

ОТЗЫВ
официального оппонента на диссертационную работу
Газиева Эскендера Линуровича
«Задачи статики, устойчивости и малых колебаний гидросистемы
"жидкость-баротропный газ" в условиях, близких к невесомости»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление»

Диссертация посвящена изучению начально-краевых и спектральных задач, порожденных проблемой статики, малых движений и собственных колебаний двухкомпонентной гидродинамической системы, одна из которых является несжимаемой жидкостью, а вторая — сжимаемым газом, стратифицированным по экспоненциальному закону. Такие задачи характеризуются наличием спектрального параметра в одном из уравнений и граничном условии на поверхности сопряжения, которая в общем случае не является горизонтальной, а также присутствием интегрального условия, вытекающим из условия сохранения объема области, занятой жидкостью.

Исследованием поведения жидкости в условиях, близких к невесомости, особенно интенсивно стали заниматься с шестидесятых годов XX века, когда настало время космической эры. Результатом изучения этих проблем стали многочисленные статьи, а также монографии, в частности, монографии (с соавторами) научного руководителя данной диссертации. В них исследовались гидродинамические системы, состоящие из одной либо нескольких несмешивающихся жидкостей и находящиеся в условиях микрогравитации. Между тем до сих пор недостаточно полно изучались системы "жидкость-газ" в этих условиях. В частности, остались неисследованными задачи статики и устойчивости, а также малых колебаний. Указанные факты обуславливают актуальность темы данной диссертационной работы.

В работе сформулирована полная математическая постановка задач статики и малых колебаний гидросистемы "жидкость-баротропный газ", а также задач о собственных колебаниях; изучены свойства спектра и системы собственных функций ассоциированной спектральной задачи; доказана сильная разрешимость начально-краевой задачи для потенциалов смещений в проблеме о малых колебаниях и получены достаточные условия неустойчивости сильного решения. Для плоского и осесимметричного случаев получен явный вид краевых задач, которым удовлетворяет поверхность жидкости в состоянии покоя; предложены итерационные и численно-аналитические схемы их решения, получены условия устойчивости

сти найденных численно равновесных состояний жидкости. Изучены двумерные спектральные задачи как с горизонтальной, так и произвольной границей раздела областей, а также разработан проекционный метод их решения, основанный на вариационных тождествах для слабого решения. Установлено существование двух классов решений, соответствующих поверхностным волнам в окрестности границы сопряжения и внутренним волнам.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, списка использованных источников и двух приложений. Перейдем к изложению главных результатов исследования. Во введении описывается сущность и состояние научной проблемы, обосновывается актуальность темы исследования, определяются цели и задачи диссертационной работы, формулируются результаты исследования, раскрывается научная новизна и ее практическое значение работы, а также содержатся сведения об опубликованных по теме диссертации научных трудах соискателя и ее апробации.

Первая глава диссертации посвящена краткому обзору предшествующих данному исследованию научных работ в области эволюционных и спектральных проблем, возникающих в механике сплошных сред и, в частности, гидромеханике невесомости, и методов их исследования; описываются особенности порожденных проблемами малых движений гидродинамических систем начально-краевых и спектральных задач.

Во второй главе диссертации изучены граничные задачи статики, связанные с проблемой нахождения равновесных форм поверхности жидкости в гидросистеме "жидкость-баротропный газ" в условиях, близких к невесомости, и их устойчивости. Рассмотрение этих задач необходимо для исследования, проведенного в третьей и четвертой главах диссертации, и основано на вариационном подходе, а также численно-аналитических методах решения задач Коши для систем обыкновенных квазилинейных дифференциальных уравнений, в частности, разностных и итерационных. Главными результатами данной главы являются конкретный вид краевых задач для осесимметричного сосуда и прямоугольного канала (плоский случай), вычислительные методики для нахождения устойчивых равновесных форм поверхности жидкости для этих задач, а также результаты проведенных вычислительных экспериментов, оформленные в виде многочисленных таблиц и графиков.

В третьей главе диссертации исследован вопрос о разрешимости начально-краевых и ассоциированных спектральных задач, возникающих в проблемах малых движений и собственных колебаний гидродинамической системы, состоящей из несжимаемой идеальной жидкости и сжимаемого газа в предположении экспоненциальной стратификации газа по плотности. Здесь соискатель распространил операторный подход к изучению задач гидромеханики С. Г. Крейна и Н. Д. Ко-

пачевского на рассмотренный случай. Именно, автор ввел необходимые функциональные пространства, вспомогательные краевые задачи и отвечающие им операторы, с использованием которых осуществил сведение исходной начально-краевой проблемы сначала к начально-краевой задаче для потенциалов смещений в областях, занятых жидкостью и газом, а затем к эволюционной и ассоциированной спектральной задачам в ортогональной сумме гильбертовых пространств. В диссертации с использованием индефинитного подхода установлены свойства дискретности и положительности спектра с единственной предельной точкой на бесконечности и базисности системы собственных элементов ассоциированной спектральной задачи. На этой основе с использованием теории сжимающих полугрупп операторов доказана сильная разрешимость эволюционной, а затем и начально-краевой задачи при определенных условиях на начальные данные задачи и внешние силы. Следует отметить также полученные условия неустойчивости для рассмотренной гидродинамической системы с бесконечным числом степеней свободы, являющиеся следствием доказанного математического результата о спектральных свойствах ассоциированной спектральной задачи. Таким образом, к наиболее значимым результатам третьей главы следует отнести полную постановку начально-краевой задачи для потенциалов смещений, полученную с использованием метода ортогонального проектирования на специально введенные гильбертовы пространства, итоговые теоремы о свойствах спектра и базисности системы собственных функций ассоциированной спектральной задачи, а также о существовании единственного сильного решения начально-краевой задачи для потенциалов смещений, соответствующей исходной проблеме о малых движениях и собственных колебаниях изучаемой гидродинамической системы.

Четвертая глава диссертации посвящена изучению двумерных спектральных задач сопряжения, возникающих в проблеме собственных колебаний гидродинамической системы в цилиндрическом контейнере и прямоугольном канале. Рассмотрение проведено при условии положительной определенности оператора потенциальной энергии системы как для случая горизонтальной равновесной поверхности жидкости, так и произвольной, отвечающей непрямоугольному углу смачивания. Здесь с использованием методики исследования, примененной в третьей главе, для случая горизонтальной поверхности сопряжения установлены свойства дискретности, положительности спектра с единственной точкой на бесконечности и базисности системы собственных функций задачи; получены вариационные принципы для собственных значений и характеристическое уравнение проблемы, которое исследовано численно. В случае негоризонтальной границы раздела сред введено определение слабого решения задачи и с использованием вариационного подхода, а также системы собственных функций, найденных в параграфе 4.1, построен проекционный метод нахождения собственных значений. Отмечу также

следующий результат параграфа 4.2: найдено интегральное представление оператора, обратного к оператору потенциальной энергии рассматриваемой гидродинамической системы. Этот факт позволил получить формулы для коэффициентов системы Ритца в явном виде.

К диссертационной работе и автореферату есть несколько замечаний и пожеланий.

1. Не указаны классы гладкости, которым принадлежат поверхность Γ и кривая $\partial\Gamma$.

2. На стр. 10 автореферата отмечено, что спектральная задача (24) изучается в пространстве $\mathcal{H} := H_{\Gamma}^1(\Omega_1) \oplus H_{\Omega_2, \rho_2, 0}^1$, в то время как ранее на стр. 9 указано, что соответствующая ей эволюционная задача рассматривается в пространстве $\mathcal{H} := L_{2, \Omega_2, \rho_2, 0} \oplus L_{2, \Gamma}$. Замечу, что в диссертации этой ошибки нет.

3. Имеются некорректные ссылки на формулы, например: (4.77) не содержит объявленных λ и Δ_{Γ} ; квадратичный функционал задается не формулой (2.74), а (2.71) (13 строка сверху на стр. 56).

4. Знак Δ одновременно используется в качестве оператора Лапласа и разности (формула (4.6) на стр. 103); знак δ используется для обозначения вариации функционала и как параметр задачи (раздел 2.4.1, (2.66) и др.).

5. Объем диссертации представляется избыточным. Можно было бы его сократить, опустив часть введения, больше относящуюся к автореферату, не дублировать факты из введения и выводов, заменить некоторые близкие по природе подробные выкладки их качественным описанием.

6. Желательно было включить во вторую главу диссертации выводы о том, насколько полученные численные результаты соответствуют результатам, полученными ранее другими авторами для одной идеальной жидкости.

Эти замечания не являются существенными и не влияют на общее благоприятное впечатление от всей работы в целом.

Установленные в диссертации научные результаты являются новыми, отвечающими современному уровню исследований в области дифференциальных уравнений и полностью обоснованными корректной постановкой проблем, использованием известных и проверенных методов теории дифференциальных уравнений, функционального и математического анализа, гидромеханики невесомости и вычислительной математики.

Диссертационная работа является завершенным исследованием, имеющим как научное, так и прикладное значение. Результаты диссертации могут быть использованы при проектировании баков летательных аппаратов, движущихся в условиях слабого гравитационного поля. Научные положения и выводы, изложенные в диссертации, опубликованы в 19 научных работах, 7 из которых опубликованы в специализированных научных изданиях, входящих в наукометрические базы.

