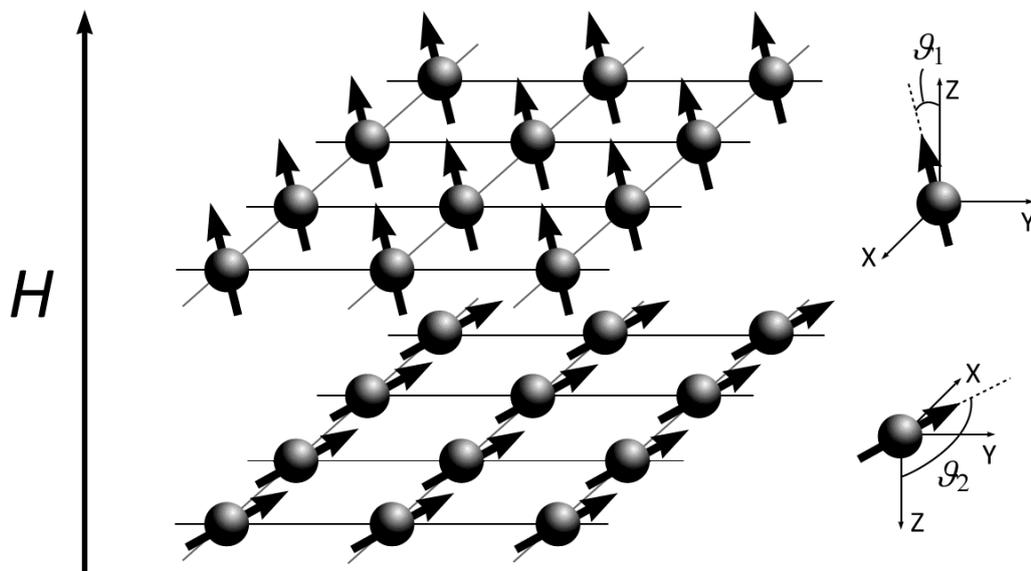
Как видно из выражений (5.55), спектры магнонов в КУ фазе также бездисперсионные, как и ФМ фазе.

С ростом величины внешнего магнитного поля щель в спектре магнонов  $\varepsilon_1(k)$  обращается в ноль при

$$H_{KV}^{\parallel} = D, \quad (5.56)$$

что свидетельствует о фазовом переходе из КУ фазы.

Рассмотрим теперь наиболее интересный, и вместе с тем сложный, случай промежуточных магнитных полей, когда  $H$  принимает значения в интервале между  $H_{KV}^{\parallel}$  и  $H_{\Phi M}^{\parallel}$ , а  $D > |J|, \tilde{J}$ . Если ввести системы координат, привязанные к подрешеткам (см. рис. 5.5), то намагниченность первой подрешетки будет составлять некоторый угол  $\vartheta_1$  с направлением внешнего магнитного поля (т.е. осью OZ), а намагниченность второй подрешетки – угол  $-\vartheta_2$  с осью OZ. Для простоты будем считать, что намагниченности подрешеток лежат в плоскости XOZ. Это упрощает рассмотрение, но совершенно не влияет на общность рассматриваемой задачи.



**Рис. 5.5.** Ориентация магнитных моментов подрешеток во внешнем магнитном поле  $H$  сравнимом с  $D > |J|$ ,  $\tilde{J}$ .  $H$  принимает значения в интервале между  $H_{KV}^{\parallel}$  и  $H_{\phi M}^{\parallel}$ .

Дальнейшее рассмотрение удобно проводить в повернутых системах координат, в которых намагниченности подрешеток ориентированы вдоль оси  $OZ$ . Для этого необходимо повернуть систему координат, связанную с первой подрешеткой на угол  $\vartheta_1$  вокруг оси  $OY$ , а систему координат, связанную со второй подрешеткой – на угол  $\vartheta_2$ . С учетом этого, мы получим следующее выражение для одноузельного гамильтониана:

$$\hat{H}_0(n_i) = -\bar{H}_i^z S_{n_i}^z - \bar{H}_i^x S_{n_i}^x + D \left[ (S_{n_i}^x)^2 \sin^2 \vartheta_i + (S_{n_i}^z)^2 \cos^2 \vartheta_i + (S_{n_i}^x S_{n_i}^z + S_{n_i}^z S_{n_i}^x) \frac{\sin 2\vartheta_i}{2} \right], \quad (5.57)$$

где 
$$\bar{H}_i^z = |J_0| \langle S_i^z \rangle \cos^2 \vartheta_i - \tilde{J}_0 \langle S_j^z \rangle \cos \vartheta_i \cos \vartheta_j / 2 + H \cos \vartheta_i,$$

$$\bar{H}_i^x = \frac{1}{2} \left( |J_0| \langle S_i^z \rangle \sin 2\vartheta_i - \tilde{J}_0 \langle S_j^z \rangle \sin \vartheta_i \cos \vartheta_j \right) + H \sin \vartheta_i, \quad i \neq j.$$

Для нахождения собственных функций и собственных значений гамильтониана (5.57) необходимо диагонализировать его, что можно сделать при помощи процедуры унитарных поворотов в спиновом пространстве [144]. Выражения для энергетических уровней магнитного иона будут иметь вид:

$$\begin{aligned}
E_{1,0}^i &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{D}{2} (2 + \sin^2 \mathcal{G}_i) - \bar{H}_i^z \cos 2\alpha + \frac{D}{2} \sin^2 \mathcal{G}_i \sin 2\alpha \pm \right. \\
&\pm \left[ \frac{D}{2} (2 \cos^2 \mathcal{G}_i - \sin^2 \mathcal{G}_i) - \bar{H}_i^z \cos 2\alpha + \frac{D}{2} \sin^2 \mathcal{G}_i \sin 2\alpha \right] \cos 2\beta \pm \\
&\pm \left. \left[ \sqrt{2} \bar{H}_i^x (\cos \alpha + \sin \alpha) + \frac{D}{\sqrt{2}} \sin 2\mathcal{G}_i (\cos \alpha - \sin \alpha) \right] \sin 2\beta \right\}, \\
E_{-1}^i &= \bar{H}_i^z \cos 2\alpha + \frac{D}{2} (1 + \cos^2 \mathcal{G}_i) - \frac{D}{2} \sin^2 \mathcal{G}_i \sin 2\alpha,
\end{aligned} \tag{5.58}$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  являются параметрами унитарного преобразования, и определяются следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \tan \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2\bar{H}_i^x (\cos \alpha - \sin \alpha) - D \sin 2\mathcal{G}_i (\cos \alpha + \sin \alpha)}{2\bar{H}_i^z \sin 2\alpha + D \sin^2 \mathcal{G}_i \cos 2\alpha}, \\ \tan 2\beta = \frac{2\sqrt{2}\bar{H}_i^x (\cos \alpha + \sin \alpha) + D \sin 2\mathcal{G}_i (\cos \alpha - \sin \alpha)}{D(3\cos^2 \mathcal{G}_i - 1) - 2\bar{H}_i^z \cos 2\alpha + D \sin^2 \mathcal{G}_i \sin 2\alpha}. \end{cases} \tag{5.59}$$

Используя теорию фазовых переходов Ландау, рассмотрим спиновое состояние системы, когда  $H$  принимает значения в интервале полей между  $H_{KV}^{\parallel}$  и  $H_{\Phi M}^{\parallel}$ . Для этого нам надо исследовать плотность свободной энергии системы  $F$ , раскладывая ее в ряд по соответствующему параметру порядка, который должен стремиться к нулю по мере приближении к линиям фазовых переходов (линиям устойчивости) ФМ или КУ фаз, соответственно. В связи с этим, логично рассмотреть два предельных случая:

1. Магнитное поле  $H$  стремится снизу к критическому значению  $H_{\Phi M}^{\parallel}$ . С ростом величины внешнего магнитного поля намагниченность подрешеток,  $\langle S^z \rangle$ , будет стремиться к единице. В этом случае, в качестве параметра порядка удобно выбрать малую величину  $\eta^2 = \sqrt{1 - \langle S^z \rangle^2}$ . Можно показать (см., например, [46]), что намагниченность подрешетки  $\langle S^z \rangle = \cos 2\alpha$ , тогда параметр порядка вблизи ФМ фазы имеет вид:  $\eta^2 = \sin 2\alpha$ .

2. Магнитное поле  $H$  стремится сверху к критическому значению  $H_{KV}^{\parallel}$ . В этом случае, в качестве параметра порядка удобно выбрать именно намагниченность подрешеток  $\sigma = \langle S^z \rangle = \cos 2\alpha$ , поскольку модуль намагниченности стремится к нулю при приближении к КУ фазе.

Стандартная процедура определения равновесного состояния магнетика заключается в минимизации полной энергии системы. Однако в антиферромагнетиках основное состояние не является хорошо определенным, а полная энергия антиферромагнетика не соответствует равновесию [1]. Поэтому, мы будем исследовать минимум плотности свободной энергии системы, которая в общем случае имеет следующий вид:  $F = -T \ln Z$ , где  $Z = \sum_{M=-1,0,1} \exp(-E_M/T)$ . И для первой, и для второй подрешеток выражения для плотности свободной энергии будут иметь общий вид. Поскольку мы рассматриваем случай низких температур, мы можем ограничиться учетом только нижайшего энергетического уровня  $E_1$ , тогда плотность свободной энергии будет иметь вид:

$$F_i = \frac{D}{2}(1 + \cos^2 \vartheta_i) - \bar{H}_i^z \sigma_i + \frac{D}{2} \sin^2 \vartheta_i \sqrt{1 - \sigma_i^2}. \quad (5.60)$$

При получении выражения (5.60) мы учли, что  $\sigma = \langle S^z \rangle = \cos 2\alpha$ . Кроме того, как показано в работе [46], угол  $\alpha$  меняется, в рассматриваемом состоянии, от 0 до  $-\pi/4$ , что означает уменьшение модуля намагниченности от 1 до 0. Таким образом, в промежуточном состоянии намагниченность не только меняет свое направление, при уменьшении внешнего магнитного поля, но и уменьшается по модулю, и в пределе при  $H \rightarrow H_{KV}^{\parallel}$  обращается в ноль, что связано с квантовым сокращением спина.

Минимизируя (5.60) по  $\vartheta_i$ , мы можем найти зависимость угла ориентации намагниченности в подрешетках от внешнего магнитного поля, константы анизотропии и величин обменных взаимодействий. Эта зависимость определяется системой двух уравнений:

$$\begin{cases} \sin \vartheta_1 \left[ D(1 - \sqrt{1 - \sigma^2}) \cos \vartheta_1 - 2|J_0| \sigma^2 \cos \vartheta_1 + \frac{\tilde{J}_0}{2} \sigma^2 \cos \vartheta_2 - H\sigma \right] = 0, \\ \tilde{J}_0 \sigma^2 \cos \vartheta_1 \sin \vartheta_2 = 0. \end{cases} \quad (5.61)$$

Система (5.61) имеет два решения. Первое решение тривиальное:

$$\vartheta_1 = \vartheta_2 = 0. \quad (5.62)$$

Используя это решение, мы можем найти плотность свободной энергии для наиболее интересного случая – вблизи КУ фазы, когда  $\sigma \rightarrow 0$ :

$$F_{\vartheta_1=\vartheta_2=0} = D. \quad (5.63)$$

Второе решение системы (5.61) нетривиальное:

$$\begin{cases} \cos \vartheta_1 = \frac{(2H - \tilde{J}_0 \sigma) \sigma}{2 \left[ D(1 - \sqrt{1 - \sigma^2}) - 2|J_0| \sigma^2 \right]}, \\ \vartheta_2 = 0. \end{cases} \quad (5.64)$$

Исследуем плотность свободной энергии в нетривиальном случае (5.64), когда внешнее магнитное поле близко к критическому полю перехода в КУ фазу. Раскладывая выражение (5.60) в ряд по намагниченности и ограничиваясь второй степенью  $\sigma$ , получим выражение для плотности свободной энергии вблизи КУ фазы:

$$F = D - \frac{H^2}{D - 4|J_0|} + \frac{H\tilde{J}_0\sigma}{D - 4|J_0|} + \left[ \frac{D(H^2 - \tilde{J}_0^2) + 4|J_0|\tilde{J}_0^2}{(D - 4|J_0|)^2} - D \right] \frac{\sigma^2}{4}. \quad (5.65)$$

В пределе  $\sigma \rightarrow 0$  уравнение (5.65) сводится к следующему простому выражению:

$$F = D - \frac{H^2}{D - 4|J_0|}. \quad (5.66)$$

Очевидно, что плотность свободной энергии (5.66) меньше, чем плотность свободной энергии для тривиального решения (5.63). Это означает, что фаза с неколлинеарной ориентацией намагниченностей подрешеток энергетически выгоднее, чем фаза с коллинеарной ориентацией намагниченности в подрешетках. Очевидно, что фаза с неколлинеарной ориентацией намагниченностей подре-

шеток является ничем иным, как сверхтвердой (СТ) магнитной фазой, однако в одной из подрешеток намагниченность всегда ориентирована по полю.

Из уравнения (5.65) легко найти поле перехода в КУ фазу:

$$H_{СТ-КУ}^{\parallel} = (D - 4|J_0|) \sqrt{1 + \frac{\tilde{J}_0^2}{D(D - 4|J_0|)}} \approx D - 4|J_0|. \quad (5.67)$$

Анализ плотности свободной энергии показывает, что фазовый переход из СТ фазы в КУ фазу является фазовым переходом первого рода, а выражение (5.67) определяет линию потери устойчивости СТ фазы при фазовом переходе в КУ фазу.

Теперь рассмотрим случай, когда система находится вблизи поля перехода в ФМ фазу. Раскладывая (5.60) в ряд по малому параметру  $\eta$ , получим выражение для плотности свободной энергии вблизи ФМ фазы:

$$\begin{aligned} F = & \frac{D}{2} - \frac{(2H - \tilde{J}_0)^2}{8(D - 2|J_0|)} + \frac{D}{2} \left[ 1 - \frac{(2H - \tilde{J}_0)^2}{4(D - 2|J_0|)^2} \right] \eta^2 + \\ & + \left[ \frac{D(2H^2 + \tilde{J}_0^2) - H\tilde{J}_0(3D - 2|J_0|) - |J_0|\tilde{J}_0^2}{4(D - 2|J_0|)^2} - \frac{D^2(2H - \tilde{J}_0)^2}{8(D - 2|J_0|)^3} \right] \eta^4 + \\ & + \left\{ \frac{D(2H - \tilde{J}_0)(H - \tilde{J}_0)}{4(D - 2|J_0|)^2} + \frac{D|J_0|(2H - \tilde{J}_0)(4H - 3\tilde{J}_0)}{2(D - 2|J_0|)^3} + \right. \\ & \left. + \frac{D(2H - \tilde{J}_0)^2}{8(D - 2|J_0|)^4} [24|J_0|(D - 2|J_0|) - 9D^2] \right\} \eta^6, \end{aligned} \quad (5.68)$$

откуда легко найти поле фазового перехода в ФМ фазу:

$$H_{СТ-ФМ}^{\parallel} = D - 2|J_0| + \tilde{J}_0/2. \quad (5.69)$$

Если  $H < H_{СТ-ФМ}$ , то коэффициенты при  $\eta^2$  и  $\eta^4$  в выражении (5.68) положительны, а коэффициент при  $\eta^6$  отрицательный, что указывает на то, что фазовый переход из СТ фазы в ФМ фазу является фазовым переходом первого рода, а линия, определяемая соотношением (5.69), является линией потери устойчивости СТ фазы при переходе в ФМ фазу.

Таким образом, сравнение плотностей свободной энергии показывает, что СТ фаза энергетически более выгодна, чем коллинеарная фаза. При этом намагниченности подрешеток в СТ фазе имеют довольно интересную ориентацию, когда намагниченность одной из подрешеток всегда ориентирована по полю. На первый взгляд решение (5.64) может показаться довольно странным, однако оно совпадает с известными результатами. В работе [101] была получена связь углов ориентации намагниченности в подрешетках в промежуточной фазе:

$$\theta_2 = \arccos \left( \frac{\sqrt{1-\Delta^2} - \cos \theta_1}{1 - \sqrt{1-\Delta^2} \cos \theta_1} \right). \quad (5.70)$$

Параметр обменной анизотропии  $\Delta$  равен нулю в случае изингоподобного антиферромагнетика. Тогда выражение (5.70) совпадает со вторым уравнением системы (5.64). Это связано с тем, что в случае изингоподобного антиферромагнетика большая одноосная обменная анизотропия играет существенную роль. С одной стороны, она способствует ориентации намагниченности одной из подрешеток по полю, а с другой – действует совместно с легкоплоскостной анизотропией, приводя к существенному отклонению намагниченности второй подрешетки от направления внешнего магнитного поля.

Теперь рассмотрим поведение системы в поперечном магнитном поле (параллельном легкой плоскости). В этом случае гамильтониан системы можно представить следующим образом:

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} \sum_{n_i, m_i} J_{n_i, m_i} S_{n_i}^z S_{m_i}^z - \frac{1}{2} \sum_{\substack{n_i, n_j \\ (i \neq j)}} \tilde{J}_{n_i, n_j} S_{n_i}^z S_{n_j}^z + D \sum_{n_i} (S_{n_i}^z)^2 - H \sum_{n_i} S_{n_i}^x. \quad (5.71)$$

Как и в случае продольного магнитного поля, мы рассмотрим два случая: сильное и слабое магнитное поле. Сначала рассмотрим случай, когда зеемановская энергия существенно превосходит энергии обменных взаимодействий и одноионной анизотропии. В этом случае в системе реализуется ФМ фаза.

Дальнейшее рассмотрение удобно проводить в повернутой системе координат, в которой ось квантования (ось OZ) совпадает с ориентацией намагни-

ченности подрешеток, т.е. с направлением внешнего магнитного поля. В этом случае, гамильтониан системы (5.71) примет следующий вид:

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} \sum_{n_i, m_i} J_{n_i, m_i} S_{n_i}^x S_{m_i}^x - \frac{1}{2} \sum_{\substack{n_i, n_j \\ (i \neq j)}} \tilde{J}_{n_i, n_j} S_{n_i}^x S_{n_j}^x + D \sum_{n_i} (S_{n_i}^x)^2 - H \sum_{n_i} S_{n_i}^z. \quad (5.72)$$

Поскольку в гамильтониане (5.72) слагаемые, описывающие энергию обменных взаимодействий, не зависят от проекции спинового оператора на ось квантования, одноузельный гамильтониан принимает простой вид:

$$\hat{H}_0(n_i) = D \sum_{n_i} (S_{n_i}^x)^2 - H \sum_{n_i} S_{n_i}^z. \quad (5.73)$$

Решая одноузельную задачу с гамильтонианом (5.73), найдем энергетические уровни магнитного иона:

$$E_{\pm 1}^{(i)} = \frac{D}{2} \mp \kappa, \quad E_0^{(i)} = D, \quad (5.74)$$

где  $\kappa = \sqrt{H^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2}$ ;  $\cos 2\theta = \frac{H}{\kappa}$ ,  $\sin 2\theta = \frac{D}{2\kappa}$ . Собственные функции одно-

узельного гамильтониана имеют вид:

$$\Psi(1) = \cos \theta |1\rangle - \sin \theta |-1\rangle, \quad \Psi(0) = |0\rangle, \quad \Psi(-1) = \sin \theta |1\rangle + \cos \theta |-1\rangle, \quad (5.75)$$

Пользуясь выражениями для собственных функций (5.75), построим операторы Хаббарда:

$$\begin{aligned} S^z &= \cos 2\theta (X^{11} - X^{-1-1}) + \sin 2\theta (X^{1-1} + X^{-11}), \\ S^+ &= \sqrt{2} \cos \theta (X^{10} + X^{0-1}) + \sqrt{2} \sin \theta (X^{-10} - X^{01}), \quad S^- = (S^+)^\dagger. \end{aligned} \quad (5.76)$$

Выполняя процедуру бозонизации операторов Хаббарда, найдем спектры элементарных возбуждений в ФМ фазе:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^2(k) &= \left(\frac{D}{2} + \kappa\right) \left[ \frac{D}{2} + \kappa - (2J_k - |\tilde{J}_k|) \left(1 - \frac{D}{2\kappa}\right) \right], \\ \varepsilon_2^2(k) &= 4H^2 + D^2, \end{aligned} \quad (5.77)$$

Из условия обращения в ноль щели в низкочастотном спектре  $\varepsilon_1(k)$  найдем поле перехода из ферромагнитной фазы:

$$H_{\Phi M}^{\perp} = \sqrt{2D_C^2 - \frac{D^2}{8} - 2D_C D - 2\left(D_C - \frac{D}{4}\right) \sqrt{D_C^2 - \frac{3}{2}D_C D + \frac{D^2}{16}}}, \quad (5.78)$$

где  $D_C = J_0 - |\tilde{J}_0|/2$ . Как будет показано ниже, критическое значение анизотропии  $D_C$  соответствует фазовому переходу из антиферромагнитной (АФМ) фазы в КУ фазу.

Как следует из выражения (5.76), среднее значение намагниченности подрешеток (на один узел) в данном состоянии имеет вид:

$$\langle S^z \rangle = \cos 2\theta \left( \langle X^{11} \rangle - \langle X^{-1-1} \rangle \right), \quad (5.79)$$

и в низкотемпературном пределе равно

$$\langle S^z \rangle \approx \cos 2\theta = \frac{H}{\sqrt{H^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2}}. \quad (5.80)$$

Из последнего выражения следует, что намагниченность подрешеток достигает максимально возможного значения только в изотропном случае. Этот результат совпадает с результатами [46] и объясняется тем, что оператор одноионной анизотропии не коммутирует с проекцией спинового оператора на ось OZ (см. (5.73)). Это приводит к тому, что данная компонента спинового оператора не является интегралом движения, и, следовательно, к невозможности достигнуть насыщения намагниченности в конечном продольном магнитном поле. Данное фазовое состояние является ферромагнитным, но ненасыщенным.

Теперь рассмотрим случай слабого магнитного поля, когда энергия внешнего магнитного поля существенно меньше энергии одноионной анизотропии и энергий обменных взаимодействий. В этом случае, влияние большой легкоплоскостной одноионной анизотропии может привести к реализации КУ упорядочения.

Одноузельный гамильтониан в этом случае также будет иметь вид (5.73), поэтому спектры магнонов в квадрупольной фазе тоже имеют вид (5.77). Единственное отличие от рассмотренного выше случая сильных магнитных полей

состоит в том, что в квадрупольной фазе величина  $D/2\kappa \rightarrow 1$  (поскольку  $H \rightarrow 0$ ). Это означает, что среднее значение намагниченности может обратиться в ноль только при нулевом магнитном поле, поскольку при любом сколь угодно малом магнитном поле отличном от нуля справедливо выражение (5.80).

Следовательно,  $H_{KV}^\perp = 0$  – определяет поле перехода из квадрупольной фазы. Для того чтобы ответить на вопрос, какое спиновое состояние реализуется между ненасыщенной ФМ фазой и КУ фазой, необходимо исследовать систему в интервале полей  $0 < H < H_{\Phi M}^\perp$ . Однако прежде, чем сделать это, рассмотрим более подробно случай нулевого магнитного поля.

Одноузельный гамильтониан при нулевом внешнем магнитном поле будет иметь вид:

$$\hat{H}_0(n_i) = D \sum_{n_i} (S_{n_i}^z)^2 + (-1)^{i+1} \bar{H} \sum_{n_i} S_{n_i}^z, \quad (5.81)$$

где  $\bar{H} = (J_0 - |\tilde{J}_0|/2) \langle S^z \rangle$  – среднее поле. Из выражения (5.81) видно, что в зависимости от соотношения обменных констант и константы легкоплоскостной анизотропии в системе может реализоваться либо АФМ (если  $D < J$ ), либо КУ фаза ( $D > J$ ). Поскольку мы рассматриваем случай большой одноионной легкоплоскостной анизотропии, то АФМ фаза в рассматриваемой системе не реализуется.

Решая уравнение Шредингера с гамильтонианом (5.81), найдем собственные значения энергии магнитного иона, которые имеют вид (5.51), а собственные функции гамильтониана (5.81) совпадают с выражениями (5.75), если учесть, что в нулевом магнитном поле  $\cos 2\theta = 1$ . В этом случае связь спиновых операторов с операторами Хаббарда имеет простой вид:

$$S^z = X^{11} - X^{-1-1}, \quad S^+ = \sqrt{2} (X^{10} + X^{0-1}), \quad S^- = (S^+)^\dagger. \quad (5.82)$$

Выполняя процедуру бозонизации хаббардовских операторов, легко получить спектры элементарных возбуждений в КУ фазе:

$$\varepsilon_1(k) = D - J_k + |\tilde{J}_k|/2, \quad \varepsilon_2(k) = J_k - |\tilde{J}_k|/2, \quad (5.83)$$

справедливые при больших значениях константы одноионной анизотропии ( $D \gg J_0, |\tilde{J}_0|$ ).

Из условия обращения в ноль щели в низкочастотном магнотном спектре можно найти значение легкоплоскостной одноионной анизотропии, при котором происходит фазовый переход из КУ фазы:  $D_{KY} = J_0 - |\tilde{J}_0|/2$ . Кстати, это выражение совпадает с выражением для  $D_C$ , которое удобно использовать при получении выражения для критического поля перехода из ненасыщенной ФМ фазы (5.78).

Теперь вернемся к вопросу о спиновом состоянии, реализующемся в интервале полей  $0 < H < H_{\Phi M}^{\perp}$ . Усредняя выражения (5.76), полученные выше для случая произвольных полей, видно, что намагниченность в подрешетке всегда отлична от нуля при ненулевом магнитном поле, однако ее модуль меняется с ростом поля от нуля до  $H_{\Phi M}^{\perp}$ . Для того чтобы определить состояние, в котором находится система, исследуем свободную энергию в подрешетках.

Одноузельные гамильтонианы для первой и второй подрешетки будут иметь вид:

$$\hat{H}_0(n_i) = D \sum_{n_i} (S_{n_i}^y)^2 + (-1)^i H \cos \varphi_i \sum_{n_i} S_{n_i}^z - H \sin \varphi_i \sum_{n_i} S_{n_i}^x. \quad (5.84)$$

При получении выражений (5.84) мы предполагали, что в общем случае намагниченности подрешеток неколлинеарные и составляют разные углы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  с осью квантования OZ. Используя процедуру диагонализации [144], найдем энергетические уровни магнитного иона для первой и второй подрешетки:

$$\begin{aligned}
E_1^{(i)} &= (-1)^i \frac{H}{2} \cos \varphi_i \cos 2\alpha_i (1 + \cos 2\beta_i) - \frac{H}{2\sqrt{2}} \sin \varphi_i (\cos \alpha_i + \sin \alpha_i) \sin 2\beta_i - \\
&\quad - \frac{D}{4} \sin 2\alpha_i (1 + \cos 2\beta_i) + \frac{D}{4} (1 - \cos 2\beta_i), \\
E_{0,-1}^{(i)} &= \frac{1}{4} \left\{ (-1)^{i+1} H \cos \varphi_i \cos 2\alpha_i + \frac{D}{2} (1 + \sin 2\alpha_i) + \left[ (-1)^{i+1} H \cos \varphi_i \cos 2\alpha_i + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \frac{D}{2} (1 + \sin 2\alpha_i) \right] \cos 2\beta_i + \frac{H}{\sqrt{2}} \sin \varphi_i (\cos \alpha_i + \sin \alpha_i) \sin 2\beta_i \right\} \pm \\
&\quad \pm \frac{1}{4} \left\{ (-1)^i 3H \cos \varphi_i \cos 2\alpha_i + \frac{D}{2} (1 - 3\sin 2\alpha_i) + \right. \\
&\quad \left. + \left[ (-1)^{i+1} H \cos \varphi_i \cos 2\alpha_i + \frac{D}{2} (1 + \sin 2\alpha_i) \right] \cos 2\beta_i + \right. \\
&\quad \left. + \frac{H}{\sqrt{2}} \sin \varphi_i (\cos \alpha_i + \sin \alpha_i) \sin 2\beta_i \right\} \cos 2\gamma_i \mp \\
&\quad \mp \left\{ \left[ (-1)^{i+1} H \cos \varphi_i \sin 2\alpha_i - \frac{D}{2} \cos 2\alpha_i \right] \sin \beta_i + \right. \\
&\quad \left. + \frac{H}{\sqrt{2}} \sin \varphi_i (\cos \alpha_i - \sin \alpha_i) \cos \beta_i \right\} \sin 2\gamma_i, \tag{5.85}
\end{aligned}$$

где параметры унитарных преобразований  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  определяются следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}
\tan 2\beta_i &= \frac{\sqrt{2}H \sin \varphi_i (\cos \alpha_i + \sin \alpha_i)}{\frac{D}{2} (1 + \sin 2\alpha_i) + (-1)^{i+1} \cos \varphi_i}, \\
\tan \beta_i &= \frac{(-1)^{i+1} H \cos \varphi_i \sin 2\alpha_i - \frac{D}{2} \cos 2\alpha_i}{\frac{H}{\sqrt{2}} \sin \varphi_i (\cos \alpha_i - \sin \alpha_i)}, \\
&\quad \left\{ (-1)^{i+1} H \cos \varphi_i \cos 2\alpha_i (3 - \cos 2\beta_i) - \frac{H}{\sqrt{2}} \sin \varphi_i (\cos \alpha_i + \sin \alpha_i) \sin 2\beta_i + \right. \\
&\quad \left. + \frac{D}{2} \sin 2\alpha_i (3 - \cos 2\beta_i) - \frac{D}{2} (1 + \cos 2\beta_i) \right\} \sin 2\gamma_i = \\
&\quad = 2 \left\{ \sqrt{2}H \sin \varphi_i (\cos \alpha_i - \sin \alpha_i) \cos \beta_i + \right. \\
&\quad \left. + \left[ (-1)^{i+1} 2H \cos \varphi_i \sin 2\alpha_i - D \cos 2\alpha_i \right] \sin \beta_i \right\} \cos 2\gamma_i. \tag{5.86}
\end{aligned}$$

Нижайшим энергетическим уровнем является  $E_1$ , и, так как мы рассматриваем случай низких температур, свободная энергия для  $i$ -ой подрешетки будет иметь элементарный вид:  $F_i = E_1^{(i)}$ .

Равновесный угол ориентации намагниченности подрешетки находится из условия:

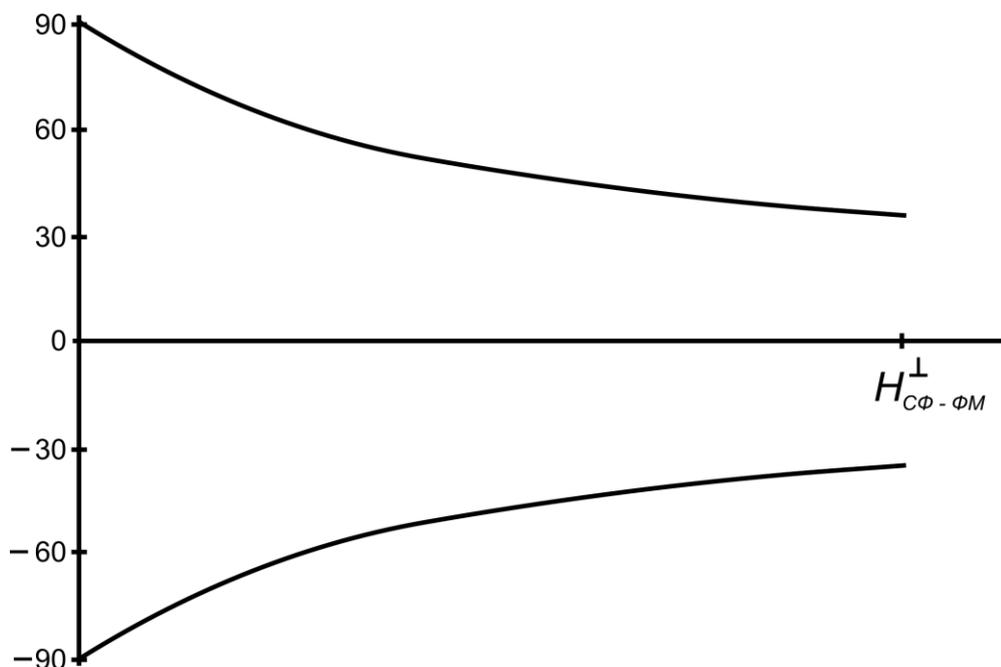
$$\frac{\partial F_i}{\partial \varphi_i} = \frac{\partial E_1^{(i)}}{\partial \varphi_i} = 0. \quad (5.87)$$

Решая совместно уравнения (5.85)-(5.87), найдем равновесные углы ориентации намагниченности в подрешетках:

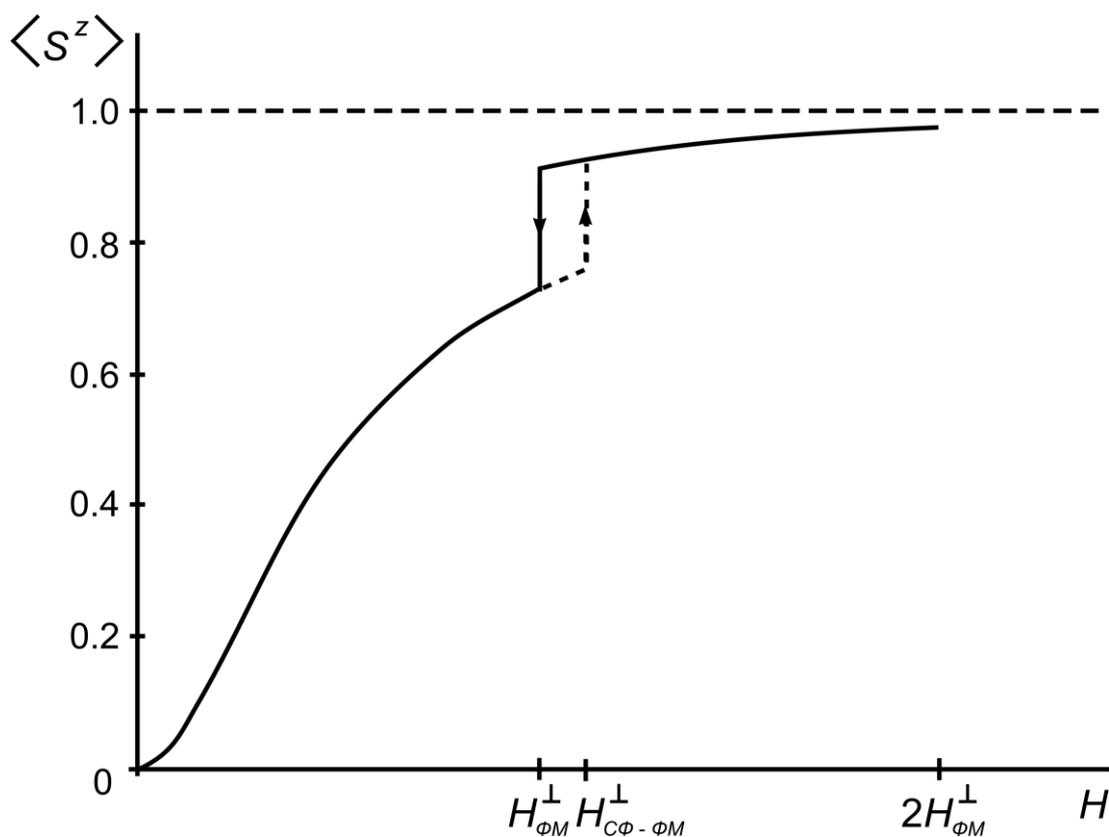
$$\cos \varphi_1 = \frac{1}{H} \left( \frac{D}{4} - \sqrt{\left(\frac{D}{4}\right)^2 + H^2} \right), \quad \cos \varphi_2 = \frac{1}{H} \left( -\frac{D}{4} + \sqrt{\left(\frac{D}{4}\right)^2 + H^2} \right). \quad (5.88)$$

Очевидно, что  $\varphi_1 = -\varphi_2$ , а это означает, что в изинговском антиферромагнетике с большой легкоплоскостной одноионной анизотропией промежуточное состояние в поперечном магнитном поле является не СТ фазой, как в случае продольного магнитного поля, а спин-флоп (СФ) фазой. Таким образом, фазовый переход из ненасыщенной ФМ фазы в СФ фазу происходит при  $H = H_{\phi M}^{\perp}$ , а фазовый переход из СФ фазы в КУ фазу – при  $H = 0$ .

На рис. 5.6 показан график зависимости угла ориентации намагниченности в подрешетке от величины продольного магнитного поля. Зависимость намагниченности в подрешетке от величины внешнего магнитного поля показана на рис. 5.7.



**Рис. 5.6.** Зависимость углов ориентации намагниченности в подрешетках от величины внешнего магнитного поля.



**Рис. 5.7.** Зависимость намагниченности подрешетки от величины внешнего магнитного поля.

## Основные результаты пятого раздела

1. Впервые исследованы фазовые переходы в сильноанизотропном фрустрированном антиферромагнетике с  $S = 1$ , в котором возможна реализация сверхтвердой магнитной фазы. Доказана возможность реализации сверхтвердой фазы в продольном магнитном поле. Показано, что в поперечном магнитном поле вместо сверхтвердой магнитной фазы реализуется спин-флоп фаза.
2. Впервые изучены особенности формирования сверхтвердой магнитной фазы в изингоподобном фрустрированном антиферромагнетике с  $S = 1$  и большой легкоплоскостной одноионной анизотропией во внешнем магнитном поле. Предсказана возможность реализации сверхтвердой фазы в продольном магнитном поле. Показано, что сверхтвердая фаза не реализуется в рассматриваемой системе в случае поперечного магнитного поля.

## Выводы

В диссертации исследуются фазовые состояния и спектры элементарных возбуждений в двух- и трехмерных гейзенберговских и негейзенберговских магнетиках с учетом различных типов обменной анизотропии, а также конкурирующих релятивистских взаимодействий (магнитоупругое и магнитодипольное взаимодействие, одноионная анизотропия). В результате автором построены и исследованы теоретические модели, хорошо согласующиеся с известными теоретическими результатами в предельных случаях, но при этом расширяющие существующие модели и позволяющие предсказать свойства магнитных систем. Полученные результаты могут быть использованы экспериментаторами при подготовке и проведении экспериментов, а также при объяснении результатов экспериментов. Предложенные в работе модели могут быть использованы также при проектировании и создании магнитных материалов с заранее определенными свойствами.

Основные результаты и положения диссертации следующие:

1. Впервые подробно исследовано влияние наклонной одноионной анизотропии на фазовые состояния и спектры элементарных возбуждений ультратонких магнитных пленок. Показано, что наклонная анизотропия существенно влияет на реализацию пространственно-неоднородной фазы. Это влияние проявляется в зависимости периода пространственно-неоднородной структуры от величины наклонной анизотропии, что можно использовать в технологии хранения и записи информации. При этом, область существования пространственно-неоднородного состояния также зависит от ориентации волнового вектора в плоскости пленки. Показано, что в системе имеется критическое значение угла ориентации волнового вектора в плоскости пленки  $\zeta_0$ , определяющее возможность реализации пространственно-неоднородного состояния. Если ориентация волнового вектора такова, что  $\zeta < \zeta_0$ , то в системе может реализоваться простран-

ственно-неоднородная фаза, в противном случае – неоднородная фаза не реализуется.

2. Впервые исследовано влияние большой одноионной наклонной анизотропии, действующей в плоскости пленки (орторомбической анизотропии). Показано, что учет этой анизотропии приводит к возможности реализации трех однородных фазовых состояний, два из которых характеризуются тензорным параметром порядка:  $KU_1$  фазы в случае отсутствия магнитного поля и преобладания наклонной легкоосной анизотропии;  $KU_2$  фазы в случае малых полей и большой легкоплоскостной анизотропии; а также ферромагнитной фазы в случае больших магнитных полей. При этом пространственно-неоднородное состояние в такой системе энергетически не выгодно.
3. Впервые исследованы фазовые переходы по концентрации в сплаве  $Fe_{1-x}Co_x$  с учетом магнитоупругого и магнитодипольного взаимодействий. Построенная в работе модель учета влияния концентрации на материальные параметры системы хорошо согласуется с известными экспериментальными данными и легко обобщается на различные магнитные системы и другие типы фазовых переходов, например, по температуре. Предложенная модель была использована при объяснении результатов экспериментов и предсказании новых свойств в сплавах  $Fe_{1-x}Co_x$ ,  $U_2Co_{15}Si_2$  и терфеноле-Д:
  - Предсказано, что в двумерном сплаве  $Fe_{1-x}Co_x$ , в отличие от трехмерной системы, может реализоваться новое фазовое состояние – «легкая ось в плоскости». Получены критические значения концентрации ионов кобальта, соответствующие фазовым переходам, и показано, что эти величины существенно зависят от размерности системы.
  - Впервые был проведен точный учет влияния магнитоупругого и магнитодипольного взаимодействий на фазовые переходы по тем-

пературе в ультратонком сплаве  $U_2Co_{15}Si_2$ . Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными, что позволяет применить использованный подход при исследованиях температурных фазовых переходов как в двухмерных, так и в трехмерных образцах сплава  $U_2Co_{15}Si_2$ .

- Впервые исследовано влияние биквадратичного обменного взаимодействия на фазовые состояния и фазовые переходы в магнетиках типа терфенол-Д со скомпенсированной одноионной анизотропией. Показано, что в данных системах может реализоваться дальний магнитный порядок как ферромагнитного, так и квадрупольного типа. Также исследовано влияние магнитоупругого взаимодействия на температурные фазовые переходы, причем было впервые показано, что влияние магнитоупругого взаимодействия увеличивается с ростом константы билинейного обменного взаимодействия. Полученные результаты могут быть использованы для экспериментального определения констант билинейного и биквадратичного обменного взаимодействий.
4. Впервые показано, что учет обменной анизотропии и магнитоупругого взаимодействия приводит к реализации каскада фазовых переходов в ультратонких магнитных пленках. Причем конкуренция обменной и одноионной анизотропий не приводит к возникновению угловой фазы, а проявляется в реализации пространственно-неоднородного состояния. При этом «плоское» магнитоупругое взаимодействие определяет реализацию состояния «легкая ось в плоскости», которое не реализуется в случае «объемного» магнитоупругого взаимодействия.
  5. Впервые исследованы фазовые переходы по материальным константам, внешнему магнитному полю и температуре в негейзенберговских ферромагнетиках с анизотропными обменными взаимодействиями при произвольных величинах обменных анизотропий, как билинейного, так и биквадратичного взаимодействий. Полученные результаты для предельных

случаев модели Изинга и XY-модели совпадают с известными результатами, что подтверждает правильность результатов при произвольной величине обменной анизотропии.

6. Впервые исследовано совместное влияние магнитоупругого и магнитодипольного взаимодействий на фазовые переходы в двумерном негейзенберговском ферромагнетике со сложным обменным взаимодействием. Предсказана возможность реализации квадрупольной фазы с пространственно-неоднородным распределением тензорных параметров порядка.
7. Впервые исследованы возможные фазовые состояния в сильноанизотропном гейзенберговском и негейзенберговском магнетиках с фрустрированным обменным взаимодействием во внешнем магнитном поле. Показано, что учет большой легкоплоскостной одноионной анизотропии в гейзенберговском магнетике существенно меняет фазовый портрет системы. В системе возможна реализация как однородных фаз (ферромагнитной и квадрупольной), так и неоднородной – спиральной магнитной структуры. Установлено, что учет биквадратичного обменного взаимодействия существенно влияет на реализацию спиральной магнитной структуры, меняя область ее существования. Показано, что реализация спиральной магнитной структуры в нулевом магнитном поле возможна только при наличии легкоосной одноионной анизотропии.
8. Впервые изучено влияние большой одноионной анизотропии на реализацию спиральной магнитной структуры в двумерном фрустрированном магнетике. Установлено, что тип фазового перехода меняется в зависимости от соотношений между обменными константами. Предсказана возможность реализации, как спиральной магнитной структуры, так и доменной фазы.
9. Впервые исследованы фазовые переходы в сильноанизотропном фрустрированном антиферромагнетике с  $S = 1$ . Доказана возможность реализации сверхтвердой фазы в продольном магнитном поле. Показано, что в поперечном магнитном поле вместо сверхтвердой магнитной фазы реали-

зуется спин-флоп фаза. Впервые изучены особенности формирования сверхтвердой магнитной фазы в изингоподобном антиферромагнетике с  $S = 1$  и большой легкоплоскостной одноионной анизотропией во внешнем магнитном поле. Предсказана возможность реализации сверхтвердой фазы в продольном магнитном поле. Показано, что сверхтвердая фаза не реализуется в рассматриваемой системе в случае поперечного магнитного поля.

## Список литературы

1. Вонсовский С.В. Магнетизм / Сергей Васильевич Вонсовский. – М.: Изд-во «Наука», 1971. – 1032 с.
2. Sellmyer D.J. Advanced Magnetic Nanostructures / David J. Sellmyer, Ralph Skomski. – Springer Science + Business Media Inc: USA, 2006. – 514 p.
3. Koon N.C. Direct Evidence for Perpendicular Spin Orientations and Enhanced Hyperfine Fields in Ultrathin Fe(100) Films on Ag(100) / N.C. Koon, B.T. Jonker, F.A. Volkening *et al.* // Physical Review Letters. – 1987. – Vol. 59. – P. 2463-2466.
4. Krebs J.J. Magnetic and structural properties of Fe(100)/Ag(100) single-crystal multilayer films with ultrathin Fe layers / J.J. Krebs, B.T. Jonker and G.A. Prinz // Journal of Applied Physics. – 1988. – Vol. 63. – P. 3467-3469.
5. Przybylski M. Mössbauer analysis of ultrathin ferromagnetic Fe(110) films on W(110) coated by Ag / M. Przybylski, I. Kaufmann, and U. Gradmann // Physical Review B. – 1989. – Vol. 40. – P. 8631-8640.
6. Pappas D.P. Reversible transition between perpendicular and in-plane magnetization in ultrathin films / D.P. Pappas, K.-P. Kämper, and H. Hopster // Physical Review Letters. – 1990. – Vol. 64. – P. 3179-3182.
7. Allenspach R. Magnetic domains in thin epitaxial Co/Au(111) films / R. Allenspach, M. Stampanoni, and A. Bischof // Physical Review Letters. – 1990. – Vol. 65. – P. 3344-3347.
8. Allenspach R. Magnetization direction switching in Fe/Cu(100) epitaxial films: Temperature and thickness dependence / R. Allenspach and A. Bischof // Physical Review Letters. – 1992. – Vol. 69. – P. 3385-3388.
9. Qui Z.Q. Asymmetry of the spin reorientation transition in ultrathin Fe films and wedges grown on Ag(100) / Z.Q. Qui, J. Pearson, and S.D. Bader // Physical Review B. – 1993. – Vol. 70. – P. 1006-1009.

10. Schulz B. Crossover from in-plane to perpendicular magnetization in ultrathin Ni/Cu(001) films / B. Schulz and K. Baberschke // *Physical Review B*. – 1994. – Vol. 50. – P. 13467-13471.
11. O'Brien W.L. Magnetic phases of ultrathin Fe films on fcc Co(001) / W.L. O'Brien, B.P. Tonner // *Surface Science*. – 1995. – Vol. 334. – P. 10-18.
12. Bochi Gabriel. Perpendicular magnetic anisotropy, domains, and misfit strain in epitaxial Ni/Cu<sub>1-x</sub>Ni<sub>x</sub>/Cu/Si (001) thin films / Gabriel Bochi, C.A. Ballentine, H.E. Inglefield, *et al.* // *Physical Review B*. – 1995. – Vol. 52. – P. 7311-7321.
13. Gay J.G. Spin Anisotropy of Ferromagnetic Films / J.G. Gay and Roy Richter // *Physical Review Letters*. – 1986. – Vol. 56. – P. 2728-2731.
14. Pescia D. Perpendicular versus in-plane magnetization in a 2D Heisenberg monolayer at finite temperatures / D. Pescia and V.L. Pokrovsky // *Physical Review Letters*. – 1990. – Vol. 65. – P. 2599-2601.
15. Bruno Patric. Spin-wave theory of two-dimensional ferromagnets in the presence of dipolar interactions and magnetocrystalline anisotropy / Patric Bruno // *Physical Review B*. – 1991. – Vol. 43. – P. 6015-6021.
16. Moschel A. Influence of the dipole interaction on the direction of the magnetization in thin ferromagnetic films / A. Moschel and K.P. Usadel // *Physical Review B*. – 1994. – Vol. 49. – P. 12868-12871.
17. Moschel A. Reorientation transitions of first and second order in thin ferromagnetic films / A. Moschel and K.D. Usadel // *Physical Review B*. – 1995. – Vol. 51. – P. 16111-16114.
18. Erickson R.P. Magnetic instabilities in ultrathin ferromagnets / R.P. Erickson and D.L. Mills // *Physical Review B*. – 1992. – Vol. 46. – P. 861-865.
19. Kashuba A. Stripe domain structures in a thin ferromagnetic film / A. Kashuba, V.L. Pokrovsky // *Physical Review Letters*. – 1993. – Vol. 70. – P. 3155-3158.
20. Bogdanov A.N. Magnetic anisotropy, phase transitions, and domain structures in films with out-of-plane magnetization / A.N. Bogdanov, U.K.

- Rößler, K.-H. Müller // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 2002. – Vol. 238. – P. 155-159.
21. Иванов Б.А. Магнитоупругая стабилизация дальнего магнитного порядка в двумерных легкоплоскостных магнетиках / Б.А. Иванов, Е.В. Тартаковская // *Письма в Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики*. – 1996. – Т. 63. – С. 792-796.
  22. Mitsay Yu.N. Magnetoelastic coupling and long-range magnetic ordering in two-dimensional ferromagnets / Yu.N. Mitsay, Yu.A. Fridman, D.V. Spirin, *et al.* // *Physica B*. – 2002. – Vol. 292. – P. 83-88.
  23. Johnson M.T. Magnetic anisotropy in metallic multilayers / M.T. Johnson, P.J.H. Bloemen, F.J.A. den Broeder, J.J. de Vries // *Reports on Progress in Physics*. – 1996. – Vol. 59. – P. 1409-1458.
  24. Pouloupoulos P. Magnetism in thin films / P. Pouloupoulos and K. Baberschke // *Journal of Physics: Condensed Matter*. – 1999. – Vol. 11. – P. 9495-9516.
  25. Mermin N.D. Absence of Ferromagnetism or Antiferromagnetism in One- or Two-Dimensional Isotropic Heisenberg Models / N.D. Mermin and H. Wagner // *Physical Review Letters*. – 1966. – Vol. 17. – P. 1133-1136.
  26. Hohenberg P.C. Existence of Long-Range Order in One and Two Dimensions / P.C. Hohenberg // *Physical Review*. – 1967. – Vol. 158. – P. 383-386.
  27. Castelnovo C. Magnetic monopoles in spin ice / C. Castelnovo, R. Moessner & S.L. Sondhi // *Nature*. – 2008. – Vol. 451. – P. 42-45.
  28. Morris D.J.P. Dirac Strings and Magnetic Monopoles in the Spin Ice  $\text{Dy}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$  / D.J.P. Morris, D.A. Tennant, S.A. Grigera *et al.* // *Science*. – 2009. – Vol. 326. – P. 411-414.
  29. Fennell T. Magnetic Coulomb Phase in the Spin Ice  $\text{Ho}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$  / T. Fennell, P.P. Deen, A.R. Wildes *et al.* // *Science*. – 2009. – Vol. 326. – P. 415-417.
  30. Balents L. Spin liquids in frustrated magnets / L. Balents // *Nature*. – 2010. – Vol. 464. – P. 199-208.

31. Peters D. Spin-one Heisenberg antiferromagnetic chain with exchange and single-ion anisotropies / D. Peters, I.P. McCulloch, W. Selke // *Physical Review B*. – 2009. – Vol. 79. – P. 132406-132409.
32. Romhanyi J. Supersolid phase and magnetization plateaus observed in the anisotropic spin-3/2 Heisenberg model on bipartite lattices / Judit Romhanyi, Frank Pollmann, and Karlo Penc // *Physical Review B*. – 2011. – Vol. 84. – P. 184427-184440.
33. Farle M. Higher-order magnetic anisotropies and the nature of the spin-reorientation transition in face-centered-tetragonal Ni(001)/Cu(001) / M. Farle, B. Mirwald-Schulz, A.N. Anisimov *et al.* // *Physical Review B*. – 1997. – Vol. 55. – P. 3708-3715.
34. O'Dell T.H. *Ferromagnetodynamics: The Dynamics of Magnetic Bubbles, Domains and Domain Walls* / Thomas Henry O'Dell. – Willey, 1981. – 230 p.
35. Gyorgy E.M. General conditions for growth-induced anisotropy in garnets / E.M. Gyorgy, A. Rosencwaig, E.I. Blount *et al.* // *Applied Physics Letters*. – 1971. – Vol. 18. – P. 479-480.
36. Бутрим В.И. Анизотропия и фазовые состояния феррит-гранатовых пленок с разориентированными поверхностями / В.И. Бутрим, С.В. Дубинко, Ю.Н. Мицай // *Физика Твёрдого Тела*. – 2003. – Т. 45. – С. 1052-1055.
37. Прокопов А.Р. Особенности магнитоиндуцированного спин-переориентационного перехода в феррит-гранатовых пленках с анизотропией «угловая фаза» / А.Р. Прокопов, С.В. Дубинко, А.О. Хребтов и др. // *Физика Твёрдого Тела*. – 1997. – Т. 39. – С. 1415-1420.
38. Арифов Л.Я. Фазовые состояния и спектры связанных магнитоупругих волн ферромагнетика с наклонной анизотропией / Л.Я. Арифов, Ю.А. Фридман, В.И. Бутрим и др. // *Физика Низких Температур*. – 2001. – Т. 27. – С. 860-864.

39. Schedin F. In-plane magnetization of an ultrathin film of  $\text{Fe}_3\text{O}_4(111)$  grown epitaxially on Pt(111) / F. Schedin, L. Hewitt, P. Morrall *et al.* // *Physical Review B*. – 1998. – Vol. 58. – P. R11861-R11863.
40. Рандошкин В.В. О преимуществах безгистерезисных магнитооптических пленок при использовании в неразрушающей дефектоскопии / В.В. Рандошкин, М.Ю. Гусев, Ю.Ф. Козлов и др. // *Журнал Технической Физики*. – 2000. – Т. 70. – С. 118-124.
41. Donahue M.J. Complementary imaging of granular Co-Ag films with magneto-optical indicator film technique and magnetic force microscopy / M.J. Donahue, L.H. Bennet, R.D. McMichael *et al.* // *Journal of Applied Physics*. – 1996. – Vol. 79. – P. 5315-53-17.
42. Dennis C.L. The defining length scales of mesomagnetism: a review / C.L. Dennis, R.P. Borges, L.D. Buda *et al.* // *Journal of Physics: Condensed Matter*. – 2002. – Vol. 14. – P. R1175-R1262.
43. Shaw J.M. Origins of switching field distributions in perpendicular magnetic nanodot arrays / Justin M. Shaw, W.H. Rippard, S.E. Russek *et al.* // *Journal of Applied Physics*. – 2007. – Vol. 101. – P. 023909-023909-4.
44. Hellwig O. Separating dipolar broadening from the intrinsic switching field distribution in perpendicular patterned media / O. Hellwig, A. Berger, T. Thomson *et al.* // *Applied Physics Letters*. – 2007. – Vol. 90. – P. 162516-162516-3.
45. Bunce C. Laser-induced magnetization switching in films with perpendicular anisotropy: A comparison between measurements and a multi-macrospin model / C. Bunce, J. Wu, G. Ju *et al.* // *Physical Review B*. – 2010. – Vol. 81. – P. 174428-114435.
46. Fridman Y.A. “Supersolid” phase in spin-1 easy-plane antiferromagnetic / Y.A. Fridman, O.A. Kosmachev, and P.N. Klevets // *The European Physical Journal B*. – 2011. – Vol. 81. – P. 185-196.
47. Калита В.М. Особенности намагничивания антиферромагнетика с одноионной анизотропией типа «легкая плоскость» и со спинами ионов S

- = 1 / В.И. Калита, И.М. Иванова, В.М. Локтев // Физика Низких Температур. – 2002. – Т. 28. – С. 667-670.
48. Калита В.М. Многоподрешеточная магнитная фаза, индуцированная внешним полем в синглетном магнетике / В.М. Калита, В.М. Локтев // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 2004. – Т. 125. – С. 1149-1158.
49. Ivanova I.M. Quantum phase transition: Van Vleck antiferromagnet in a magnetic field / I.M. Ivanova, V.M. Kalita, V.O. Pashkov *et al.* // Condensed Matter Physics. – 2008. – Vol. 11. – P. 509-522.
50. Переверзев Ю.В. О Фазовой диаграмме легкоплоскостного Ферромагнетика в продольном магнитном поле / Ю.В. Переверзев, В.Г. Борисенко // Физика Твёрдого Тела. – 1984. – Т. 26. – С. 1249-1252.
51. Борисенко В.Г. Квантовые особенности фазовых диаграмм легкоплоскостных антиферромагнетиков в магнитном поле / В.Г. Борисенко, Ю.В. Переверзев // Физика Низких Температур. – 1985. – Т. 11. – С. 730-735.
52. Онуфриева Ф.П. Низкотемпературные свойства спиновых систем с тензорным параметром порядка / Ф.П. Онуфриева // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 1985. – Т. 89. – С. 2270-2287.
53. Нагаев Э.Л. Аномальные магнитные структуры и фазовые переходы в негейзенберговских магнетиках / Э.Л. Нагаев // Успехи Физических Наук. – 1982. – Т. 136. – С. 61-103.
54. Нагаев Э.Л. Магнетики со сложным обменным взаимодействием / Э.Л. Нагаев. – М.: Изд-во «Наука», 1988. – 232 с.
55. Tsuneto T. Spin ordering in a system with large anisotropy energy in a magnetic field / T. Tsuneto, T. Murao // Physica. – 1971. – Vol. 51. – P. 186-196.
56. Fridman Yu.A. Reorientation phase transition in temperature in a two- and three-dimensional ferromagnet with the account of magnetoelastic coupling /

- Yu.A. Fridman, D.V. Spirin, C.N. Alexeyev // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 2001. – Vol. 234. – P. 174-183.
57. Fridman Yu.A. Chapter 8. Domain Structure in Ultrathin Ferromagnetic Films with Inclined Anisotropy / Yu.A. Fridman, Ph.N. Klevets, and D.V. Spirin // *New Developments in Ferromagnetism Research : [сборник научных трудов / Editor V.N. Murray]*. – New York : Nova Science Publishers, Inc., 2005 – P. 209-230.
58. Фридман Ю.А. Влияние магнитоупругого взаимодействия на формирование пространственно неоднородной фазы в двумерных ферромагнетиках / Ю.А. Фридман, Д.В. Спири́н, Ф.Н. Клевец // *Физика Низких Температур*. – 2003. – Т. 29. – С. 418-423.
59. Fridman Yu.A. Influence of an inclined anisotropy on formation of spatially inhomogeneous phase in two-dimensional ferromagnet / Yu.A. Fridman, Ph.N. Klevets, D.V. Spirin // *physica status solidi (b)*. – 2004. – Vol. 241. – P. 1106-1114.
60. Belov K.P. Magnetostriction of rare-earth ferrite garnets at low temperatures / K.P. Belov and V.I. Sokolov // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. – 1965. – Vol. 48. – P. 652-653.
61. Терёшина И.С. Магнитострикция и намагниченность интерметаллических соединений  $RFe_{2-x}Co_x$  ( $R=Tb, Dy, Er$ ) со скомпенсированной магнитной анизотропией / И.С. Терёшина, С.А. Никитин, Г.А. Политова и др. // *Физика Твёрдого Тела*. – 2009. – Т. 51. – С. 85-90.
62. Никитин С.А. Спин-переориентационные переходы и доменная структура в монокристаллах соединений  $TbFe_{11-x}Co_xTi$  / С.А. Никитин, Т.И. Иванова, Н.Ю. Панкратов и др. // *Физика Твёрдого Тела*. – 2005. – Т. 47. – С. 501-505.
63. Massida Vittorio. Transitions involving conical magnetic phases in a model with bilinear and biquadratic interactions / Vittorio Massida // *Journal of Magnetism and Magnetic Materias*. – 2008. – Vol. 320. – P. 851-856.

64. Anderson P.W. Theory of Magnetic Exchange Interactions: Exchange in Insulators and Semiconductors / Philip W. Anderson // *Solid State Physics*. – 1963. – Vol. 14. – P. 99-214.
65. Elliot R.J. Orbital Effects on Exchange Interactions / R.J. Elliot and M.F. Thorpe // *Journal of Applied Physics*. – 1968. – Vol. 39. – P. 802-806.
66. Chen H.H. Dipole and Quadrupole Phase Transitions in Spin-1 Models / H.H. Chen and Peter M. Levy // *Physical Review B*. – 1973. – Vol. 7. – P. 4267-4284.
67. Harris E.A. Biquadratic Exchange Between  $Mn^{2+}$  Ions in MgO / E.A. Harris and J. Owen // *Physical Review Letters*. – 1963. – Vol. 11. – P. 9-10.
68. Завадский Э.А. Магнитные фазовые переходы / Э.А. Завадский, В.И. Вальков. К.: Наукова думка, 1980. – 196 с.
69. Matveev V.M. Quantum quadrupolar magnetism and phase transitions in the presence of biquadratic exchange / V.M. Matveev // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. – 1973. – Vol. 38. – P. 813-818.
70. Nauciel-Bloch M. Spin-One Heisenberg Ferromagnet in the Presence of Biquadratic Exchange / M. Nauciel-Bloch, G. Sarma, A. Costets // *Physical Review B*. – 1972. – Vol. 5. – P. 4603-4609.
71. Fraser B.C. Neutron diffraction study antiferromagnetism in UOg / B.C. Fraser, G. Shirane, D.E. Cox *et al.* // *Physical Review*. – 1972. – Vol. 140. – P.1448-1452.
72. Fruchart O. Magnetism in reduced dimensions / Olivier Fruchart, André Thiaville // *Comptes Rendus – Physique*. – 2005. – Vol. 6. – P. 921-933.
73. Ландау Л.Д. Теоретическая физика. В 10 томах [Т. VIII. Электродинамика сплошных сред.] / Лев Давидович Ландау, Е.М. Лифшиц. М.: Изд-во «Наука», 1982. – 620 с.
74. Белов К.П. Переходы спиновой переориентации в редкоземельных магнетиках / К.П. Белов, А.К. Звездин, А.М. Кадомцева и др. // *Успехи Физических Наук*. – 1976. – Т. 119. – С. 447-486.

75. Ахиезер А. И. Спиновые волны / Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. – М.: Наука, 1967. – 368 с.
76. Hilebrands B. Spin Dynamics in Confined Magnetic Structures I / B. Hilebrands, K. Ounadjela. – Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2003. – 321 p.
77. Ozhogin V.I. Critical Fields and Resonance in an Easy-axis Antiferromagnet with Dzyaloshinskii Interaction / V.I. Ozhogin, V.G. Shapiro // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 1968. – Vol. 27. – P. 54-60.
78. Ozhogin V. I. New Type of Antiferromagnetic Resonance in  $\alpha$ -Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> / V.I. Ozhogin, V.G. Shapiro // Letters to Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 1967. – Vol. 6. – P. 7-9.
79. Jensen P.J. Direction of the magnetization of thin films and sandwiches as a function of temperature / P.J. Jensen and K.H. Bennemann // Physical Review B. – 1990. – Vol. 42. – P. 849-855
80. Hu X. Mean-field theory for spin-reorientation phase transitions in magnetic thin films / Xiao Hu and Kawazoe Yoshiyuki // Physical Review B. – 1995. – Vol. 51. – P. 311-315.
81. Millev Y. Reorientation transitions in ultrathin ferromagnetic films by thickness- and temperature-driven anisotropy flows / Yonko Millev and Jürgen Kirschner // Physical Review B. – 1996. – Vol. 54. – P. 4137-4145.
82. Туров Е.А. Нарушенная симметрия и магнитоакустические эффекты в ферро- и антиферромагнетиках / Е.А. Туров, В.Г. Шавров // Успехи Физических Наук. – 1983. – Т. 140. – С. 429-462.
83. Тикадзуми С. Физика Ферромагнетизма. Магнитные характеристики и практические применения / С. Тикадзуми. – М.: Мир, 1987. – 416 с.
84. Capel H.W. On the possibility of first-order phase transitions in Ising systems of triplet ions with zero-field splitting / H.W. Capel // Physica. – 1966. – Vol. 32. – P. 966-988.

85. Blume M. Ising Model for the  $\lambda$  Transition and Phase Separation in He<sup>3</sup>-He<sup>4</sup> Mixtures / M. Blume, V.J. Emery, Robert B. Griffiths // *Physical Review A*. – 1971. – Vol. 4. – P. 1071-1077.
86. Калита В.М. Температурные магнитные фазовые переходы при конкуренции одно- и межионной магнитных анизотропий / В.М. Калита, В.М. Локтев // *Физика Твёрдого Тела*. – 2005. – Т. 47. – С. 666-672.
87. Иванов Б.А. Квантовое туннелирование и квантовая когерентность в топологическом солитоне квазиодномерного антиферромагнетика / Б.А. Иванов, А.К. Колежук // *Физика Низких Температур*. – 1995. – Т. 21. – С. 986-989.
88. Cieplak M. Spin-wave theory of the paramagnetic phase boundary in transversally anisotropic antiferromagnets / M. Cieplak // *Physical Review B*. – 1997. – Vol. 15. – P. 5310-5316.
89. Figueiredo W. Paramagnetic phase boundary of anisotropic antiferromagnets at low temperatures. Applications to NiCl<sub>2</sub>·6H<sub>2</sub>O, NiCl<sub>2</sub>·4H<sub>2</sub>O and CoCl<sub>2</sub>·6H<sub>2</sub>O / W. Figueiredo, S.R. Salinas // *Physica B+C*. – 1984. – Vol. 124. – P. 259-271.
90. Ma Y. Phase diagram of the anisotropic XY model / Yu-qiang Ma, W. Figueiredo // *Physical Review B*. – 1997. – Vol. 55. – P. 5604-5607.
91. Berezinskii V.L. Destruction of Long-range Order in One-dimensional and Two-dimensional Systems having a Continuous Symmetry Group I. Classical Systems / V.L. Berezinskii // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. – 1970. – Vol. 59. – P. 493-500.
92. Kosterlitz J.M. Ordering, metastability and phase transitions in two-dimensional systems / J.M. Kosterlitz and D.J. Thouless // *Journal of Physics C: Solid State Physics*. – 1973. – Vol. 6. – P. 1181-1203.
93. Balents L. Spin liquids in frustrated magnets / Leon Balents // *Nature*. – 2010. – Vol. 464. – P. 199-208.

94. Изюмов Ю.А. Модулированные, или длиннопериодические, магнитные структуры кристаллов / Ю.А. Изюмов // Успехи Физических Наук. – 1984. – Т. 144. – С. 439-474.
95. Бучельников В.Д. Магнитоупругие волны в геликоидальных магнетиках / В.Д. Бучельников, В.Г. Шавров // Физика Твёрдого Тела. – 1988. – Т. 30. – С. 1167-1170.
96. Bernot K. Spin canting in a Dy-based single-chain magnet with dominant next-nearest-neighbor antiferromagnetic interactions / K. Bernot, J. Luzon, A. Caneschi *et al.* // Physical Review B. – 2009. – Vol. 79. – P. 134419-134429.
97. Matsuda M. Spiral spin structure in the Heisenberg pyrochlore magnet  $\text{CdCr}_2\text{O}_4$  / M. Matsuda, M. Takeda, M. Nakamura *et al.* // Physical Review B. – 2007. – Vol. 75. – P. 104415-104420.
98. Camley R.E. Phase transitions in magnetic superlattices / R.E. Camley, D.R. Tilley // Physical Review B. – 1988. – Vol. 37. – P. 3413-3421.
99. Гиппиус А.А. Несоизмеримый геликоидальный магнитный порядок в квазиодномерных соединениях  $\text{LiCu}_2\text{O}_2$  и  $\text{NaCu}_2\text{O}_2$  / А.А. Гиппиус, А.С. Москвин, Е.Н. Морозова // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 2007. – Т. 132. – С. 99-102.
100. Мицай Ю.Н. Магнитоупругие волны в геликоидальных магнетиках при произвольных температурах / Ю.Н. Мицай, Ю.А. Фридман // Физика Твёрдого Тела. – 1990. – Т. 32. – С. 796-800.
101. Holtschneider M. Biconical structures in two-dimensional anisotropic Heisenberg antiferromagnets / M. Holtschneider and W. Selke // Physical Review B. – 2007. – Vol. 76. – P. 220405(R)-220408(R).
102. Camley R.E. Properties of magnetic superlattices with antiferromagnetic interfacial coupling: Magnetization, susceptibility, and compensation points / R.E. Camley // Physical Review B. – 1989. – Vol. 39. – P. 12316-12319.

103. LePage J.G. Spin-wave spectrum of a superlattice with antiferromagnetic interfacial coupling / J.G. LePage and R.E. Camley // *Physical Review B*. – Vol. 40. – P. 9113-9121.
104. Moriya T. Theory of Magnetism of NiF<sub>2</sub> / Tôru Moriya // *Physical Review*. – 1960. – Vol. 117. – P. 635-647.
105. Kim E. Probable observation of a supersolid helium phase / E. Kim & M.H.W. Chan // *Nature*. – 2004. – Vol. 427. – P. 225-227.
106. Kim D.Y. Absence of Supersolidity in Solid Helium in Porous Vycor Glass / Duk Y. Kim and Moses H.W. Chan // *Physical Review Letters*. – 2012. – Vol. 109. – P. 155301-155305.
107. Sengupta P. Field-Induced Supersolid Phase in Spin-One Heisenberg Models / P. Sengupta and C.D. Batista // *Physical Review Letters*. – 2007. – Vol. 98. – P. 227201-227204
108. Seabra L. Competition between supersolid phases and magnetization plateaus in the frustrated easy-axis antiferromagnet on a triangular lattice / Luis Seabra and Nic Shannon // *Physical Review B*. – 2011. – Vol. 83. – P. 134412-134435.
109. Ng K.-K. Supersolid Phase in Spin Dimer XXZ Systems under a Magnetic Field / Kwai-Kong Ng and T.K. Lee // *Physical Review Letters*. – 2006. – Vol. 97. – P. 127204-127207.
110. Laflorencie N. Quantum and thermal transitions out of the supersolid phase of a 2D quantum antiferromagnet / Nicolas Laflorencie, Frederic Mila // *Physical Review Letters*. – 2007. – Vol. 99. – P. 027202-027205.
111. Picon J.-D. Mechanisms for spin supersolidity in S=1/2 spin-dimer antiferromagnets // J.-D. Picon, A.F. Albuquerque, K.P. Schmidt *et al.* // *Physical Review B*. – 2008. – Vol. 78. – P. 184418-184428.
112. Chen P. Field-induced spin supersolidity in frustrated S=1/2 spin-dimer models / Pochung Chen, Chen-Yen Lai, and Min-Fong Yang // *Physical Review B*. – 2010. – Vol. 81. – P. 020409(R)-020412(R).

113. Albuquerque A.F. Phase separation versus supersolid behavior in frustrated antiferromagnets / A. Fabricio Albuquerque, Nicolas Laflorencie, Jean-David Picon *et al.* // *Physical Review B*. – 2011. – Vol. 83. – P. 174421-174427.
114. Cheng Y.-C. Excitation spectrum of a supersolid / Yi-Chen Cheng // *Physical Review B*. – 1981. – Vol. 23. – P. 157-161.
115. Murakami Y. Supersolid states in a spin system: Phase diagram and collective excitations / Yuta Murakami, Takashi Oka, and Hideo Aoki // *Physical Review B*. – 2013. – Vol. 88. – P. 224404-224415.
116. Фридман Ю.А. Влияние большой двухосной анизотропии на фазовые состояния магнитоупорядоченного кристалла с  $S = 1$  / Ю.А. Фридман, Г.А. Гореликов, Ф.Н. Клевец // *Ученые записки Таврического национального университета им. В.И. Вернадского*. – 2010. – Т. 23. – С. 108-116.
117. Фридман Ю.А. Влияние «наклонной» анизотропии на спиновые состояния двумерной сильно анизотропной пленки / Ю.А. Фридман, Ф.Н. Клевец, Г.А. Гореликов // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. – 2012. – Т. 141. – С. 748-756.
118. Фридман Ю.А. Фазовые состояния двумерного легкоплоскостного ферромагнетика с большой наклонной анизотропией / Ю.А. Фридман, Ф.Н. Клевец, Г.А. Гореликов и др. // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. – 2012. – Т. 142. – С. 1155-1163.
119. Фридман Ю.А. Переориентационные фазовые переходы по концентрации в ультратонких магнитных пленках  $Fe_{1-x}Co_x$  / Ю.А. Фридман, Ф.Н. Клевец // *Письма в Журнал Технической Физики*. – 2008. – Т.34. – С. 57-64.
120. Фридман Ю.А. Температурная фазовая диаграмма  $U_2Co_{15}Si_2$  / Ю.А. Фридман, Ф.Н. Клевец, А.П. Войтенко // *Ученые записки Таврического национального университета им. В.И. Вернадского*. – 2008. – Т. 60. – С. 63-73.

121. Фридман Ю.А. Фазовые переходы по материальным константам и температуре в интерметаллических соединениях типа терфенол-д / Ю.А. Фридман, Ф.Н. Клевец, А.П. Войтенко // Физика Твёрдого Тела. – 2010. – Т. 52. – С. 1316-1322.
122. Фридман Ю.А. Фазовая диаграмма тонкой пленки сплава  $Fe_{1-x}Co_x$  с «объемным» или «плоским» магнитоупругим взаимодействием / Ю.А. Фридман, Ф.Н. Клевец, А.П. Войтенко // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 2010. – Т. 139. – С. 305-319.
123. Фридман Ю.А. Каскад фазовых переходов в монослое  $Fe_{1-x}Co_x$  / Ю.А. Фридман, Ф.Н. Клевец, А.П. Войтенко // Физика Твёрдого Тела. – 2011. – Т. 53. – С. 696-704.
124. Фридман Ю.А. Фазовые состояния интерметаллических соединений типа терфенол-д / Ю.А. Фридман, Ф.Н. Клевец, Войтенко А.П. // Ученые записки Таврического национального университета имени В.И. Вернадского. – 2009. – Т. 22. – С. 84-96.
125. Fridman Yu.A. Formation of spatially inhomogeneous states in 2d non-heisenberg magnetic / Yu.A. Fridman, Ph.N. Klevets, D.A. Matunin // Ученые записки Таврического национального университета имени В.И. Вернадского. – 2005. – Т. 18 – С. 27 -37.
126. Фридман Ю.А. Фазовые диаграммы 2d негейзенберговского одноосного ферромагнетика / Ю.А. Фридман, Д.А. Матюнин, Ф.Н. Клевец // Ученые записки Таврического национального университета им. В.И. Вернадского. – 2006. – Т. 19 – С. 37-53.
127. Фридман Ю.А. Влияние упругой подсистемы на фазовые переходы в ферромагнетиках с обменной и одноионной анизотропиями / Ю.А. Фридман, Ф.Н. Клевец, Д.А. Матюнин // Физика Низких Температур. – 2006. – Т. 32. – С. 861-871.
128. Фридман Ю.А. Фазовые переходы в ферромагнетике с анизотропным биквадратичным обменным взаимодействием / Ю.А. Фридман, О.А.

- Космачев, Ф.Н. Клевец // Физика Низких Температур. – 2006. – Т. 32. – С. 289-300.
129. Fridman Yu.A. Sequence of the phase transitions in two-dimensional ferromagnetic with competitive one-ion and exchange anisotropies / Yu.A. Fridman, Ph.N. Klevets, D.A. Matunin *et al.* // Journal of Physics and Chemistry of Solids. – 2006. – Vol. 67. – P. 2458-2467.
130. Fridman Yu.A. Normal modes and possibility of spatially inhomogeneous phases for a 2D ferromagnet with biquadratic and magnetoelastic interactions / Yu.A. Fridman, Ph.N. Klevets, D.A. Matyunin // Physica B. – 2006. – Vol. 384. – P. 156-161.
131. Фридман Ю.А. Влияние одноионной анизотропии на фазовые состояния 2D негейзенберговских ферромагнетиков / Ю.А. Фридман, Д.А. Матюнин, Ф.Н. Клевец // Физика Низких Температур. – 2007. – Т. 33. – С. 881-888.
132. Fridman Yu.A. Phase states of  $S = 1$  magnetic with anisotropic exchange interactions / Yu.A. Fridman, O.A. Kosmachev, Ph.N. Klevets // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2008. – Vol. 320. – P. 435-449.
133. Fridman Yu.A. Influence of magnetic dipole and magnetoelastic interactions on the phase states of 2D non-Heisenberg ferromagnetic with complex exchange interactions / Yu.A. Fridman, D.A. Matunin, Ph.N. Klevets *et al.* // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2009. – Vol. 321. – P. 3782-3794.
134. Фридман Ю.А. Спиральная магнитная структура в гейзенберговских и негейзенберговских магнетиках / Ю.А. Фридман, Д.А. Матюнин, Ф.Н. Клевец и др. // Физика Твёрдого Тела. – 2010. – Т. 52. – С. 1123-1130.
135. Fridman Yu.A. Influence of strong single-ion anisotropy on phase states of 3D and 2D frustrated magnets / Yu.A. Fridman, O.A. Kosmachev, D.A. Matunin *et al.* // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2010. – Vol. 322. – P. 3196-3203.

136. Klevets Ph.N. Phase transitions in  $S=1$  antiferromagnet with Ising-like exchange interaction and strong easy-plane single-ion anisotropy / Ph.N. Klevets, O.A. Kosmachev, Yu.A. Fridman // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 2013. – Vol. 330. – P. 91–95.
137. Klevets Ph.N. Supersolid magnetic phase realization in strongly anisotropic easy-plane antiferromagnet with Ising-like exchange interaction in the transverse magnetic field / Ph.N. Klevets, O.A. Kosmachev, Yu.A. Fridman // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 2013. – Vol. 348. – P. 68–74.
138. Stevens K.W.H. Matrix Elements and Operator Equivalents Connected with the Magnetic Properties of Rare Earth Ions / K.W.H. Stevens // *Proceedings of the Physical Society. Section A*. – 1952. – Vol. 65. – P. 209-214.
139. Малеев С.В. Дипольные силы в двумерных и слоистых ферромагнетиках / С.В. Малеев // *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики*. – 1976. – Т. 70. – С. 2374-2380.
140. Вальков В.В. Применение индефинитной метрики при переходе от атомного к бозевскому (бозевско-фермиевскому) представлению квантовых гамильтонианов / Вальков В.В., Валькова Т.А. – Красноярск, 1990. – 46 с. – (Препринт / ИФ СО АН СССР, № 644Ф).
141. Бутрим В.И. Релаксация магнонов в спиновом нематике / В.И. Бутрим, Б.А. Иванов, А.С. Кузнецов и др. // *Физика Низких Температур*. – 2008. – Т. 34. – С. 1266-1275.
142. Зайцев Р.О. Обобщенная диаграммная техника и спиновые волны в анизотропном ферромагнетике / Р.О. Зайцев // *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики*. – 1975. – Т. 68 – С. 207-215.
143. Барьяхтар В.Г. Функции Грина в теории магнетизма / Барьяхтар В.Г. , Криворучко В.Н., Яблонский Д.А. – К.: Наукова думка, 1984. – 336 с.
144. Вальков В.В. Унитарные преобразования группы  $U(N)$  и диагонализация многоуровневых гамильтонианов / В.В. Вальков // *Теоретическая и Математическая Физика*. – 1988. – Т. 76. – С. 143-152.

145. Мицай Ю.Н. Применение операторов Хаббарда в теории магнитоупругих волн / Ю.Н. Мицай, Ю.А. Фридман // Теоретическая и Математическая Физика. – 1989. – Т. 81. – С. 263-270.
146. Вальков В.В. Квантовая спин-волновая теория ферромагнетиков с произвольным видом одноионной анизотропии / В.В. Вальков, Т.А. Валькова, С.Г. Овчинников // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 1985. – Т. 88. – С. 550-561.
147. Burkert T. Giant Magnetic Anisotropy in Tetragonal FeCo Alloys / Till Burkert, Lars Nordström, Olle Eriksson *et al.* // Physical Review Letters. – 2004. – Vol. 93. – P. 027203-027206.
148. Шалыгина Е.Е. Особенности магнитных свойств тонкопленочных Co/Fe/Ni магнитных систем / Е.Е. Шалыгина, Е.В. Перепелова, Л.В. Козловский и др. // Письма в Журнал Технической Физики. – 2007. – Т. 33. – С. 13-18.
149. Thompson D.A. The future of magnetic data storage technology / D.A. Thompson, J.S. Best // IBM Journal of Research and Development. – 2000. – Vol. 44. – P. 311-322.
150. Bean C.P. Superparamagnetism / C.P. Bean and J.D. Livingston // Journal of Applied Physics. – 1959. – Vol. 30. – P. S120-S129.
151. Fontana R.E. Thin-Film Processing Realities for Tb/in<sup>2</sup> Recording / Robert E. Fontana, N. Robertson, S.R. Hetzler // IEEE Transactions on Magnetics. – 2008. – Vol. 44. – P. 3617-3620.
152. Piramanayagam S.N. Perpendicular recording media for hard disk drives / S.N. Piramanayagam // Journal of Applied Physics. – 2007. – Vol. 102. – P. 011301-013100.
153. Amos N. Multilevel-3D Bit Patterned Magnetic Media with 8 Signal Levels Per Nanocolumn / Nissim Amos, John Butler, Beomseop Lee *et al.* // PLOS One. – 2012. – Vol. 7. – P. e40134-1-e40134-8.

154. Weller D. Thermal effect limits in ultrahigh-density magnetic recording / D. Weller, Andreas Moser // *IEEE Transactions on Magnetics*. – 1999. – Vol. 35. – P. 4423-4439.
155. Weller D. High Ku materials approach to 100 Gbits/in<sup>2</sup> / D. Weller, A. Moser, L. Folks *et al.* // *IEEE Transactions on Magnetics*. – 2000. – Vol. 36. – P. 10-15.
156. Andersson G. Perpendicular Magnetocrystalline Anisotropy in Tetragonally Distorted Fe-Co Alloys / Gabriella Andersson, Till Burkert, Peter. Warnicke *et al.* // *Physical Review Letters*. – 2006. – Vol. 96. – P. 037205-037208.
157. Liu R.S. CoFe alloy as middle layer for strong spin dependent quantum well resonant tunneling in MgO double barrier magnetic tunnel junctions / R.S. Liu, See-Hun Yang, Xin Jiang *et al.* // *Physical Review B*. – 2013. – Vol. 87. – P. 024411-024415.
158. Shaw J.M. Measurement of orbital asymmetry and strain in Co<sub>90</sub>Fe<sub>10</sub>/Ni multilayers and alloys: Origins of perpendicular anisotropy // Justin M. Shaw, Hans T. Nembach, and T.J. Silva // *Physical Review B*. – 2013. – Vol. 87. – P. 054416-054427.
159. Sourmail T. Near equiatomic FeCo alloys: Constitution, mechanical and magnetic properties / T. Sourmail // *Progress in Materials Science*. – 2005. – Vol. 50. – P. 816-880.
160. Франк И.М. Нейтронная оптика и ультрахолодные нейтроны / И.М. Франк // *Успехи Физических Наук*. – 1991. – Т. 161. – С. 109-127.
161. Youssef J.B. Statics and dynamics in giant magnetostrictive Tb<sub>x</sub>Fe<sub>1-x</sub>-Fe<sub>0.6</sub>Co<sub>0.4</sub> multilayers for MEMS / J.B. Youssef, N. Tiercelin, F. Petit *et al.* // *IEEE Transactions on Magnetics*. – 2002. – Vol. 38. – P. 2817-2819.
162. Tiercelin N. Sub-harmonic excitation of a planar magneto-mechanical system by means of giant magnetostrictive thin films / N. Tiercelin, V. Preobrazhensky, P. Pernod *et al.* // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 2000. – Vol. 210. – P. 302-308.

163. Luo F. Tuning the perpendicular magnetic anisotropy in tetragonally distorted  $\text{Fe}_x\text{Co}_{1-x}$  alloy films on Rh (001) by varying the alloy composition / F. Luo, X.L. Fu, A. Winkelmann *et al.* // *Applied Physics Letters*. – 2007. – Vol. 91. – P. 262512.
164. Yildiz F. Strongly Enhanced Orbital Moment by Reduced Lattice Symmetry and Varying Composition of  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$  Alloy Films / F. Yildiz, F. Luo, C. Tieg *et al.* // *Physical Review Letters*. – 2008. – Vol. 100. – P. 037205-037208.
165. Moulas G. High magnetic moments and anisotropies for  $\text{Fe}_x\text{Co}_{1-x}$  monolayers on Pt(111) / G. Moulas, A. Lehnert, S. Rusponi *et al.* // *Physical Review B*. – 2008. – Vol. 78. – P. 214424-214437.
166. Yildiz F. Strong perpendicular anisotropy in  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$  alloy films epitaxially grown on mismatching Pd(001), Ir(001), and Rh(001) substrates / F. Yildiz, M. Przybylski, X.-D. Ma *et al.* // *Physical Review B*. – 2009. – Vol. 80. – P. 064415-064420.
167. Kim D. Perpendicular magnetic anisotropy of ultrathin FeCo alloy films on Pd(001) surface: First principles study / Dongyoo Kim, Jisang Hong // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 2009. – Vol. 321. – P. 1821-1827.
168. Saragi T.P.I. Interface morphologies and magnetization characteristics of Co<sub>70</sub>Fe<sub>30</sub> thin films deposited on conjugated polymer thin films / Tobat P.I. Saragi, Christoph Schmidt, Karin Schultz *et al.* // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 2009. – Vol. 321. – P. 2204-2209.
169. Fridman Yu.A. Phase diagram of  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$  ultrathin film / Yu.A. Fridman, Ph.N. Klevets, A.P. Voytenko // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 2008. – Vol. 320. – P. 3370-3377.
170. Koza J.A. The effect of magnetic field on the electrodeposition of CoFe alloys / Jakub Adam Koza, Margitta Uhlemann, Christine *et al.* // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 2009. – Vol. 321. – P. 2265-2268.

171. Мицай Ю.Н. Переориентационный фазовый переход по температуре в двумерном ферромагнетике с учетом магнитоупругости / Ю.Н. Мицай, Ю.А. Фридман, Д.В. Спирин // Физика Низких Температур. – 1999. – Т. 25. – С. 1056-1059.
172. Zeleňáková A. Structural and magnetic properties of mechanically alloyed FeCo powders / A. Zeleňáková, D. Olešáková, J. Degmová *et al.* // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2007. – Vol. 316. – P. e519-e522.
173. Ландау Л.Д. Теоретическая физика. В 10 томах [Т. VII. Теория упругости.] / Лев Давидович Ландау, Е.М. Лифшиц. М.: Изд-во «Наука», 1987. – 248 с.
174. Rowlands D.A. The Korringa-Kohn-Rostoker Non-Local Coherent Potential Approximation (KKR-NLCPA) / D.A. Rowlands, J.B.Staunton, and B.L.Györfy // Physical Review B. – 2003. – Vol. 67. – P. 115109-115117.
175. Kakehashi Y. Dynamical coherent-potential approximation approach to excitation spectra in 3d transition metals / Y. Kakehashi, M. Atiqur R. Patoary, and T. Tamashiro // Physical Review B. – 2010. – Vol. 81. – P. 245133-245125.
176. Ведяев А.В. Метод когерентного потенциала в теории неупорядоченных сплавов / А.В. Ведяев // Теоретическая и Математическая Физика. – 1977. – Т. 31. – С. 392-404.
177. Электронная структура и электронные свойства металлов и сплавов : [Сборник научных трудов / отв. ред. Барьяхтар В.Г.]. – Киев : Наукова думка, 1988. – 237 с.
178. Мицай Ю.Н. Спектры связанных магнитоупругих волн и особенности фазовых переходов в легкоплоскостных ферромагнетиках при наличии механических граничных условий / Ю.Н. Мицай, Ю.А. Фридман, О.В. Кожемяко и др. // Физика Низких Температур. – 1998. – Т. 24. – С. 345-352.

179. Власов К.Б. Уравнение движения для намагниченности в деформируемых анизотропных средах / К.Б. Власов // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 1962. – Т. 43. – С. 2128-2135.
180. Tereshina E.A. Magnetic anisotropy and spin reorientation in  $U_2Co_{15}Si_2$  / E.A. Tereshina, A.V. Andreev, K. Koyama *et al.* // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2007. – Vol. 316. – P. e515-e518.
181. Тябликов С.В. Методы квантовой теории магнетизма / С.В. Тябликов. – М.: Наука, 1975. – 530 с.
182. Holstein T. Field Dependence of the Intrinsic Domain Magnetization of a Ferromagnet / T. Holstein, H. Primakoff // Physical Review. – 1940. – Vol. 58. – P. 1098-1113.
183. Кринчик Г.С. Физика магнитных явлений / Г.С. Кринчик. – М.: Издательство МГУ, 1976 – 367 с.
184. Изюмов Ю.А. Полевые методы в теории ферромагнетизма / Изюмов Ю.А., Кассан-оглы Ф.А., Скрыбин Ю.Н. – М.: Наука, 1974 – 223 с.
185. Белов К.П. Гигантская магнитострикция / К.П. Белов, Г.И. Катаев, С.А. Никитин и др. // Успехи Физических Наук. – 1983. – Т.140. –С. 271-313.
186. Ландау Л.Д. Теоретическая физика. В 10 томах / [Т. V. Статистическая физика. Часть 1] / Лев Давидович Ландау, Е.М. Лифшиц. М.: Изд-во «Наука», 1976 – 584 с.
187. Fridman Yu.A. Influence of Dipole Interaction on the Phase Transitions Due to Temperature Variation in Two-Dimensional Ferromagnets / Yu.A. Fridman, D.V. Spirin, Ph.N. Klevets // physica status solidi (b). – 2002. – Vol. 232. – P. 264-272.
188. Manojlović M. Thermodynamic properties of the Ising and Heisenberg  $S = 1$  ferromagnet with biquadratic exchange and uniaxial anisotropy / M. Manojlović, M. Pantić, M. Škrinjar // physica status solidi (b). – 2006. – Vol. 243. – P. 530-541.

189. Мицай Ю.Н. Связанные магнитоупругие волны в магнетиках с биквадратичным обменом / Ю.Н. Мицай, А.Н. Майорова, Ю.А. Фридман // Физика Твёрдого Тела. – 1992. – Т. 34. – С. 66-74.
190. Fridman Yu.A. Spin waves in two-dimensional ferromagnet with large easy-plane anisotropy / Yu.A. Fridman, D.V. Spirin // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2002. – Vol. 253. – P. 111-117.
191. Fridman Yu.A. Phase Transition in Temperature “Quadrupolar Phase–Disordered Phase” in a Two-Dimensional Non-Heisenberg Ferromagnet / Yu.A. Fridman, D.V. Spirin // physica status solidi (b). – 2002. – Vol. 231. – P. 165-170.
192. Вальков В.В. Валькова. Применение индефинитной метрики для бозонизации  $SU(3)$  – гамильтонианов и квантовая теория спиновых нематиков / Вальков В.В., Валькова Т.А. – Красноярск, 1990. – 40 с. – (Препринт / ИФ СО АН СССР, № 667Ф).
193. Ivanov B.A. Effective field theory for the  $S=1$  quantum nematic / B.A. Ivanov and A.K. Kolezhuk // Physical Review B. – 2003. – Vol. 68. – P. 052401-052404.
194. Buchta K. Probable absence of a quadrupolar spin-nematic phase in the bilinear-biquadratic spin-1 chain / K. Buchta, G. Fáth, Ö. Legeza *et al.* // Physical Review B. – 2005. – Vol. 72. – P. 054433-054438.
195. Fridman Yu.A. Influence of magnetoelastic coupling on the phase transitions in two-dimensional non-Heisenberg magnetics with biquadratic interaction / Yu.A. Fridman, Ph.N. Klevets, O.V. Kozhemyako // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2003. – Vol. 264. – P. 111-120.
196. Фридман Ю.А. Аномальное поведение продольно поляризованных звуковых волн в негейзенберговских ферромагнетиках / Ю.А. Фридман, Д.В. Спириин // Физика Низких Температур. – 2000. Т. 26. – С. 664-670.
197. Fridman Yu.A. Stabilization of the long-range magnetic ordering by dipolar and magnetoelastic interactions in two-dimensional ferromagnets / Yu.A.

- Fridman, D.V. Spirin, C.N. Alexeyev *et al.* // The European Physical Journal B. – 2002. – Vol. 26. – P. 185-190.
198. Туров Е.А. Мягкие магнитно-звуковые волны в кубическом ферромагнетике в окрестности ориентационного перехода / Е.А. Туров, А.А. Луговой, В.Д. Бучельников и др. // Физика Металлов и Металловедение. – 1988. – Т. 66. – С. 12-23.
199. Nagata H. Monte Carlo simulation of the three-dimensional XY model with bilinear-biquadratic exchange interaction / H. Nagata, M. Žukovič, T. Idogaki // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2001. – Vol. 234. – P. 320-330.
200. Li S.Y. The effect of magnetic field heat treatment on magnetostriction of Terfenol-D 2-2 composites / S.Y. Li, B.W. Wang, L. Weng *et al.* // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2008. – Vol. 320. – P. 806-809.
201. New Developments in Ferromagnetism Research, Volume 20 : [Editor K.H.J. Buschow]. – Amsterdam : Elsevier, 2012 – 380 p.
202. Kalita V.M. Magnetization and magnetostriction of Van Vleck antiferromagnets with magnetic anisotropy of “easy-plane” type / V.M. Kalita, I. Ivanova, V.M. Loktev // Physical Review B. – 2008. – Vol. 78. – P. 104415-104424.
203. Cox S. Unusual Magneto-Optical Phenomenon Reveals Low Energy Spin Dispersion in the Spin-1 Anisotropic Heisenberg Antiferromagnetic Chain System  $\text{NiCl}_2\text{-}4\text{SC}(\text{NH}_2)_2$  / S. Cox, R.D. McDonald, M. Armanious *et al.* // Physical Review Letters. – 2008. – Vol. 101. – P. 087602-087605.
204. Gnatchenko S.L. Magnetic and resonance properties of the two-dimensional  $S = 1$  compound  $\text{Ni}_5(\text{TeO}_3)_4\text{C}_{12}$  with frustrated geometry / S.L. Gnatchenko, M.I. Kobets, E.N. Khatsko . // Физика Низких Температур. – 2008. – Т. 34. – С. 798-803.
205. Григорьев С.В. Нецентросимметричные кубические геликоидальные ферромагнетики  $\text{Mn}_{1-y}\text{Fe}_y\text{Si}$  и  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x\text{Si}$  / С.В. Григорьев, В.А. Дядькин, С.В. Малеев и др. // Физика Твёрдого Тела. – 2010. – Т. 52. – С. 852-857.

206. Харченко Н.Ф. К восьмидесятилетию антиферромагнетизма I. Теория : [Специальный выпуск (Часть I) : под редакцией Н.Ф. Харченко]. – Физика Низких Температур. – 2014. – Т. 40. – С. 3-112.
207. Giamarchi T. Bose–Einstein condensation in magnetic insulators / Thierry Giamarchi<sup>1</sup>, Christian Rüegg & Oleg Tchernyshyov // *Nature Physics*. – 2008. – Vol. 4. – P. 198-204.
208. Nikuni T. Bose-Einstein Condensation of Dilute Magnons in  $\text{TiCuCl}_3$  / T. Nikuni, M. Oshikawa, A. Oosawa *et al.* // *Physical Review Letters*. – 2000. – Vol. 84. – P. 5868-5871.
209. Misguich G. Bose-Einstein Condensation of Magnons in  $\text{TiCuCl}_3$ : Phase Diagram and Specific Heat from a Self-consistent Hartree-Fock Calculation with a Realistic Dispersion Relation / Grégoire Misguich and Masaki Oshikawa *and* // *Journal of the Physical Society of Japan*. – 2004. – Vol. 73. – P. 3429-3434.
210. Schmidt K.P. Supersolid Phase Induced by Correlated Hopping in Spin-1/2 Frustrated Quantum Magnets // K.P. Schmidt, J. Dorier, A.M. Läuchli *et al.* // *Physical Review Letters*. – 2008. – Vol. 100. – P. 090401-090404.
211. Yamamoto D. Magnon supersolid and anomalous hysteresis in spin dimers on a triangular lattice / Daisuke Yamamoto and Ippei Danshita // *Physical Review B*. – 2013. – Vol. 88. – 014419-014425.
212. Steiner M. Inelastic neutron scattering studies on 1D near-Heisenberg antiferromagnets: A test of the Haldane conjecture / M. Steiner, K. Kakurai, J.K. Kjems *et al.* // *Journal of Applied Physics*. – 1987. – Vol. 61. – P. 3953-3955.
213. Renard J.P. Quantum energy gap in two quasi-one-dimensional S=1 Heisenberg antiferromagnets (invited) / J.P. Renard, M. Verdaguer, L. P. Regnault *et al.* // *Journal of Applied Physics*. – 1988. – Vol. 63. – P. 3538-3542.
214. Orendáč M. Thermodynamic and magnetic properties of the S=1 Heisenberg chain  $\text{Ni}(\text{C}_2\text{H}_8\text{N}_2)_2\text{Ni}(\text{CN})_4$ : Experiments and theory / M. Orendáč, A.

- Orendáčová, J. Černák *et al.* // *Physical Review B*. – 1995. – Vol. 52. – P. 3435-3440.
215. Tanaka Y. Field-Induced Two-Step Phase Transitions in the Singlet Ground State Triangular Antiferromagnet CsFeBr<sub>3</sub> / Yosuke Tanaka, Hidekazu Tanaka, Toshio Ono *et al.* // *Journal of the Physical Society of Japan*. – 2001. – Vol. 70. – P. 3068-3075.
216. Harrison A. A dynamical correlated effective-field treatment of the magnetic excitations in the singlet ground state antiferromagnet RbFeBr<sub>3</sub> / A. Harrison and D. Visser // *Journal of Physics: Condensed Matter*. – 1992. – Vol. 4. – P. 6977-6992.
217. Dorner B. Magnetic excitations in the quasi one-dimensional antiferromagnetic singlet groundstate system CsFeBr<sub>3</sub> / B. Dorner, D. Visser, U. Steigenberger *et al.* // *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter*. – 1988. – Vol. 72. – P.487-496.
218. Miyata A. Novel Magnetic Phases Revealed by Ultra-High Magnetic Field in the Frustrated Magnet ZnCr<sub>2</sub>O<sub>4</sub> / Atsuhiko Miyata, Hiroaki Ueda, Yutaka Ueda *et al.* // *Journal of the Physical Society of Japan*. – 2011. – Vol. 80. – P. 074709-074714.
219. Kovrizhin D.L. Density wave and supersolid phases of correlated bosons in an optical lattice / D.L. Kovrizhin, G. Venketeswara Pai and S. Sinha // *Europhysics Letters*. – 2005. – Vol. 72. – P. 162-168.
220. Ohgoe T. Commensurate Supersolid of Three-Dimensional Lattice Bosons / Takahiro Ohgoe, Takafumi Suzuki, and Naoki Kawashima // *Physical Review Letters*. – 2012. – Vol. 108. – P. 185302185305.
221. Capogrosso-Sansone B. Quantum Phases of Cold Polar Molecules in 2D Optical Lattices / B. Capogrosso-Sansone, C. Trefzger, M. Lewenstein *et al.* // *Physical Review Letters*. – 2010. – Vol. 104. – P. 125301-125304.
222. Yamamoto D. Dipolar bosons in triangular optical lattices: Quantum phase transitions and anomalous hysteresis / Daisuke Yamamoto, Ippei Danshita,

- and Carlos A.R. Sá de Melo // *Physical Review A*. – 2012. – Vol. 85. – P. 021601(R)-021605(R).
223. Fridman Yu.A. The influence of external magnetic fields on phase states and spectra of coupled magnetoelastic waves in a biaxial non-Heisenberg ferromagnetic / Yu.A. Fridman, O.A. Kosmachev // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 2001. – Vol. 236. – P. 272-284.
224. Вакс В.Г. Термодинамика идеального ферромагнетика / В.Г. Вакс, А.И. Ларкин, С.А. Пикин // *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики*. – 1967. – Т. 53. – С. 281-299.
225. Wang H.-T. Long-range order in gapped magnetic systems induced by Bose-Einstein condensation / Han-Ting Wang and Yupeng Wang // *Physical Review B*. – 2005. – Vol. 71. – P. 104429-104433.
226. Вальков В.В. Операторы Хаббарда и спин-волновая теория гейзенберговских магнетиков с произвольным спином / В.В. Вальков, С.Г. Овчинников // *Теоретическая и Математическая Физика*. – 1982. – Т. 50. – С. 466-476.