МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«КРЫМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени В.И. Вернадского»
(ФГАОУ ВО «КФУ им. В.И. Вернадского»)

«Утверждаю»
Проректор по учебной и
методической деятельности
_______________ В.О. Курьянов
«___» ______________ 2015 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО СПЕЦИАЛЬНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ для поступления на обучение по образовательной программе высшего образования – программе подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление - 01.00.00 МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

Профили - 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ
01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
01.01.04 Механика деформируемого твердого тела

Симферополь 2015 г.

Разработчики программы: д.ф-м.н. проф. Е.П. Белан, д.ф-м.н. проф. Н.Д. Копачевский, д.ф-м.н. проф. И.В. Орлов, д.ф-м.н. проф. В.Н. Чехов

Утверждено решением Ученого совета факультета математики и информатики от 15 апреля 2015 года, протокол № 2

Председатель Ученого совета ____________________ О.И. Рудницкий

Содержание программы

1. Программа вступительного экзамена. Литература
2. Вопросы вступительного экзамена
3. Критерий оценивания

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

1.Элементы теории множеств и понятие числа

Конечные множества. Отображение множеств. Эквивалентные множества. Сравнение мощностей. Счетные множества. Теорема о мощности подмножеств. Понятие числа. Дедекиндовы сечения. ([7, гл.1], [8, гл. 1-3]).

2 . Непрерывные и дифференцируемые функции

Свойства непрерывных на компакте функций. Дифференцированные функции одной и многих переменных, их свойства. Формула Тейлора и ее применение. Исследования на экстремум и условный экстремум функций многих переменных. Дифференцируемые отображения и их свойства. ([1 , гл. 1-2 , 8 , 9 , 14 , 15], [3 , гл. 9], [5 , гл. 1,2, 3]).

3 . Ряды

Числовые и функциональные ряды, признаки сходимости. Степенные ряды и их свойства. ([2 , гл. 1], [3 , гл. 7], [4 , гл. 10,11]).

4 . Интеграл Римана

Понятие интеграла Римана функции одной переменной. Определенный интеграл. Условия существования. Связь с неопределенным интегралом. Применение интеграла Римана. ([1 , гл. 10], [4 , гл. 7 , 9]).

Несобственные интегралы и интегралы , зависящие от параметра. Признаки сходимости несобственных интегралов. Теоремы о дифференцировании и интегрирования по параметру. ([2, гл. 1, 3).

Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Теорема существования , замена переменных и вычисление кратных интегралов. Формулы Грина , Гаусса-Остроградского и Стокса. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. ([2 , гл. 4-7], [5 , гл. 5, 6]) .

5 . Теория меры и интеграла

Понятие алгебры и - алгебры множеств и абстрактной меры. Теорема Каратеодори о продолжении меры. Меры Лебега и Лебега - Стилтьеса. Измеримые функции и их свойства. Различные виды сходимости последовательности измеримых функций и их связь. Построение и свойства интеграла Лебега, сравнение с интегралом Римана. Теоремы о предельном переходе под знаком интеграла. Произведение мер и теорема Фубини. Функции ограниченной вариации и понятие заряда. Интеграл Стилтьеса. Абсолютно непрерывные функции. Абсолютная непрерывность и (сингулярность мер. Теорема Радона - Никодима. Дифференцирование монотонной функции. Производная от интеграла по верхнему пределу. Интегралы по произвольным мерам ([7 , Ил . 3-6, 8, 9], [8, гл. 5, 6), [11, гл. 1-5]).

6 . Метрические и топологические пространства

Сходимость в метрических пространстве; полнота и пополнение. Компакты. Критерий компактности. Сжимающие отображения. Основные понятия теории топологических пространств. Примеры [8, гл. 1-5].

7 . Функции комплексного переменного .

Элементарные функции комплексной переменной. Условие аналитичности функции. Теорема и формула Коши. Принцип максимума модуля. Разложение в ряд Тейлора и Лорана. Классификация особых точек. Примеры простых конформных отображений. Основные теоремы о конформные отображения. Вычисление определенных интегралов с помощью вычетов. Свойство единственности аналитических функций. Аналитическое продолжение. Целые функции , их порядок и тип. Теорема Вейерштрасса. ([9 , гл. 5-12, 14-15], [6, разд.8 -13]).

8 . Линейные нормированные пространства.

Понятие линейного нормированного и гильбертовом пространств , примеры и основные свойства. Пространства C , Lp , lp ; их полнота и плотные множества этих пространств. Линейные непрерывные функционалы . Теорема Хана - Банаха. Сопряженный пространство , его свойства . Слабая сходимость линейных функционалов. Слабая топология в сопряженном пространстве. Ортонормированные системы векторов в гильбертовом пространстве. Разложение вектора по ортонормированным базисам. Равенство Парсеваля. Ортогональные полиномы. Ряды Фурье и их связь с разложением вектора по ортонормированный базисам. Минимальное свойство частных сумм ряда Фурье. Условия точечной сходимости рядов Фурье по тригонометрической системе функций ([8 , гл. 1 - 4, 7], [11, гл. 6-7)]).

9 . Теория операторов

Понятие линейного непрерывного оператора, простейшие свойства таких операторов. Пространство линейных ограниченных операторов, теорема Банаха - Штейнгауза. Самосопряженные, унитарные и нормальные операторы. Ортопроекторы. Резольвента и спектр оператора. Операторы Гильберта - Шмидта и интегральные операторы. Компактные (вполне непрерывные) операторы , их свойства. Теорема Фредгольма о разрешимости уравнений с компактными операторами. Интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода, теория разрешимости. Операторы Вольтерра. Самосопряженные компактные операторы, их спектральное разложение. ([8, гл. 2, 4, 5-6, 9], [10 , гл. 20], [11 , гл. 8-10])

10 . Обобщенные функции .

Пространство D и понятие обобщенной функции. Основные операции над обобщенными функциями. Пространство S и понятия обобщенной функции медленного роста. Понятие о преобразовании Фурье. Преобразование Фурье обобщенных функций ([8, гл. 4, 8], [11, гл. 11])

Литература

1 . Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч. 1. - М.: Наука, 1971 .

2 . Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч. 2. - М.: Наука, 1973 .

3 . Рудин У. Основы математического анализа. - М. , Мир , 1976 .

4 . Давыдов М.А. Курс математического анализа, ч. 1 . - М.: Высшая школа , 1990 .

5 . Давыдов М.А. Курс математического анализа, ч. 2 . - М.: Высшая школа , 1991

6 . Давыдов М.А. Курс математического анализа, ч. 3 . - М.: Высшая школа , 1992 .

7 . Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. - М.: Наука , 1974 .

8 . Колмогоров А.Н. , Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - М . : Наука , 1972 .

9 . Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч.1. - М.: Наука , 1985 .

10 . Владимиров В.С. Уравнения математической физики. - М.: Наука , 1981 .

11 . Березанский Ю.М. , Ус Г.Ф. , Шефтель З.Ф. Функциональный анализ. Курс лекций. - К. : Высшая школа , 1990 .

*****

11. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Определение дифференциального уравнения и его решения. Интегрируемые типы дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Системы дифференциальных уравнений. Зависимость решений дифференциальных уравнений от начальных условий и параметров.

Линейные дифференциальные уравнения и системы. Фундаментальная система решений. Метод вариации произвольных постоянных. Общее решение системы с постоянными коэффициентами. Фундаментальная матрица решений. Формула Остроградского-Лиувилля.

Устойчивость по Ляпунову. Теорема об устойчивости по первому приближению. Второй метод Ляпунова, основные теоремы об устойчивости.

Краевые задачи. Функция Грина. Задача Штурма-Лиувилля. Собственные значения и собственные функции.

Автономные системы. Типы траекторий. Фазовый поток. Фазовые портреты линейных систем на плоскости. Предельные циклы. Теорема о выпрямлении векторного поля. Первые интегралы.

Дифференциальные уравнения с параметром. Элементарные бифуркации, бифуркация Андронова-Хопфа.

Динамические системы с непрерывным и дискретным временем, основные понятия. Одномерные системы. Точки покоя и периодические точки, устойчивость.

Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка. Характеристики и интегральные поверхности.

12. Уравнения математической физики

Классификация линейных уравнений в частных производных второго порядка. Основные задачи математической физики (волновое уравнение, уравнение теплопроводности, уравнение Лапласа). Корректность постановки задач, их фундаментальные решения. Нахождение решений основных граничных задач (интеграл Пуассона для уравнений теплопроводности, функция Грина теории потенциала для круга и шара, задача Коши для волнового уравнения, формула Даламбера, функция Римана). Типы краевых условий. Смешанные задачи для гиперболических и параболических уравнений, решение уравнения колебания конечной струны. Задачи на собственные значения для эллиптических уравнений. Метод разделения переменных Фурье. Гармонические функции и их свойства. Первая и вторая формула Грина. Принцип максимума.

13. Элементы теории функций и функционального анализа

Пространства основных и обобщенных функций. Основные операции. Обобщенные решения линейных дифференциальных уравнений. Преобразование Фурье и Лапласа и их приложения к решениям краевых задач.

Мера и интеграл Лебега. Интегральные уравнения. Теоремы Фредгольма и их следствия. Интегральные уравнения Вольтера и Фредгольма и их решение методом последовательных приближений. Уравнение с симметричным ядром. Теорема Гильберта-Шмидта.

Дифференцируемые отображения. Теорема об обратном отображении. Линейные пространства. Метрические пространства. Принцип сжимающих отображений. Теорема о неподвижной точке. Интегральные дифференциальные операторы и их основные свойства.

14. Вариационное исчисление и оптимальное управление.

Задачи вариационного исчисления с подвижными и неподвижными границами. Необходимые условия в форме уравнений Эйлера. Достаточные условия. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина для задачи оптимального быстродействия. Задача с закрепленным временем. Связь принципа максимума с методом динамического программирования. Уравнение Беллмана.

Литература

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: Наука, 1974.

2. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: Наука, 1980.
3. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980.
4. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. - М.: Наука, 1972.
5. Соболев С.Л. Уравнения математической физики. - М.: Наука, 1971.
6. Петровский И.Г. Лекции по теории интегральных уравнений. - М. : Наука, 1965.
7. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - М.: Наука , 1989.
8. Треногин В.А. Функциональный анализ. - М.: Наука, 1980.
9. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Мир, 1970.
10. Коддингтон Э.А. Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: ИЛ, 1958.
11. Демидович В.П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1967.
12. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1975.
13. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М.: Наука, 1979.
14. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1976.
15. Гукенхеймер Дж., Холмс Ф. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей. Москва, Ижевск. Институт компьютерных исследований. 2002.

*****

Механика

15. Гипотезы, цели и задачи механики деформируемого твердого тела. Понятие о сплошной деформируемой среде. Способы задания движения недеформируемого тела. Материальные координаты и задание движения деформируемой среды.

16. Деформирование тонкого стержня. Удлинение и поперечное сокращение стержня. Диаграмма растяжения - сжатия. Упругость и пластичность. Закон Гука при растяжении - сжатии. Температурные деформации и температурные напряжения стержня.

17. Обобщенный закон Гука для изотропного материала. Относительное объемное расширение. Удлинение стержня при действии собственного веса. Колонна равного сопротивления.

18. Дифференциальные уравнения равновесия. Закон парности касательных напряжений. Чистый сдвиг. Собственные векторы тензора напряжений. Главные напряжения. Основные инварианты тензора напряжений.

19. Тензор деформаций Грина. Кратности, удлинения и сдвиги. Гомотетия и простой сдвиг. Деформации при конформном отображении. Линейный тензор деформации. Обобщенный закон Гука. Дифференциальные уравнения движения в форме Ламе. Начальные и Граничные условия. Равновесие прямоугольной призмы при действии равномерного давления.

20. Основные понятия из аналитической механики : Механические связи. Виртуальное (возможное) перемещение. Изохронные вариации. Обобщенная сила. Уравнение Лагранжа.

21. Малые колебания системы с одной степенью свободы. Устойчивость и неустойчивость. Свободные и вынужденные колебания с одной степенью свободы. Решение задач на исследование свободных и вынужденных колебаний системы с одной степенью свободы. Интегрирование нелинейных дифференциальных уравнений свободных колебаний математического маятника.

22. Интегральное преобразование Лапласа-Карсона. Решение задач колебаний системы с одной степенью свободы с применением преобразования Лапласа-Карсона. Разложение возмущающей силы в ряд Фурье.

23. Колебание системы материальных точек с конечным числом степеней свободы. Кинетическая и потенциальная энергия малых свободных колебаний консервативные системы с конечным числом степеней свободы. Уравнение малых колебаний консервативной системы с конечным числом степеней свободы около устойчивого положения равновесия.

24. Нормальные координаты и главные колебания. Вековое уравнение (уравнение частот). Собственные формы колебаний. Свойства собственных форм. Общий интеграл дифференциальных уравнений малых колебаний.

25. Свободные колебания с сопротивлением. Теорема об изменениях собственных частот системы при наложении на нее связи. Функция Рэлея. Уравнения вынужденных колебаний. Вынужденные колебания систем с внутренним неупругим сопротивлением.

26. Продольные и крутильные колебания прямых стержней. Поперечные колебания прямых стержней.

Литература

1 . Ю.Н. Работнов. Механика деформируемого твердого тела. - М.: Наука , 1988 . - 712 с.

2 . Введение в механику сплошных сред : Учеб пособие / Черных К.Ф. , Алешков Ю.З. , Понятовский В.В. , Шамина В.А. - Л. : Изд - во Ленингр. ун-та , 1984. 280 с.

3 . С.П. Тимошенко. Курс теории упругости. - Киев : Наукова думка , 1972 . - 508 с.

4 . Н.И. Мусхелишвили. Некоторые основные задачи математической теории упругости. - М.: Наука , 1966. - 707 с.

5 . Х. Хан. Теория упругости. Основы линейной теории и ее применения: Пер. с немецкого. - М.: Мир , 1988 . - 344 с.

6 . Л.И. Седов. Механика сплошной среды. Т. 1 , 2 . - М.: Наука , 1976г . - 536с . , 576 с.

7 . Дж. Мейз. Теория и задачи механики : Пер. с английского. - М.: Мир , 1974 . - 320 с.

8 . А.А. Ильюшин, В.А. Ломакин, А.П. Шмаков. Задачи и упражнения по механике сплошной среды . - М. : Изд - во Моск. ун-та , 1979 . - 200 с .

9 . Н.И. Безухов. Примеры и задачи по теории упругости, пластичности и ползучести упражнения по механике сплошной среды. - М. : Высшая школа , 1965. - 320 с.

10 . В.Г. Рекач. Руководство к решению задач по теории упругости. - М. : Высшая школа , 1977 . - 216 с.

11 . В.Г. Рекач. Руководство к решению задач прикладной теории упругости. - М. : Высшая школа , 1984 . - 287 с .

12 . Л.М. Бреховских , В.В. Гончаров. Введение в механику сплошных сред в приложении к теории волн . - М.: Наука , 1982 . - 337 с .

13 . И.М. Бабаков. Теория колебаний. « Наука», Москва , 1968г.

14 . Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике. Под ред. А. А. Яблонского, « Высшая школа » , 1985г.

15 . А.А. Яблонский, С.С. Норейко. Курс теории колебаний . « Высшая школа » , 1983г .

16 . Н. В. Бутенин. Теория колебаний. « Наука» , Москва , 1965г

17 . Я. Г. Пановко. Введение в теорию механических колебаний. « Наука», Москва, 1971г

ВОПРОСЫ К ВСТУПИТЕЛЬНОМУ ЭКЗАМЕНУ

1 . Конечные множества. Отображение множеств. Эквивалентные множества.

2 . Счетные множества. Теорема о мощности подмножеств.

3 . Понятие числа. Дедекиндовы сечения.

4 . Определение непрерывной функции (по Коши и по Гейне). Свойства непрерывных на компакте функций.

5 . Дифференцируемые функции одной и многих переменных, их свойства.

6 . Формула Тейлора и ее применение.

7 . Дифференцируемые отображения и их свойства. Исследования на экстремум и условный экстремум функций многих переменных.

8 . Числовые и функциональные ряды, признаки сходимости.

9 . Степенные ряды и их свойства.

10 . Понятие интеграла Римана функции одной переменной.

11 . Определенный интеграл Римана. Условия существования определенного интеграла Римана. Теорема Ньютона - Лейбница.

12 . Применение интеграла Римана.

13 . Признаки сходимости несобственных интегралов.

14 . Признаки дифференцирования и интегрирования по параметру.

15 . Теорема существования, замена переменных и вычисление кратных интегралов.

16 . Формула Грина.

17 . Формула Гаусса-Остроградского.

18 . Формула Стокса.

19 . Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.

20 . Понятие алгебры и - алгебры множеств и абстрактной меры. Теорема Каратеодори о продолжении меры.

21 . Меры Лебега и Лебега - Стилтьеса. Измеримые функции и их свойства. Различные виды сходимости последовательности измеримых функций и их связь.

22 . Построение и свойства интеграла Лебега. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана.

23 . Теоремы о предельном переходе под знаком интеграла.

24 . Произведение мер и теорема Фубини.

25 . Функции ограниченной вариации и понятие заряда.

26 . Дифференцирование монотонной функции.

27 . Теорема о дифференцировании интеграла по верхнему пределу.

28 . Абсолютно непрерывные функции. Теорема об абсолютной непрерывности неопределенного интеграла.

29 . Абсолютно непрерывные и сингулярные меры. Теорема Радона - Никодима.

30 . Интеграл Римана - Стилтьеса и интеграл Лебега - Стилтьеса.

31 . Сходимость в метрическом пространстве; полнота и пополнение .

32. Компакты. Критерий компактности.

33. Принцип сжимающих отображений .

34. Основные понятия теории топологических пространств. Примеры.

35 . Элементарные функции комплексной переменной. Условие аналитичности функции. Теорема и формула Коши. Принцип максимума модуля.

36. Разложение аналитических функций в ряд Тейлора и Лорана. Классификация особых точек.

37. Примеры простых конформных отображений. Основные теоремы о конформных отображениях.

38 . Вычисление определенных интегралов с помощью вычетов.

39. Свойство единственности аналитических функций. Аналитическое продолжение .

40 . Целые функции, их порядок и тип. Теорема Вейерштрасса .

41. Понятие линейного нормированного и гильбертого пространств , примеры и основные свойства . Пространства C , Lp , lp ; их полнота и плотные множества этих пространствах .

42. Линейные непрерывные функционалы. Теорема Хана - Банаха. Сопряженное пространство, его свойства.

43 . Слабая сходимость линейных функционалов. Слабая топология в сопряженном пространстве.

44 . Ортонормированные системы векторов в гильбертовом пространстве. Разложение вектора по ортонормированным базисам. Равенство Парсеваля.

45 . Ортогональные полиномы. Ряды Фурье и их связь с разложением вектора по ортонормированным базисам.

46 . Минимальное свойство частных сумм ряда Фурье. Условия точечной сходимости рядов Фурье по тригонометрической системе функций.

47. Понятие линейного непрерывного оператора, простейшие свойства таких операторов. Пространство линейных ограниченных операторов , теорема Банаха - Штейнгауза .

48 . Самосопряженные, унитарные и нормальные операторы. Ортопроекторы . Резольвента и спектр оператора.

49 . Операторы Гильберта - Шмидта и интегральные операторы. Компактные (вполне непрерывные) операторы , их свойства.

50 . Теорема Фредгольма о разрешимости уравнений с компактными операторами. Интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода , теория разрешимости.

51 . Операторы Вольтерра.

52. Самосопряженные компактные операторы , их спектральное разложение.

53. Пространство D и понятия обобщенной функции. Основные операции над обобщенными функциями.

54. Пространство S и понятия обобщенной функции медленного роста.

55. Понятие о преобразовании Фурье. Преобразование Фурье обобщенных функций.

*****

56. Определение дифференциального уравнения и его решений.

57. Дифференциальные уравнения. Теорема Пикара существования и единственности задачи Коши.

58. Дифференциальные уравнения. Общий интеграл. Основные классы уравнений, интегрируемых в квадратурах.

59. Системы дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы дифференциальных уравнений. Теорема о продолжении решений.

60. Зависимость решений дифференциальных уравнений от начальных условий и параметров (непрерывная зависимость, дифференцируемость).

61. Линейные дифференциальные уравнения и системы и их основные свойства. Фундаментальная система решений.

62. Линейные дифференциальные уравнения и системы. Метод вариации произвольных постоянных.

63. Общее решение системы с постоянными коэффициентами. Фундаментальная матрица решений. Формула Остроградского - Лиувилля.

64. Устойчивость по Ляпунову. Теорема об устойчивости по первому приближению. Критические случаи. Метод функции Ляпунова.

65. Постановки краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод функции Грина.

66. Задача Штурма - Лиувилля. Постановка и свойства собственных значений и собственных функций.

67. Линейные однородные и неоднородные уравнения в частных производных первого порядка. Геометрическая интерпретация. Общее решение.

68. Линейные однородные и неоднородные уравнения в частных производных первого порядка. Связь с решением систем обыкновенных уравнений. Постановка и решение задачи Коши. Теорема Коши - Ковалевской.

69. Классификация линейных уравнений в частных производных второго порядка.

70. Основные задачи математической физики (волновое уравнение, уравнение теплопроводности, уравнение Лапласа).

71. Корректность постановки задачи для волнового уравнения, фундаментальные решения и методы их нахождения (задача Коши и формула Даламбера).

72. Корректность постановки задачи для уравнения теплопроводности, фундаментальные решения и методы их нахождения (интеграл Пуассона).

73. Корректность постановки задачи для уравнения Лапласа, фундаментальные решения и методы их нахождения (функция Грина теории потенциала для круга и шара).

74. Типы краевых условий. Смешанные задачи для гиперболических и параболических уравнений, решение уравнения колебания конечной струны.

75. Задачи на собственные значения для эллиптических уравнений с краевыми условиями основных типов.

76. Задачи на собственные значения для эллиптических уравнений и метод разделения переменных Фурье.

77. Гармонические функции и их свойства. Принцип максимума. Первая и вторая формула Грина.

78. Пространства основных и обобщенных функций. Основные операции .

79. Обобщенные решения линейных дифференциальных уравнений. Преобразование Фурье и Лапласа и их приложения к решениям краевых задач .

80. Мера и интеграл Лебега.

81. Интегральные уравнения. Теоремы Фредгольма и их последствия.

82. Интегральные уравнения Вольтера и Фредгольма и их решение методом последовательных приближений.

83. Интегральные уравнения Вольтера и Фредгольма с симметричным ядром. Теорема Гильберта-Шмидта.

84. Дифференцированные отображения. Теорема об обратном отображении.

85. Линейные пространства. Метрические пространства.

86. Принцип сжимаемых отражений. Теорема о неподвижной точке.

87. Интегральные и дифференциальные операторы и их основные свойства.

88. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

89. Непрерывность и дифференцируемость решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений по параметрам и начальным данным.

90. Линейные системы. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейных систем дифференциальных уравнений с непрерывными коэффициентами.

91. Фундаментальная система решений линейных однородных систем дифференциальных уравнений. Фундаментальная матрица решений.

92. Решение линейных однородных уравнений произвольного порядка с постоянными коэффициентами.

93. Решение линейных однородных систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

94. Автономные системы дифференциальных уравнений. Положения равновесия. Линеаризация.

95. Классификация особых точек линейных автономных систем на плоскости.

96. Устойчивость по Ляпунову. Теорема об устойчивости по первому приближению.

97. Второй метод Ляпунова. Теоремы об устойчивости, асимптотической устойчивости.

98. Задачи вариационного исчисления с подвижными и неподвижными границами. Необходимые условия в форме уравнений Эйлера. Достаточные условия.

99. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина для задачи оптимального быстродействия. Задача с закрепленным временем.

100. Связь принципа максимума с методом динамического программирования. Уравнение Беллмана.

*****

101 . Гипотезы, цели и задачи. Понятие о сплошной деформируемой среде.

102. Способы задания движения недеформируемого тела. Материальные координаты .

103. Деформирование тонкого стержня. Удлинение и поперечное сокращение стержня.

104. Диаграмма растяжения - сжатия стержня.

105. Упругость и пластичность. Закон Гука при растяжении стержня.

106. Температурные деформации и температурные напряжения стержня.

107. Обобщенный закон Гука для изотропного материала.

108. Относительное объемное расширение.

109. Удлинение стержня при действии собственного веса.

110. Колонна равного сопротивления.

111. Дифференциальные уравнения равновесия. Закон парности касательных напряжений.

112. Деформация чистого сдвига. Модуль сдвига.

113. Собственные векторы тензора напряжений. Главные напряжения.

114. Основные инварианты тензора напряжений.

115. Тензор деформаций Грина. Кратности, удлинения и сдвиги.

116. Гомотетия и простой сдвиг.

117. Деформации при конформном отображении.

118. Линейный тензор деформации.

119. Дифференциальные уравнения движения в форме Ламе.

120. Начальные и Граничные условия.

121. Равновесие прямоугольной призмы при действии равномерного давления.

122. Основные понятия из аналитической механики: Механические связи. Виртуальное (возможное) перемещение. Изохронные вариации.

123. Обобщенные силы. Уравнение Лагранжа.

124. Малые колебания системы с 1 степенью свободы. Устойчивость и неустойчивость.

125. Вынужденные колебания с одной степенью свободы.

126. Интегрирование нелинейных дифференциальных уравнений свободных колебаний вида .

127. Интегральное преобразование Лапласа - Карсона.

128. Решение задач колебаний системы с с применением преобразования Лапласа - Карсона.

129. Разложение возмущающей силы в ряд Фурье.

130. Колебание системы материальных точек с конечным числом степеней свободы.

131. Кинетическая и потенциальная энергия малых свободных колебаний консервативные системы с конечным числом степеней свободы.

132. Уравнение малых колебаний консервативной системы с конечным числом степеней свободы около устойчивого положения равновесия.

133. Нормальные координаты и главные колебания.

134. Вековое уравнение (уравнение частот).

135. Собственные формы колебаний. Свойства собственных форм.

136. Общий интеграл дифференциальных уравнений малых колебаний.

137. Свободные колебания с сопротивлением .

138. Теорема о изменениях собственных частот системы при наложения на нее связи. Функция Рэлея.

139. Вынужденные колебания систем с неупругим сопротивлением.

140. Продольные и крутильные колебания прямых стержней.

141. Поперечные колебания прямых стержней.

Критерии оценивания

1. Вступительный экзамен проводится по билетам, составленным в соответствии со списком вопросов. Каждый билет содержит 3 вопроса, по одному из основных разделов программы: «Вещественный, комплексный и функциональный анализ», «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», «Механика деформируемого твердого тела». Кроме того, экзаменационная комиссия, в случае необходимости, имеет право задавать дополнительные вопросы в соответствии с программой вступительного испытания.
2. Оценка **«отлично»** ставится при полном ответе на основные вопросы билета, а также на дополнительные вопросы, демонстрирующем свободное владение материалом программы..
3. Оценка **«хорошо»** ставится при достаточно полном ответе на вопросы билета, а также на дополнительные вопросы. Допускаются отдельные недочеты ответа, не влияющие на свободное владение материалом программы в целом.
4. Оценка **«удовлетворительно»** ставится при достаточно полном ответе на большинство основных и дополнительных вопросов. Ответ должен показать, несмотря на отдельные пробелы, понимание основных принципов, результатов и методов, содержащихся в программе.
5. Оценка **«неудовлетворительно»** ставится в случае несоответствия ответа требованиям пункта 4.
6. Оценка выставляется единогласным решением членов экзаменационный комиссии.