

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу
Сёмкиной Екатерины Владимировны
«О некоторых классах интегро-дифференциальных
уравнений Вольтерра в гильбертовом пространстве»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление».

В диссертационной работе Е.В. Сёмкиной проведено исследование задач Коши для интегро-дифференциальных операторных уравнений типа Вольтерра с операторным коэффициентом при старшей производной.

Актуальность выбранного направления определяется тем, что даже в простейшие классы таких уравнений входит значительное число прикладных задач, возникающих при моделировании процессов гидродинамики, теории вязкоупругости, задач с релаксацией и реологией. Развитый математический аппарат применим и к более сложным начально-краевым задачам для уравнений математической физики.

Новое направление развития интегро-дифференциальных уравнений, отражённое в диссертационной работе, в основном, обобщает результаты, полученные Н.Д. Копачевским и его учениками. Степень сложности исследования определяется свойствами операторных коэффициентов; ограниченности и неограниченности оператора при старшей производной; соотношения между областями определения входящих в уравнения операторов, их подчинённости.

Новые классы неразрешённых относительно старшей производной интегро-дифференциальных уравнений вольтерровского типа потребовали привлечения новых подходов, использующих методы теории полугрупп операторов, спектральной теории операторных пучков, теории пространств с индефинитной метрикой и теории интерполяции банаховых пространств.

Представленный обзор литературы отражает цели работы. Известные результаты относятся к случаю, когда оператор при старшей производной является единичным, и, тем самым, не применимы для уравнений с оператором при старшей производной (он может иметь неограниченный обратный).

Во второй главе исследуется задача Коши для интегро-дифференциального операторного уравнения типа Вольтерра, которая возникает в задачах о малых движениях и нормальных колебаниях вязкоупругой жидкости. Доказаны теоремы о существовании и единственности сильного решения в пространстве, отвечающем области определения оператора $A^{-1/2}$ (ограниченного или неограниченного). Методика основана на преобразовании исходного уравнения в операторное, разр-

шённое относительно производной. Возникающая операторная матрица с неограниченными элементами является равномерно аккретивной.

В третьей главе доказываются теоремы существования и единственности решения задач Коши для интегро-дифференциального уравнения типа Вольтерра второго порядка, неразрешённого относительно старше производной. Используется теория операторных тригонометрических функций. При условии, что оператор $A > 0$ ограничен, $F \gg 0$, $B \gg 0$, $G = 0$ выделены три класса уравнений, которые условно соответствуют малой, средней и большой интенсивности диссипации энергии. Для каждого класса строится факторизация операторных матриц, осуществляется доопределение до максимального аккретивного оператора в согласованных пространствах, что позволяет получить доказательства теорем для указанного и других случаев.

В четвёртой главе выделены все спектральные задачи, соответствующие рассмотренным интегро-дифференциальным уравнениям типа Вольтерра. Доказаны теоремы о структуре спектра и свойствах базисности системы корневых элементов оператор-функций. Изложение этой главы хотелось бы видеть не таким сжатым.

Таким образом, в работе исследован новый класс интегро-дифференциальных операторных уравнений типа Вольтерра в гильбертовых пространствах. Полученные результаты обоснованы, приведены соответствующие доказательства. Работа носит теоретический характер. Результаты могут использоваться в прикладных задачах при моделировании широкого класса процессов.

Изложение материала строгое и прозрачное.

Результаты исследования опубликованы в 16 публикациях, среди них 5 статей опубликованных в специализированных научных изданиях.

Автореферат диссертации полностью отражает содержание диссертации.

Отметим некоторые незначительные замечания к работе.

1. На стр. 16 неудачная фраза "... рассматриваются абстрактные интегро-дифференциальные уравнения гиперболического типа, естественно возникающие при изучении математической модели распространения тепла в средах с памятью".

2. На стр. 17 разнотипность ссылок на работы.

3. На стр. 20 используется обозначение пространства $\mathfrak{S}_\infty(\mathcal{H})$, которое определяется позже (см. стр. 22 \mathfrak{S}_∞).

4. На стр. 23 вводится шкала пространств E^α , с которой связывается оператор A^{-1} , и определение сильного решения в пространстве $\mathcal{D}(A^{-1/2})$ (замечание 2.1.2). Соответствующее преобразование со стр. 24 рациональней привести до замечания 2.1.2. В дальнейшем не прослеживается зависимость результатов от параметра шкалы α .

5. На стр. 27, несмотря на ссылку, обозначение в формуле (2.19) лучше пояснить.

6. Возможно излишнее использование терминологии из прикладных областей: стр. 44, 45, 75: " ... отвечающих диссипации энергии системы, имеются также слагаемые, отвечающие за её подкачку", " ... состояние равновесия системы статически устойчиво по линейному приближению", " ... отчётливый физический смысл", " ... система может быть статически неустойчива".

7. На стр. 62 разночтения в обозначениях оператора \mathcal{F}_1 и $\mathcal{F}_{\alpha,1}$ (см. (3.54)).

8. На стр. 64 вместо выражения " ... формула (3.65) определяется корректно", лучше : оператор определён корректно.

9. На стр. 91 обозначения в неравенстве, из которого следует условие (4.18), не пояснено.

10. На стр. 123 вместо $B^{1+\alpha}$ следует писать $\mu_n^{1+\alpha}$.

Эти замечания не являются существенными, легко преодолеваются при чтении и не влияют на позитивное впечатление от работы в целом.

Считаю, что по новизне и научной значимости полученных результатов диссертационная работа Сёмкиной Екатерины Владимировны полностью отвечает требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – "Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление".

Официальный оппонент:

кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры дифференциальных
уравнений и геометрии
Таврического национального университета
им. В.И. Вернадского



Лукьяненко В.А.

Підпис
засвідчує наявність
ТНУ імені В.І. Вернадського



В.А. Лукьяненко