

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию

Халиловой Заремы Исметовны

«Компактные субдифференциалы в банаховых конусах и их

приложения в вариационном исчислении»,

представленную на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.01. – вещественный, комплексный и

функциональный анализ

Диссертация Халиловой З. И. «Компактные субдифференциалы в банаховых конусах и их приложения в вариационном исчислении» представляет собой актуальное, теоретически и практически значимое научное исследование.

Понятие субдифференциала как обобщение понятия производной возникло первоначально для вещественных выпуклых функций и со временем нашло многочисленные приложения и обобщения, большей частью - в оптимизационных задачах.

Однако существенным недостатком современного субдифференциального исчисления является отсутствие теории субдифференциалов высших порядков. В связи с этим данное диссертационное исследование представляет большой интерес, так как в работе заложены основы K -субдифференциального исчисления как первого, так и высших порядков, вплоть до формулы Тейлора и теории экстремумов, имеющих широкую область применимости.

Предметом исследования выступают основные аналитические свойства K -субдифференцируемых отображений, а также основные аналитические свойства компактных субдифференциалов вариационных функционалов с субгладким интегрантом.

В основу определения K -субдифференциала положена идея равномерного топологического стягивания выпуклых замкнутых оболочек множеств разностных отношений к их непустому компактному пересечению.

Работа состоит из введения, четырех глав, выводов и списка использованных источников.

Во введении обосновывается актуальность, научная новизна, практическая значимость, формулируются цели и задачи работы. Излагается структура работы и содержание глав диссертации.

В первой главе строится вспомогательный аппарат – теория сублинейных операторов в нормированных конусах.

Сильный K -субдифференциал отображения векторного аргумента оказывается ограниченным сублинейным многозначным оператором с компактными выпуклыми значениями (K -оператором). Такие операторы не образуют нормированное линейное пространство, однако формируют нормированный конус. Таким образом, построение замкнутого K -субдифференциального исчисления невозможно без построения подходящей операторной базы. Данный раздел включает в себя элементы теории абстрактных нормированных конусов, общей теории сублинейных операторов и функционалов, теории сублинейных K -операторов и K -функционалов.

Во второй главе построен основной теоретический инструмент – теория компактных субдифференциалов первого и высших порядков. При этом построение происходит по классической схеме Гато-Адамара-Фреше. Здесь, помимо необходимого технического аппарата, описан удобный для приложений новый класс субгладких отображений, которые заведомо K -субдифференцируемы. Установлено также, что любое K -субдифференцируемое на отрезке отображение почти всюду дифференцируемо в обычном смысле.

Получены аналоги основных результатов классического анализа Фреше, от теоремы Юнга до формулы Тейлора и теории экстремумов.

Наконец, третья глава посвящена детальному рассмотрению приложения К-субдифференциального исчисления к исследованию экстремальных вариационных задач с субгладким интегрантом

Получены субгладкие аналоги основной вариационной леммы, уравнения Эйлера-Лагранжа, простого и усиленного условий Лежандра, а также условий Лежандра-Якоби для основного вариационного функционала. Рассмотрен ряд примеров.

Вышеизложенное свидетельствует и научной обоснованности и новизне исследования. Работа методологически выдержана, материал изложен последовательно, авторская позиция по проблемным и дискуссионным вопросам выражена ясно и аргументировано, выводы и положения, выносимые на защиту, сделаны убедительно и корректно.

Содержание и структура диссертации соответствуют целям и задачам проведенного исследования. Автореферат соответствует содержанию диссертации и достаточно полно его отражает.

Основные положения диссертации отражены в 7 публикациях автора в изданиях, рекомендуемых ВАК Министерства образования и науки Российской Федерации. Положения диссертационного исследования прошли достаточную апробацию.

Вместе с тем, как и любая научная работа, настоящая диссертация не лишена спорных положений, требующих уточнения или дополнительной аргументации.

Не всегда достаточно подробно и точно в тексте диссертации оформлены ссылки на других авторов, а также на работы соискателя, в частности, не указываются ссылки на страницы и на конкретные результаты. Было бы уместно рассмотреть большее

число различных типов вариационных задач, в которых используется субдифференциальная техника, в частности рассмотреть примеры, которые выходят за понятие субгладкости. Также, наверное, возможно рассмотрение компактных субдифференциалов n -го порядка, которые до $(n-1)$ порядка дифференцируемы не в обычном смысле, а K -субдифференцируемы.

Отмеченные положения носят дискуссионный характер и не ставят под сомнение общую положительную оценку работы. Диссертация Халиловой Заремы Исетовны «Компактные субдифференциалы в банаховых конусах и их приложения в вариационном исчислении» представляет собой самостоятельную научно-квалификационную работу, содержащую решение задачи, имеющей существенное значение для математической науки, свидетельствует о личном вкладе автора в науку.

Научные положения, выводы и рекомендации, сформулированные в работе, обоснованы.

Диссертация отвечает требованиям положения о порядке присуждения ученых степеней и профилю специальности 01.01.01 - «Вещественный, комплексный и функциональный анализ». Ее автор, Халилова Зарема Исетовна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Официальный оппонент

кандидат физико-математических наук,

доцент кафедры математического анализа

Таврического национального университета

имени В.И. Вернадского

В.И. Войтицкий



Підпис
засвідчую:
ТНУ імені
В.І. Вернадського