

Решение о присуждении ученой степени кандидата наук

Специализированный ученый совет К 52.051.10 Таврического национального университета им. В.И. Вернадского, г. Симферополь, принял решение о присуждении ученой степени кандидата физико-математических наук Ахрамовичу Максиму Вячеславовичу на основании прилюдной защиты диссертации « Q -коммутируемость линейных операторов» в виде рукописи по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

«18» декабря 2014 года, протокол № 11.

Ахрамович Максим Вячеславович, 1986 года рождения, гражданин Российской Федерации, высшее образование: закончил в 2009 г. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского по специальности 7.080101 «Математика», квалификация — «Магистр математики. Преподаватель математики и информатики».

В 2009 году поступил в аспирантуру Таврического национального университета по специальности 01.01.01 — математический анализ. Обучался в аспирантуре сначала на очной, а затем на заочной форме обучения. Закончил аспирантуру в 2013 году.

Работал учителем информатики и математики в общеобразовательных школах до поступления в аспирантуру, а затем программистом в предприятии «Солнечный залив». В данный момент не работает.

Диссертация выполнена в Таврическом национальном университете им. В.И. Вернадского, на кафедре математического анализа, г. Симферополь.

Научный руководитель - доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического анализа Таврического национального университета им. В.И. Вернадского Муратов Мустафа Абдурешитович.

Соискатель имеет 16 опубликованных работ по теме диссертации, из них 6 статей в научных специализированных изданиях, в том числе:

1. Ахрамович М.В. Об антикоммутируемости измеримых операторов, присоединенных к алгебре фон Неймана. / М.В. Ахрамович // Ученые записки Таврического национального университета им. В.И. Вернадского. Серия «Физико-математические науки». — 2012. — Т. 25(64), № 2. — С. 1–14.

2. Ахрамович М.В. Антикомутація локально вимірних самоспряжених операторів, приєднаних до алгебри фон Неймана /М.В. Ахрамович, М.А. Муратов // Наукові вісті НТУУ «КПІ». — 2012. — № 4. — С. 7–13.

3. Ахрамович М.В. Теорема Фуглида-Путнама для локально измеримых операторов / М.В. Ахрамович, М.А. Муратов, В.И. Чилин // Динамические системы. — 2014. — Т. 4(32), № 1–2. — С. 3–8.

Официальные оппоненты:

Проскурин Данила Павлович, доктор физико-математических наук по специальности 01.01.01, доцент кафедры исследования операций Киевского национального университета им. Т.Г. Шевченко, дал положительный отзыв с несколькими замечаниями и пожеланиями:

Относительно замечаний, которые носят, в основном, технический и стилистический характер: для обозначения области определения оператора T на стр. 57, 58 автор одновременно использует символы $\mathbf{D}(T)$ и $\mathfrak{D}(T)$; на стр. 63 вместо $F_{T_{-}}^{\perp}(\nu_0)$ должно быть $Q_{T_{-}}^{\perp}(\nu_0)$; на стр.64 в **Утверждении 3.2.2** пропущено условие $T \in S(M)$; на стр. 84 вместо $\varphi(Z^{\perp}) \in \mathbf{V}(\mathbf{B}, \varepsilon, \delta)$ должно быть $\varphi(Z^{\perp}) \in \mathbf{W}(\mathbf{B}, \varepsilon, \delta)$, на стр. 28 вместо $\|e^{ita}\| = \|(itb)\| = 1$ должно быть $\|e^{ita}\| = \|e^{itb}\| = 1$. С моей точки зрения, для удобства читателя **Определение 3.1.10** должно предшествовать **Теореме 3.1.9** (кроме того, в определении вводится понятие локально измеримого

подпространства, тогда как в теореме речь идет о локально предизмеримом). Однако, приведенные выше замечания не влияют на понимание содержания работы и не ставят под сомнение справедливость результатов. Наоборот, несомненными достоинствами диссертационной работы являются строгость стиля, вдумчивое и последовательное расположение материала. (что делает изучение диссертации чрезвычайно комфортным). Что касается пожеланий, касающихся продолжения исследований, начатых в диссертации: естественным выглядит вопрос о справедливости сильного утверждения теоремы Фуглде-Путнама в алгебрах локально измеримых операторов без дополнительных ограничений, накладываемых на алгебру фон Неймана. Интересно было бы также обобщить результаты об антикоммутируемости в алгебрах измеримых и локально измеримых операторов на случай q -коммутации, например в случае $q \in \mathbb{C}$, $|q| = 1$ (при этом вместо самосопряженных операторов перейти к нормальным).

Шульман Виктор Семенович, доктор физико-математических наук по специальности 01.01.01, профессор кафедры высшей математики Вологодского государственного университета, дал положительный отзыв с несколькими замечаниями:

- В качестве замечания, отмечу встречающиеся в работе опечатки. Например:
1. На странице 66 (случай измеримых операторов) для обозначения размерностной функции используется \mathcal{D} , в то время как на странице 73 (случай локально измеримых операторов) для обозначения этой же размерностной функции используется символ d .
 2. На странице 76 в доказательстве теоремы 3.3.6 в равенстве $TS = ST$ пропущен знак: нужно написать $TS = -ST$.
 3. На странице 35, второй абзац, пространство $\tilde{\mathcal{V}}$ обозначено $\tilde{\mathbf{V}}$.
 4. На страницах 60 и 61 естественнее было бы поменять местами теорему 3.1.9

и определение 3.1.10, и вместо «локально предъизмеримых» подпространств и операторов рассматривать «локально измеримые» подпространства и операторы.

5. На странице 85 в последней строке в обозначении алгебры вместо **a** следует писать **A**.

Приведенные замечания не влияют на хорошее впечатление о результатах диссертации.

Третьяков Дмитрий Вадимович, кандидат физико-математических наук по специальности 01.01.01, доцент кафедры алгебры и функционального анализа Таврического национального университета им. В.И. Вернадского, дал положительный отзыв с несколькими замечаниями:

Отметим следующие замечания, возникшие при чтении работы:

- 1) было бы желательно, если это возможно, проиллюстрировать результаты теоремы 3.3.6 об антикоммутирующих операторах хотя бы одним примером;
- 2) замеченные опечатки:
 - а) стр. 31 вместо «Лемма 2.1.3» следует писать «Следствие 2.1.3»;
 - б) стр. 38, последний абзац. Вместо слов «условиям 2.2.1» следует писать «условиям утверждения 2.2.1»;
 - в) стр. 38, последний абзац. Вместо «операторов (A и B)» должно быть «операторов A и B »;
 - г) стр. 69, 10-я и 12-я строки сверху — опечатка в определении множества $\mathfrak{D}(TS)$ и лишние пересечения в правых частях;
 - д) стр. 71, вторая строка сверху. В крайней правой части двойного включения вместо « $\mathfrak{D}(S) \cap \mathfrak{D}(S)$ » надо писать « $\mathfrak{D}(T) \cap \mathfrak{D}(S)$ »;
 - е) стр. 75, 14-я и 15-я — лишние пересечения в левых частях равенств;
 - ж) стр. 77, 11-я строка снизу. В крайней правой части двойного включения вместо « $\mathfrak{D}(S) \cap \mathfrak{D}(S)$ » надо писать « $\mathfrak{D}(T) \cap \mathfrak{D}(S)$ »;

з) стр. 83, 10-я строка сверху. Вместо « $a_2^* b_2 = b_2 a_2^*$ » следует писать « $a_2^\# b_2 = b_2 a_2^\#$ ».

Отмечу, что перечисленные замечания носят в основном методический и технический характер и никоим образом не влияют на хорошее впечатление от работы.

На диссертацию и автореферат получены отзывы:

От доктора физико-математических наук, профессора, заведующего отделом алгебры Института математики НАН Украины, член-корреспондента НАН Украины **Юрия Анатольевича Дрозда**. Отзыв положительный с замечаниями:

К сожалению, у меня есть одно серьезное замечание к диссертации. Именно, результаты главы 2 не являются новыми. Они содержатся, например, как частные случаи, в статье К.Рингеля «The representation type of local algebras» (Lecture Notes in Math. 488 (1975) 282-305). Так что эти результаты нельзя рассматривать, как принадлежащие автору. По-видимому, автор вообще слабо знаком с «конечномерной» тематикой, что видно по содержащимся в автореферате ссылкам.

От доктора физико-математических наук, профессора департамента математики Университета имени Давида Бен-Гуриона в Негеве (Израиль) **Рубштейна Бенциона Абрамовича**. Отзыв положительный, замечаний нет.

От доктора физико-математических наук, профессора кафедры алгебры и функционального анализа Национального университета Узбекистана имени Мирзо Улугбека **Ганиходжаева Расула Набиевича**. Отзыв положительный, замечаний нет.

От доктора физико-математических наук, ассоциированного профессора факультета математики и кибернетики Колледжа либеральных искусств и наук

Св. Иоанна **Александра А. Каца**. Отзыв положительный, замечаний нет.

В обсуждении приняли участие следующие члены специализированного учёного совета и официальный оппонент:

1. Копачевский Н.Д., доктор физико-математических наук, профессор, специальность 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ. Выступление положительное. Без замечаний.

2. Проскурин Д.П., доктор физико-математических наук, доцент, специальность 01.01.01 — математический анализ. Выступление положительное. Без замечаний.

3. Муратов М.А., доктор физико-математических наук, профессор, специальность 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ. Выступление положительное. Без замечаний.

4. Анашкин О.В., доктор физико-математических наук, профессор, специальность 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление. Выступление положительное. Без замечаний.

5. Белан Е.П., доктор физико-математических наук, профессор, специальность 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление. Выступление положительное. Без замечаний.

6. Орлов И.В., доктор физико-математических наук, профессор, специальность 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ. Выступление отрицательное, замечания:

1. Буду говорить о двух блоках диссертации. Глава 3-4, да, действительно там содержатся новые результаты, которые имеют определенное научное значение. И некая новая методика здесь развита. Здесь только одно у меня замечание: когда мы объявляем декларацию о значимости какого-нибудь

результата, в данном случае я буду иметь ввиду теорему 4.3.1, то прежде всего этот результат должен сопровождаться содержательным примером. Здесь имеется ввиду содержательный класс неограниченных операторов, на котором эта ситуация (там ведь непростые условия в терминах алгебр, еще надо посмотреть как они реализуются) действительно работает. Этого не было. Да, результат есть, но вопрос о его реальной значимости открыт.

2. Что касается второй главы. Да, Данила Павлович правильно в уме посчитал. Я потом просто прикинул. Там действительно возникает в пространстве скаляров восьмимерном гиперболоид, на котором эта ситуация будет новой. Поэтому один результат параграфа 2.2 частично, в этом случае, он будет новым. Но это, простите, не ситуация общего положения. Ситуация общего положения: результат параграфа 2.2 вытекает из результата параграфа 2.3 (я имею в виду теорему о «дикости»), а результат параграфа 2.3, в свою очередь, вытекает из результатов К. Рингеля. Первое, что у нас записано в инструкции по кандидатским диссертациям — это пункт «новизна». И вот с точки зрения новизны, причем там четко сказано «новизна результатов», новизны, на мой взгляд, в основном в главе второй нет. Поэтому, рискуя испортить хорошие отношения с уважаемыми мною людьми, я все таки позволю себе высказать отрицательные суждения по вопросу о присуждении ученой степени.

При проведении тайного голосования оказалось, что из **10** членов специализированного учёного совета, принявших участие в голосовании (из них **3** доктора наук по профилю диссертации), проголосовали:

«За» — 8 членов совета,

«против» — 1,

недействительных бюллетеней — 1.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

специализированного ученого совета К 52.051.10 при Таврическом национальном университете им. В.И. Вернадского по диссертационной работе **Ахрамовича Максима Вячеславовича** «*Q-коммутируемость линейных операторов*», поданной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

1. Диссертация Ахрамовича М.В. является целостной и завершенной научной работой теоретического характера на актуальную тему, выполненной на высоком математическом уровне. Диссертация подготовлена в Таврическом национальном университете им. В.И. Вернадского. Тема диссертации утверждена на заседании Ученого совета Таврического национального университета им. В.И. Вернадского (протокол № 3 от 16.02.2010). Диссертационная работа выполнялась в рамках госбюджетных тем и плановых исследований кафедры математического анализа Таврического национального университета им. В.И. Вернадского «Операторные методы в начально-краевых спектральных и экстремальных задачах» (номер государственной регистрации 0106U001753), «Применение операторных методов в задачах математической физики, механики сплошных сред и теории массового обслуживания» (номер государственной регистрации 0111U000643).
2. В диссертации рассмотрена q -коммутируемость линейных операторов, действующих в конечномерных векторных пространствах и в гильбертовых пространствах. Получены следующие основные результаты:

- Приведены новые доказательства «дикости» двух задач классификации пар линейных нильпотентных операторов в конечномерном векторном пространстве, связанных некоторыми алгебраическими соотношениями, в том числе соотношением q -коммутируемости. Построены примеры таких пар операторов.
- Установлено, что самосопряженные измеримые операторы $T, S \in \mathbf{S}(\mathbf{M})$ антикоммутируют тогда и только тогда, когда они антикоммутируют как элементы $*$ -алгебры $\mathbf{S}(\mathbf{M})$.
- Доказано, что если два самосопряженных локально измеримых оператора $T, S \in \mathbf{LS}(\mathbf{M})$ антикоммутируют на локально измеримом подпространстве $\mathbf{D} \subseteq \mathfrak{D}(T) \cap \mathfrak{D}(S)$, то они антикоммутируют как элементы $*$ -алгебры $\mathbf{LS}(\mathbf{M})$.
- Установлено, что локально измеримые операторы $T, S \in \mathbf{LS}(\mathbf{M})$ антикоммутируют тогда и только тогда, когда они антикоммутируют как элементы $*$ -алгебры $\mathbf{LS}(\mathbf{M})$.
- Доказан аналог теоремы Фуглида в алгебре $\mathbf{LS}(\mathbf{M})$ локально измеримых операторов, присоединенных к алгебре фон Неймана \mathbf{M} . Показано, что если алгебра \mathbf{M} не имеет прямого слагаемого типа II , то $*$ -алгебра $\mathbf{LS}(\mathbf{M})$ является PT -алгеброй. Приведен пример PT -алгебры — некоммутативной алгебры Аренса

$$\mathbf{L}^\omega(\mathbf{M}, \Phi) = \bigcap_{p \geq 1} \mathbf{L}^p(\mathbf{M}, \Phi),$$

где \mathbf{M} — конечная алгебра фон Неймана, $\Phi: \mathbf{M} \rightarrow \mathbf{Z}(\mathbf{M})$ —

центрозначный след, $L^p(\mathbf{M}, \Phi)$ — некоммутативные L^p -пространства, ассоциированные с \mathbf{M} и Φ , $p \geq 1$.

- Получен вариант теоремы Фуглида для нормальных операторов из $LS(\mathbf{M})$, присоединенных к произвольной алгебре фон Неймана \mathbf{M} .

3. Все результаты, полученные в работе, являются достоверными, строго обоснованными и сопровождаются корректными математическими доказательствами. Они достаточно полно отражены в 6 статьях, опубликованных в специализированных научных изданиях, и прошли апробацию на научных конференциях и семинарах. Автореферат правильно отображает содержание диссертации.
4. Диссертация носит теоретический характер. Результаты диссертации могут быть использованы в различных разделах функционального анализа, теории представлений, теории некоммутативного интегрирования и некоммутативной теории вероятностей.
5. Диссертация Ахрамовича М.В. является завершенной научной работой, содержащей обоснованные результаты исследований в теории линейных операторов, действующих в конечномерных векторных пространствах и гильбертовых пространствах. Диссертация соответствует всем требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям.

Вывод: На основании результатов тайного голосования и принятого решения специализированный совет присуждает Ахрамовичу Максиму Вячеславовичу ученую степень кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Председатель
специализированного
ученого совета К 52.051.10

И.В. Орлов

Ученый секретарь
специализированного
ученого совета К 52.051.10

Ф.С. Стонякин

М.П. «__» _____ 20__ г.

Аттестационное дело зарегистрировано в МОН РФ
под № _____

Утверждено решение специализированного ученого совета о присуждении
ученой степени кандидата наук решением аттестационной коллегии МОН РФ
« _____ » _____ 20__ года

Выдан диплом _____

Начальник отдела _____