

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Газиева Эскендера Линуровича

«Задачи статики, устойчивости и малых колебаний гидросистемы

«жидкость-баротропный газ» в условиях, близких к невесомости»,

представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

В диссертации рассматриваются эволюционные и спектральные задачи, возникающие при анализе малых движений и собственных колебаний гидродинамической системы капиллярная жидкость – стратифицированный газ. Имитируются условия, близкие к состоянию невесомости. В этих задачах спектральный параметр входит в уравнение движения частиц газа и динамическое условие на границе согласования смещений частиц жидкости и газа от их равновесного состояния. В общем случае искомая граница стыковки является криволинейной. Задачи с такими особенностями в настоящее время изучены не в полной мере и требуют дальнейшего углубленного анализа, что и обеспечивает актуальность темы исследования.

Применительно к условиям слабой гравитации в работе в полной математической постановке исследуются задачи статики и малых движений системы «жидкость-баротропный газ», а также ассоциированная с ними проблема собственных колебаний. При этом рассматриваются контейнеры двух форм, представляющих интерес для приложений: прямоугольный и осесимметричный. Изучение спектральной задачи позволило соискателю доказать утверждения о сильной разрешимости начально-краевой задачи для потенциалов смещений и получить критерий неустойчивости сильного решения. Важными для практики являются вычислительные схемы решения задач статики, найденные равновесные формы поверхности жидкости, а также методика определения границы области устойчивости равновесных состояний жидкости в терминах интенсивности гравитационного поля (коэффициента перегрузки).

К существенным относятся также исследования двумерных задач на собственные значения с горизонтальной и произвольной границами раздела жидкости и газа, а также проекционный метод их решения. Можно также выделить важные физические выводы, полученные на основе математических результатов, а именно, существование двух классов решений, соответствующих поверхностным волнам в окрестности границы сопряжения и внутренним волнам.

Остановимся на основных результатах диссертации.

Во **Введении** к работе обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель, задачи и основные результаты исследования, обсуждаются научная новизна и практическая значимость выполненного исследования, изложены сведения о публикациях соискателя по теме диссертации и апробации результатов исследования.

В **Первой главе** работы дан краткий обзор полученных результатов по начально-краевым и спектральным задачам гидромеханики и методов их исследования; описаны особенности этих задач, вызванные учетом капиллярности жидкости, а также связанные со стратификацией газового компонента системы.

Вторая глава работы посвящена изучению задач статики и устойчивости равновесных поверхностей жидкости в гидросистеме в условиях, близких к

невесомости. С использованием вариационного подхода получена краевая задача для нахождения границы Γ раздела областей жидкости и газа в состоянии покоя. В двумерном и осесимметричном случаях получена в явном виде описывающая форму границы Γ система из двух обыкновенных квазилинейных дифференциальных уравнений и граничных условий. Одно из условий имеет интегральный вид и связано с сохранением объема жидкости. Для решения задач развиты итерационно-разностные вычислительные схемы. Расчеты проведены для различных значений коэффициента перегрузки β и угла смачивания δ .

Третья глава диссертации носит сугубо теоретический характер. В ней изучается существование сильного (по времени) решения начально-краевых задач о малых движениях и собственных колебаниях гидродинамической системы «капиллярная жидкость – стратифицированный газ». Главным инструментом исследования здесь является операторный подход к изучению задач гидродинамики, основные положения которого разработаны научным руководителем соискателя, профессором Николаем Дмитриевичем Копачевским. С использованием специально подобранных функциональных пространств и их подпространств, проектирования уравнений движений, а также граничных и начальных условий на эти подпространства, соискателю удалось свести исходную проблему к эволюционной задаче (3.32)-(3.38) для потенциалов смещений Φ_1 (в жидкости) и Φ_2 (в газе) с кинематическим и динамическим условиями на границе Γ стыки областей.

Центральными результатами этой главы являются: теорема 3.3.2 о сильной разрешимости проблемы; вариационные принципы (лемма 3.1.2 и теорема 3.2.1) для собственных значений ассоциированной задачи о собственных колебаниях гидросистемы, а также теорема 3.2.2 о дискретности и полуограниченности снизу спектра этой задачи и базисности соответствующей системы собственных функций. При доказательстве используются современные методы теории дифференциальных уравнений, функционального анализа, метод вспомогательных краевых задач С. Г. Крейна. Следует отметить важный физический вывод (теорема 3.2.3) об условиях неустойчивости гидросистемы, следующий из теоремы 3.2.2.

В **четвертой главе** изучаются двумерные задачи на собственные значения, соответствующие задачам статики для прямоугольного и осесимметричного контейнеров. Здесь при условии положительной определенности оператора B_σ потенциальной энергии гидросистемы рассмотрены два случая, когда: 1) граница Γ раздела областей является горизонтальной ($\delta = \pi/2$); 2) Γ является произвольной ($\delta \neq \pi/2$). Главными результатами в первом случае являются: соответствующие утверждения третьей главы теорема 4.1.1 о спектре и теорема 4.1.2 о полноте системы собственных функций, а также вид трансцендентного характеристического уравнения (4.63) и (4.69), которое позволяет численно находить собственные значения задачи. Во втором случае центральный результат – полученная с использованием вариационного подхода задача о минимуме функционала (4.105) на функциях, удовлетворяющих лишь условиям нормировки (4.106). Именно этот результат позволил соискателю в п. 4.2.4 построить проекционный метод Ритца для решения спектральной задачи с криволинейной границей Γ .

Таково основное содержание диссертации.

К диссертационной работе имеется несколько замечаний.

1. В п. 4.2.1 на с. 125 формулируется постановка спектральной задачи в размерной форме, поэтому вместо $x = \pm 1$ (в четвертой строке снизу) должно быть $x = \pm l$.

2. Не указано, каким именно значениям коэффициента перегрузки β соответствуют графики, приведенные на рис. 2.7.
3. Поскольку коэффициент перегрузки β является основным параметром задачи статики в Главе -1 (через него выражаются коэффициенты B_0 и b_0 в краевых задачах (2.30) и (2.51)), то желательно было выписать асимптотические разложения (2.101)-(2.103) и (A.91)-(A.94) в терминах коэффициента β .
4. Обозначения некоторых математических объектов совпадают: например, β – угол наклона равновесной дуги и коэффициент перегрузки), γ – нижняя грань оператора потенциальной энергии и линия смачивания. Есть опечатки в тексте работы, например, на рис. 2.4 и рис. 4.6 вместо β должно быть $\tilde{\beta}$, на с. 87 комплекс $\{\zeta_j\}_{j=\kappa+1}^{\kappa+q}$ следует заменить на $\{\zeta_{0j}\}_{j=\kappa+1}^{\kappa+q}$.

Эти замечания (скорее описки) легко устранимы.

Перейдем к оценке диссертации в целом. Полученные в работе научные результаты являются новыми и отвечают современному уровню исследований в области дифференциальных уравнений и гидродинамических систем. Достоверность результатов обеспечивается корректной постановкой исходной начально-краевой задачи, применением современных методов теории дифференциальных уравнений, вариационного исчисления, апробированных методов вычислений, операторного подхода к изучению задач гидромеханики невесомости и др.

Высказанные выше замечания не влияют на общую положительную оценку диссертации, представляющей собой завершенное современное научное исследование, имеющее как теоретическое, так и прикладное значение. Полученные в работе результаты могут найти приложение в космической и авиационной отраслях.

Научные положения и выводы данной диссертации опубликованы в научных статьях и обсуждены на авторитетных научных конференциях и семинарах. Автором опубликовано 19 научных работ, 7 из которых изложены в научных журналах, входящих в наукометрические базы, 11 – в материалах конференций. Автореферат правильно и полно отражает результаты диссертации.

Считаю, что представленная диссертационная работа по актуальности, новизне, научной и практической значимости результатов удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям по физико-математическим наукам, а ее автор, Газиев Эскендер Линурович, вполне заслуживает присуждения искомой ученой степени по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, профессор,
главный научный сотрудник
Морского гидрофизического института
(г. Севастополь)

 Доценко Сергей Филиппович

Подпись Доценко С.Ф. заверяю:

ВРИО ученого секретаря Морского гидрофизического института
к. ф.-м. н., старший научный сотрудник



Д. В. Алексеев